

1998 年第 29 屆國際物理奧林匹亞競賽 實驗試題參考答案

林明瑞
國立臺灣師範大學 物理系

第一部分：

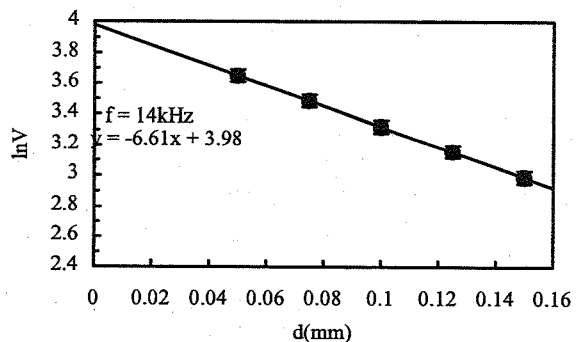
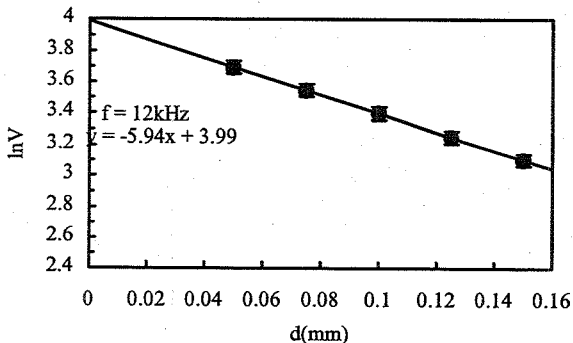
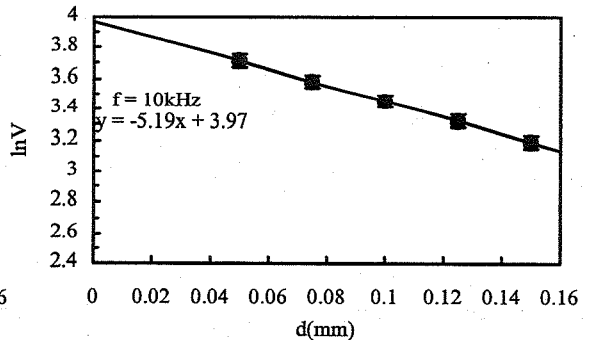
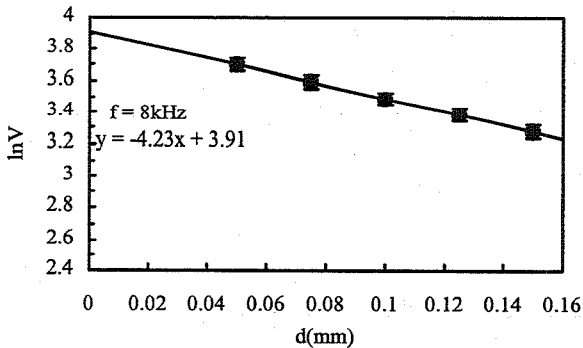
1. $R_A = \underline{2.4\ \Omega}$; $R_B = \underline{1.7\ \Omega}$;

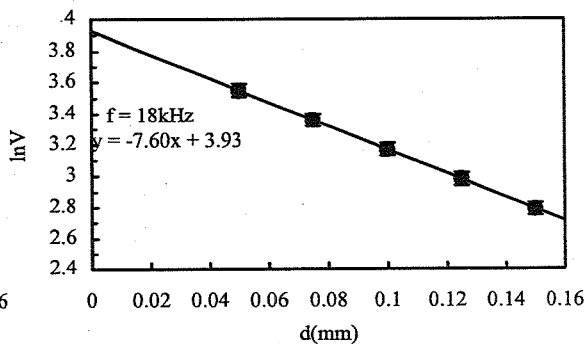
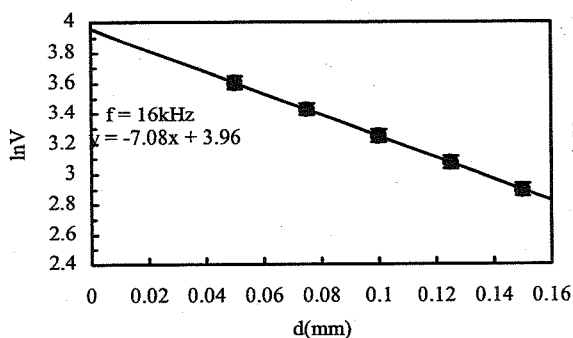
$R_{\text{pickup}} = \underline{0.64\ \Omega}$ 。 (偵測線圈的電阻。)

