
高腳杯是哪一種玻璃製成？

---簡易的居家科學實作

賈以竹¹ 陳周冠¹ 許定璿¹ 游皓景¹ 顏子皓¹ 賈至達^{2*}

¹臺北市立萬福國民小學

²國立臺灣師範大學 物理系

壹、研究動機

最近因為新冠肺炎的疫情，以至於許多中小學生科學活動都被迫停止；而有較多的時間待在家裡。本文介紹一個利用居家生活中可以取得的物件和網路上的資訊進行高腳杯密度的測量，學生可以和家長、同學們在居家環境中進行科學實作活動--相較於玩電玩、滑手機之外；可以有另一項選擇。

通常買高腳杯時，會說明其容積的規格，也就是可以裝多少毫升的液體，但是都不會告知高腳杯是哪種密度的玻璃所製造的！本文討論師生或是親子利用家居簡單器材測量出高腳杯玻璃的密度；其結果可以和製作玻璃工藝資料作比較，從而判別玻璃的種類。

貳、理論背景之閱讀資料

在洗碗的時候，可以看到陶瓷碗、鋼碗、高腳杯等以如同船身的方式漂浮在洗碗槽的水面上，但將水倒入碗或杯內，它們也會沉到水底。高腳杯的形狀很優雅，

對其中心軸有圓對稱，如圖 1 所示，但如何知道高腳杯是玻璃做的嗎？又是哪一種玻璃呢？其他常見玻璃的製品(如玻璃珠)是不是也用相同的材質呢？我們可以不破壞高腳杯的方式決定玻璃的材質；但是需要應用那些知識呢？



圖 1、此實驗用的高腳杯

高腳杯可以浮在水面上的現象和船浮在水面很像，可以用阿基米得浮力原理和槓桿定律來測量高腳杯的密度，並與相關資料比較；就有可能知道是哪一種玻璃。

*為本文通訊作者

學校的課程中，國中和國小都有學過阿基米德浮力原理和槓桿原理，如參考資料 1。我們利用自然課程中學過的浮力原理和槓桿定律等方法，利用家中簡單的器具，測量高腳杯的密度；並和“維基百科教科書”查到玻璃的密度做比較，見參考資料 2，可以推斷高腳杯是哪一種玻璃。最後討論是否可以利用高腳杯浮體的特性，測量其他物品的密度，例如測量玻璃彈珠、小鋼珠的密度等等。

以下短文和相關參考資料可以作為實驗閱讀的資料，也可以搭配網路上相關的影片，增進對於實驗的理解。

一、誰是阿基米德？

阿基米德是家喻戶曉的古希臘物理學家（西元前 287~212 年），有關於阿基米德的故事很多，最讓人津津樂道的是測定艾希羅國王的皇冠是否是用純黃金打造的故事。據說阿基米德在洗澡的時候，想到了測定皇冠真偽的方法，由於太過於高興，所以光著身子在大街上大吼大叫（參考資料 3 和 4），阿基米德測量出皇冠是不是純金的方法，就是後人所謂的浮體原理。在當時的阿基米德僅瞭解「置換法」，也就是所謂的「排水法」；將一個不溶於水的物體，置於裝滿水的容器中時，所溢出來水的體積就是物體的體積。阿基米德請國王提供與當初提供給皇冠製作者等量的黃金，並利用「置換法」將排出的水與皇冠所排開的水比較，而得知皇冠是否是為純金打造！老師在介紹“有趣的力”課程單元

時，通常會講相同的故事，因此可以應用阿基米德浮力原理進行密度的測量。

阿基米德對於機械槓桿的原理和應用也很在行，他結合了槓桿和力矩的概念，將機械的功能發揮到最大。阿基米德曾說：「給我一個支點，我可以舉起整個地球。」，很是厲害。在課堂中學習“簡單機械”時，有許多老師也會進行過槓桿原理的示範，相當實用。

二、浮力與密度

課堂上老師告知浮力原理時，首先提到水的密度；1 立方公分的水是 1 公克重，也就是水的密度 $D=1$ 公克/1 立方公分= 1 g/cm^3 ；老師也教導密度大於水的物質會沉入水中、而密度小於水的會浮在水面；例如木頭密度小於 $1 \text{ g/cm}^3=1000 \text{ kg/m}^3$ 會浮在水面上；金屬鐵的密度大於 1 g/cm^3 所以沉入水中。在液體中任何物體都會受到浮力，而浮力的大小與所排開水的體積和重量有關。

