
高中數學新課綱素養導向的教學設計探究 及學習歷程實踐：以高一常用對數符號 引入與計算機融入學習為例

張芃婕^{1*} 曾政清²

¹ 普通高中數學學科中心

² 臺北市立建國高級中學

十二年國民教育新課程在 108 學年度正式登場，以素養為導向的課程設計跨越過往傳統的教學框架，形塑以學習者為中心的課程架構，發展有效教學及有意義的學習。尤其十二年國教高中數學新課綱--奠基素養導向的課程設計、教學評量與計算機協作，目的在提供每位學生有感的學習機會。

在「自發」、「互動」及「共好」為理念下，數學新課綱期望課堂學習風景的轉變，具體呈現以素養為導向的學思歷程。除了在課程中強化數學學科基本知識素養的培育外，也著重實用跨領域的統整應用，特別是數學本身連結文字及符號語言，以簡潔與精確的方式來理解人類的生活世界，在以簡馭繁的數學思考中，呼應《總綱》的素養導向的特性，重點在於學習對生涯有用的知識與能力，培養學生正確使用工具及與人溝通的素養。尤其數學知識雖然本質抽象，卻具有廣大的應用面向與

刻的應用功能，因此透過「知、行、識」的探究學習歷程，可將高中數學新課程的內涵進行適度轉化、實踐與具體落實。

舉例來說，過往高中「常用對數」符號與概念引入，較難理解且不易學習，而高中數學新課綱學習說明手冊，則建議：可運用學習核心概念，結合各種真實情境探索，將相同概念串起多重不同情境；在廣度、複雜度與難度增加的表現方面，聚焦在計算機實作模式，發展以教學為本的學習活動，激發學習者的學習興趣及獲得完整學習經驗。尤其此次高中數學課程綱要許多單元的學習內容融入計算機協作的課堂教學，期望學生能透過計算機實作而加強認識任意正數 a 皆可以改寫成 $10^{\log a}$ 以及相關運算。

因此教學設計透過探究問題而打開理解之門，運用生動有趣的學習媒材與學習工具(例如：計算機)，在師生自然地思考及互動式的教室情境中，發展分享思考與合作學習的氛圍，教師可積極協助搭建概念學習鷹架及心智發展鷹架，系統性地規劃

*為本文通訊作者

做中學的學習任務，激發多元學習潛能與主題探索，進行不同學習內涵與層次的延伸研究，以利匯集與連結學生學習歷程檔案。希望此探究教學設計與探究教學實踐，能具體提供第一線高中教師不一樣的教學思維及課程視野，從素養培育到具體產出，

展現以數學素養導向的課堂風景。惟受限教學經驗限制，僅能野人獻曝，並以拋磚引玉，期待各位教育先進不吝指教及建議。以下便開始以數學素養為導向的探究教學與實踐之詳細內容說明。

編碼	學習內容條目說明	備註	參考教具	對應學習表現
N-10-4	常用對數： \log 的意義，常用對數與科學記號連結，使用計算機的 10^x 鍵和 \log 鍵。	透過操作而加強認識任意正數 a 皆可以改寫成 $10^{\log a}$ 。不談其他底的對數。	計算機	n-V-1

「常用對數符號引入」教學活動流程設計(50 分鐘)

一部曲：準備階段(5 分鐘)



(一) 課堂準備

發放學習單（每人一份）、計算機（每人一台），播放 PPT。

(二) 數學奠基活動：連結學生新舊知識與經驗

數學啟蒙問題：請學生操作計算機，並求出下列之值

(1) $10^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $10^{7.3} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $10^{-2.3} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $10^W = 7.3 \Rightarrow W = ?$

二部曲：發展階段(20 分鐘)

製造認知衝突，引入新主題：

藉助啟蒙例題的解題，讓學生了解到「10 的幾次方等於 7.3」，並無法使用先前課堂中所學之計算機「 10^x 鍵」得到。藉助問題探討與解題思考提升課堂學習興趣，引入新主題。

(三) 主題學習：

例題：

阿芳水果茶店推出黃金比例的「檸檬柳丁汁」，是 pH 值為 2 的檸檬汁和 pH 值為 3 的柳橙汁以 1:8 的比例調製而成。請問：這款「檸檬柳丁汁」的 pH 值為多少？