2. 由於通過測試線圈的磁通量密度，和線圈兩端感應產生的電壓成正比，即 $V \propto B$ 。

$$\frac{V}{V_0} = \frac{B}{B_0} = e^{-\alpha d} \quad \ln \frac{V}{V_0} = -\alpha d \quad \ln V = \ln V_0 - \alpha d$$

因此若題設的現象模型成立，則 $\ln V$ 和 d 之間應呈現線性關係，其直線斜率即為所求的衰減係數 α 。

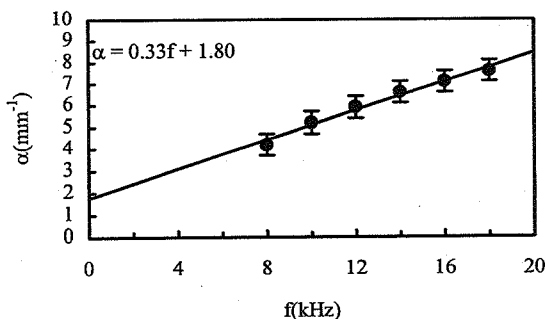




從以上的數據圖可得頻率 f 和衰減係數 α 的關係，列成下表：

f (kHz)	8	10	12	14	16	18
α (mm^{-1})	4.2	5.2	5.9	6.6	7.1	7.6

3.



第二部分：

(1-a) 由試題所給之(10)式， $\varepsilon_A = \omega c N_A^2 I_A - \omega ck N_A N_B I_B$ ，可得

$$\text{當 } I_B = 0 \text{ 時} \Rightarrow \varepsilon_A = \omega c N_A^2 I_A \text{。故由 (4) 式可得 } L_A = c N_A^2 = \frac{\varepsilon_A}{\omega I_A} \text{。}$$

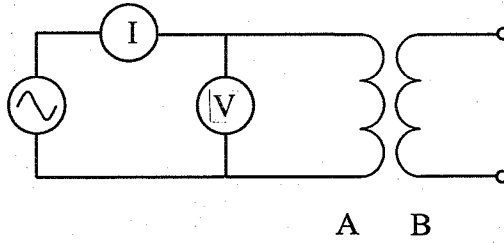
同理改寫 (10) 式為 $\varepsilon_B = \omega c N_B^2 I_B - \omega ck N_A N_B I_A$ ，可得

$$\text{當 } I_A = 0 \text{ 時} \Rightarrow \varepsilon_B = \omega c N_B^2 I_B \text{。故由 (4) 式可得 } L_B = c N_B^2 = \frac{\varepsilon_B}{\omega I_B} \text{；}$$

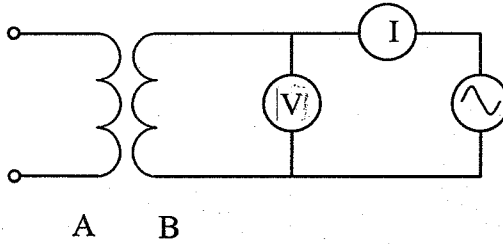
$$\text{當 } \varepsilon_B = 0 \text{ 時} \Rightarrow 0 = \omega c N_B^2 I_B - \omega ck N_A N_B I_A \Rightarrow k = \frac{N_B I_B}{N_A I_A} \text{。}$$

(1-b)

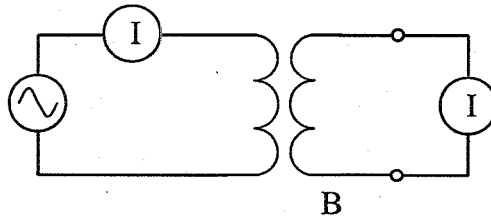
$I_B = 0 \Rightarrow$



$I_A = 0 \Rightarrow$



$\varepsilon_B = 0 \Rightarrow$



(1-c) $L_A = 34 \pm 3$ mH; $L_B = 15 \pm 1$ mH; $k = 0.95 \pm 0.09$.

(2-a) $I_P = I_A = \frac{\varepsilon_A}{\omega L_A (1-k^2)}$. ($I_A = 33 \pm 6$ mA, $V_B = 0$.)

解：根據試題所給之(10)式，可得下列兩式：

$$\varepsilon_A = \omega c N_A^2 I_A - \omega ck N_A N_B I_B \quad \varepsilon_B = \omega c N_B^2 I_B - \omega ck N_A N_B I_A$$

當副線圈短路時， $\varepsilon_B = 0$ ，代入上式，可得

$$0 = \omega c N_B^2 I_B - \omega ck N_A N_B I_A \quad I_B = \left(\frac{k N_A}{N_B} \right) I_A$$

$$\varepsilon_A = \omega c N_A^2 I_A - \omega ck N_A N_B \left(\frac{k N_A}{N_B} \right) I_A \quad \varepsilon_A = \omega c N_A^2 I_A (1-k^2)$$

$$I_A = \frac{\varepsilon_A}{\omega c N_A^2 (1-k^2)} = \frac{\varepsilon_A}{\omega c L_A (1-k^2)} \quad (\because L_A = c N_A^2)$$

(2-b) $I_p = 35 \pm 3 \text{ mA} \cdot (\varepsilon_A = 7.2 \text{ V})$

(3-1) $L_{A+B} = 99 \pm 8 \text{ mH} \cdot$

(3-2a) $V_A = 15.6 \pm 0.6 \text{ V} ; \quad V_B = 8.4 \pm 0.3 \text{ V} \cdot$

(3-2b) $\frac{V_A}{V_B} = 1.86 \pm 0.12 ; \quad (3-2c) \frac{V_A}{V_B} = \left| \frac{N_A^2 - kN_A N_B}{N_B^2 - kN_A N_B} \right| = 1.94$

解：∵ $I_A = I_B$

$$\therefore \frac{V_A}{V_B} = \left| \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} \right| = \left| \frac{\omega c N_A^2 I_A - \omega c k N_A N_B I_B}{\omega c N_B^2 I_B - \omega c k N_A N_B I_A} \right| = \left| \frac{N_A^2 - k N_A N_B}{N_B^2 - k N_A N_B} \right|$$

(4)由前面測得的數據，可計算得：

$$\frac{L_A}{N_A^2} = \frac{(34 \pm 3) \times 10^{-3}}{(150 \pm 1)^2} = (1.5 \pm 0.1) \times 10^{-6} \text{ H} ; \quad \frac{L_B}{N_B^2} = \frac{(15 \pm 1) \times 10^{-3}}{(100 \pm 1)^2} = (1.5 \pm 0.1) \times 10^{-6} \text{ H} ;$$

$$\frac{L_{A+B}}{(N_A + N_B)^2} = \frac{(99 \pm 8) \times 10^{-3}}{[(150 \pm 1) + (100 \pm 1)]^2} = (1.6 \pm 0.1) \times 10^{-6} \text{ H}$$

$$\frac{L}{N^2} = \text{常數 或 } L \propto N^2 \cdot$$

(5) $R_A = 2.4 \Omega \ll (\omega L_A)_{\min} \cdot (1 - k^2) \cong 100 \Omega \cdot$