(體積莫耳濃度 (M) 公式：
$$\frac{\text{溶質莫耳數}}{\text{溶液體積(公升)}};$$



若溶液中的 $[H^+] = 10^{-x} M$ ，則 pH 值為 x)

[解答]

根據題意，假設檸檬汁為 1 公升，柳橙汁為 8 公升，且檸檬汁的 $[H^+] = 10^{-2} M$ ，柳橙汁的

$[H^+] = 10^{-3} M$ ；

$$\text{檸檬柳丁汁的 } [H^+] = \frac{\text{溶質莫耳數}}{\text{溶液體積(公升)}} = \frac{1 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-3}}{1 + 8} = 2 \times 10^{-3}。$$

接著利用計算機的 10^x 鍵來找到 $10^a = 2$ 的近似值(至小數點後第三位)：

$$10^{0.3} \approx 1.995262315L, \quad 10^{0.4} \approx 2.511886432L \Rightarrow 10^{0.3} < 2 < 10^{0.4}$$

$$10^{0.30} \approx 1.995262315L, \quad 10^{0.31} \approx 2.041737945L \Rightarrow 10^{0.30} < 2 < 10^{0.31}$$

$$10^{0.301} \approx 1.9986187L, \quad 10^{0.302} \approx 2.004472027L \Rightarrow 10^{0.301} < 2 < 10^{0.302}$$

$$\text{因為 } |10^{0.301} - 2| = 0.00013813L, \quad |10^{0.302} - 2| = 0.0044720L,$$

$$\text{且 } |10^{0.301} - 2| < |10^{0.302} - 2|, \text{ 所以 } 2 \approx 10^{0.301}。$$

$$\text{所以 } 2 \approx 10^{0.301}。$$

$$\text{最後，估算出檸檬柳丁汁的 } [H^+] = 2 \times 10^{-3} \approx 10^{0.301} \times 10^{-3} = 10^{-2.699},$$

因此， pH 值為 2.699。

(四) 學習任務：

◇ 任務一

利用上述方法，求出 $10^a = 3, 4, \dots, 9$ ， a 的近似值(至小數點後第三位)：

例如： $10^a = 2 \Rightarrow a \approx 0.301$

(1) $10^a = 3 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $10^a = 4 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $10^a = 5 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$ (4) $10^a = 6 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$

(5) $10^a = 7 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$ (6) $10^a = 8 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$

(7) $10^a = 9 \Rightarrow a \approx \underline{\hspace{2cm}}$

反思：

以 $10^a = 3 \Rightarrow a \approx 0.477$ 為例，請學生操作計算機，輸入 $10^{0.477}$ 得到值為 2.999162519，並引導學生觀察：輸入計算機後得到的值 2.999162519 很接近 3，但不等於 3，強化學生對於 $10^a = 3 \Rightarrow a \approx 0.477$ ，我們上述所求得的 0.477 是個近似值之概念，但我們並不知道實際的值是多少，因此，後續我們需要定義「常用對數 \log 」，來表達 10 的幾次方等於 3。

$\log 2$ 為 2 的常用對數：

接續讓學生藉由下方任務二來熟悉計算機 \log 鍵的操作，並由實際數字來感受 $a = 10^{\log a}$ ，最後再引出常用對數之定義。

◇ 任務二



a	$\log a$	$10^{\log a}$
2		
3		
4		
66		
200		
5566		
0.01		
0.123		

常用對數定義

對於每個正數 a ，都有唯一的實數 x ，滿足 $10^x = a$ 。

這個實數 x 記為 $\log a$ ，稱為 a 的常用對數，亦即 $10^{\log a} = a$ 。

三部曲：學習挑戰(20 分鐘)



◇ 暖身練習題：

即時回饋，評估學生對常用對數定義的理解

1、 $10^W = 7.3 \Rightarrow W = ?$

[解答]

根據常用對數定義， $7.3 = 10^{\log 7.3}$ ，所以 $W = \log 7.3$ 。

2、 $10^{\log 1234} = \underline{\hspace{2cm}}$

[解答]

根據常用對數定義， $10^{\log 1234} = 1234$ 。

(五) 探究活動：學習單及即時反饋系統(Plickers)來檢視學習

1、 $\log 0.01 = \underline{\hspace{2cm}}$

[解答]