(6-a) $\mu_r = 1 + \frac{\ell}{d} \left(\frac{V_1 I_2}{I_1 V_2} - 1 \right) = 1 + \frac{\ell}{d} \left(\frac{L_1}{L_2} - 1 \right) ;$

解：將兩個 U 形磁芯連在一起，如試題中圖 2 所示，使用單一線圈或將兩線圈串聯，則由安培定律可得

$$\oint \frac{1}{\mu} B dl = I_{\text{total}} \quad \frac{1}{\mu} B_1 (2\ell) = NI_1 \quad (1)$$

式中 μ 為鐵氧體材料的磁導率， 2ℓ 為兩個 U 形鐵氧體磁芯連在一起時的環路周長， N 為所用線圈的總匝數， I_1 為流經線圈的電流。

次將兩張紙片分別嵌入兩個 U 形磁芯之間，如試題中圖 3 所示，則由安培定律可得

$$\frac{1}{\mu} B_2 (2\ell - 2d) + \frac{1}{\mu_0} B_2 (2d) = NI_2 \dots\dots\dots(2)$$

式中 d 為單一紙片的厚度。

∴ $B \propto V$ (V 為線圈兩端的電位差)

$$\therefore \frac{B_1}{B_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{\ell}{(\ell-d) + \mu_r d} = \frac{I_1}{I_2} \dots\dots\dots(3) \\ (2) \quad & \end{aligned}$$

整理(3)式，可得

$$\mu_r = 1 + \frac{\ell}{d} \left(\frac{V_1 I_2}{I_1 V_2} - 1 \right) \dots\dots\dots(4)$$

因為 $V_1 / I_1 = \omega L_1$ ， $V_2 / I_2 = \omega L_2$ ，，所以上式可寫為

$$\mu_r = 1 + \frac{\ell}{d} \left(\frac{L_1}{L_2} - 1 \right) \dots\dots\dots(5)$$

(6-b) $\mu_r = 2300 \pm 400$ 。

實驗題評分標準

第一部份(8.0 分)

(1)1.0 分	測出正確的電阻 R_A ；	0.4 分
	測出正確的電阻 R_B ；	0.4 分
	測出正確的電阻 R_C 。	0.2 分
(2)5.0 分	在實驗測量中，使用 4 個或 4 個以上的不同頻率；	0.5 分
	在實驗測量中，使用 4 個或 4 個以上的不同厚度；	0.5 分
	計算出正確的 $\ln(V_{pickup})$ ；	1.0 分
	正確繪出 $\ln(V_{pickup})$ 對 d 的關係圖線；	1.0 分
	在關係圖線上標出誤差槓；	1.0 分
	計算出關係圖線的斜率 (α)，並表列頻率和衰減係數。	1.0 分
(3)2.0 分	繪出衰減係數 α 和頻率 f 的關係圖；	1.0 分
	在圖上標出誤差槓。	1.0 分

第二部分(12.0 分)

(1)3.5 分	(a)從(10)式出發，或比較(3)、(4)、(6)三式，導出 L_A ；	0.2 分
	同上，導出 L_B ；	0.2 分
	從(9)或(10)式導出 k 。	0.6 分
(2)2.0 分	(b)繪出正確的接線圖，每一圖得 0.5 分，共 3×0.5 分。若圖上有錯誤，則該圖為零分。	1.5 分
	(c)測出 L_A ，並附有誤差值。	0.3 分
	測出 L_B ，並附有誤差值。	0.3 分
	測出 k ，並附有誤差值。	0.4 分
	(若未附誤差值，或誤差值不正確，每項扣 0.1 分。)	
(2)2.0 分	(a)從(10)式出發，導出 I_A 的數學式。若未指出 $V_B = 0$ ，扣 0.3 分。	1.0 分
	(b)測出 I_P 值，對應的 V_P 值必須有合理。若未寫出 V_P ，不給分；若未附誤差，扣 0.3 分。	1.0 分

(下轉 49 頁)