由常用對數定義可知 $10^{\log 0.01} = 0.01$ ，並由指數定義得 $0.01 = 10^{-2}$ ，比較次方可得 $\log 0.01 = -2$ 。

2、已知 $\log b = 1.234$ ，求 b 的值。(四捨五入至小數點後第三位)

[解答]

由常用對數定義可知 $b = 10^{\log b} = 10^{1.234}$ ，
利用計算機可得到 $b = 10^{\log b} = 10^{1.234} \approx 17.140$ 。

3、已知 $\log b = 16.88$ ，請問： b 是幾位數？

[解答]

由常用對數定義可知 $b = 10^{\log b} = 10^{16.88} = 10^{(0.88+16)} = 10^{0.88} \times 10^{16}$ ，

又因為 $1 = 10^0 < 10^{0.88} < 10^1 = 10$ ，所以 $10^{0.88} \times 10^{16}$ 為 b 的科學記號表示法，因此， b 是 17 位數。

課程總結(5分鐘)

1、透過主題學習的例題，協助學生複習常用對數的觀念：

阿芳水果茶店推出黃金比例的「檸檬柳丁汁」，是， pH 值為 2 的檸檬汁和 pH 值為 3 的柳橙汁以 1:8 的比例調製而成。請問：這款「檸檬柳丁汁」的 pH 值為多少？

[解答]

$$[H^+] = \frac{\text{溶質莫耳數}}{\text{溶液體積(公升)}} = \frac{1 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-3}}{1+8} = 2 \times 10^{-3} = 10^{\log 2} \times 10^{-3} = 10^{(\log 2)+(-3)},$$

利用計算機得到： $10^{(\log 2)+(-3)} \approx 10^{-2.699}$ ，

所以 pH 值為 2.699。

2、課後延伸研究：

試問有多少個整數 x 滿足 $10^7 < 3^x < 7^{10}$ 的條件？

結語:素養教學開啟對新數學概念的學習興趣與探究能力

數學本質是一種語言、一種實用的科學，以人文素養出發，探究課程設計與評量，落實以學習者為中心，讓每位學生對數學學習都有意義。因此在學習過程中，聚焦教學設計，奠基數學素養，不但能具體提升學習興趣與創造力，更可以學習數學知識、技能及情意等各面向，概括領略了數學的內涵與美，讓更多的學生能在課堂中，與不同程度學生共聚一堂，一起參與、研究及學習；除了奠基重要的學習經驗外，並能適度激勵同儕間的相互省思與團隊合作分享，尤其數學科授課內容與方

式，需結合數學課程綱要的理念、兼顧不同學生的核心能力的培養及創意能力的啟發，並進一步引導每一位學生課堂思考與學習，更重要是配合高中數學新綱要，先符號介紹、再引入性質與圖形概念等模式，考量合宜的教學方法與教學速度外，並能針對各種程度學生的適性教學，結合翻轉教學理念，利用合作學習、學習共同體、磨課師數位教學等多元學習模式，澄清迷思概念強化數學素養的培育，以達成預期的教學目的，亦是課程示例研發的目標之一。

此次新課綱概念與教法上的轉變，在高中第一線教學現場對教師的教與學生的

學產生了一連串的革新與挑戰，尤其在教學過程中結合計算融入課程教學，在課程設計的教學內涵聚焦在符號的引入、關係及性質與探討；而在教學活動中則重視分類、比較、遊戲、閱讀與探究方法；在課堂學思歷程中培養學生溝通、連結與推理能力；而在學習表現中展現好玩、有趣、有感、瞭解與問題解決的學習歷程。相信透過數學教師適切的引導及課堂陶冶與啟發，聚焦「學生有感」、「學習有用」、「教學有效」的課程目標，發展不同深度的學習任務。經由引人入勝的提問，藉助問題

引導，將思考提升到概念性理解層級，適度增加問題關聯性，強化學思歷程的廣度、深度與可遷移性，適時地提供積極性學習回饋，包括口頭、書面或即時反饋軟體等方式，個別性或整體性的回饋，鼓勵與協助學生依個人能力，設定下一步努力目標。尤其是能提供適切資源與方法，開展一連串的學習，鼓勵學生跨出第一步勇敢嘗試，透過核心課程例題與關鍵問題的適度演練，增進思考層面，強化解題思維與表達策略，促進數學能力的正向發展，以培育數學學習的競爭力，展現學習光芒。