以上提到的阿基米德故事可給學生們在進行測量的一些啟示，讓他們思考如何進行實驗研究規劃與設計！在洗碗的時候；杯、碗、瓢、盆等，為何可以沉入水底、有時又可以浮在水面呢？以上 1. 和 2. 兩個部分闡述了部分的測量問題，這些問題的確跟密度和所受的浮力有關係。由上述的兩部分資訊，討論並引導學生利用阿基米德原理測量不規則形狀物體的密度。在適當的引導之下學生們可以設計一個非破壞性實驗，測量“質地均勻”但“形狀

不規則”物體的密度。

實驗最後，可以問實驗者”是不是也可以利用高腳杯浮體特性，發展出測量其他小物件的密度的實驗”？例如常常在玩的玻璃珠、或樂高玩具等。這個問題可以讓學生們完成密度測量後，討論實施的可能性！讓孩子們在完成實驗進行結果推斷時，可以有更進一步的驗證推論，以確認實驗得到的結論是正確的。

參、親子共同討論如何準備測量器材與安全注意事項

因為是要測量高腳杯的密度，故將家中高腳杯找出來備好，同時也注意安全；避免打破受傷。此文章所用的高腳杯是由網路購得(單價 29 元)，容積為 255 毫升。如何引導孩子們逐步規劃？如何利用家中器材進行測量規劃？如何開始準備相關器材作初步的測試？相關的網路資料有哪些？例如參考資料 5 的影片資料，都可以用來與學生討論。

建議可以先找一個盛水桶子，例如垃圾桶；用以盛水讓高腳杯可以浮在水上面，利用金屬碗不易損壞，可以讓孩子們在先觀察金屬碗浮在水面和沉入水面的現象；並引導孩子們討論；另外金屬碗也可用來舀水和倒水，也可以用其他塑膠容器等物品代替。因為過程中使用水，孩子們可能會弄濕一些物件，讓孩子們找擦拭抹布或是浴巾等備用。又例如天平的製作；可利用曬衣的衣架或細圓桿，以塑膠袋裝秤重物；用以製作天平秤重。

還可以詢問孩子們如何尋找需要的砝碼！是填入高腳杯內的東西，或者是槓桿天平秤重使用的；需要確知填入物品的重量。例如在家中通常會有存錢筒；用硬幣是十分方便；或者是找尋合適的且已知重量規格的物品取代錢幣；例如已知重量的鋼珠等，也是可以。本文為了方便，採用壹圓硬幣作為砝碼。中央造幣廠對於硬幣都有特定的規格，表一為各流通硬幣的重量、直徑和材質的規範，資料來源見參考資料 5。

表一、台灣流通硬幣規格表(參考資料 5)

硬幣幣值	重量	直徑	材質
壹圓	3.8 公克重	20 毫米	銅 92、鎳 6、鋁 2
伍圓	4.4 公克重	22 毫米	銅 75、鎳 25
拾圓	7.5 公克重	26 毫米	銅 75、鎳 25
伍拾圓	10 公克重	28 毫米	銅 92、鎳 2、鋁 6

肆、建議進行方式

以玩遊戲的方式；先讓孩子們看金屬碗漂浮在裝有水的桶中；經由問問題與討論的方式；搭配前一段所進行閱讀；學生會知道理論上是利用槓桿定律與浮力原理來計算出高腳杯密度。在進行的實驗測量之前，引導學生先討論需要測量的物理量；即高腳杯玻璃部分的體積和重量；以下簡略說明，讓實驗者知道如何求出密度。

一、利用槓桿定律求出高腳杯的重量

以壹圓硬幣為砝碼，以自製的天秤測出高腳杯的重量，測量至少 5 次並求平均值，而得到高腳杯的重量。天平的原理和製作對於學生不太困難；但是測量過程中要小心高腳杯是否會掉落。

二、利用浮力原理求出高腳杯玻璃的體積

高腳杯體積的測量是利用浮力原理；將壹圓硬幣一個、一個慢慢放入漂浮在垃圾桶水面的高腳杯中，當硬幣達到一定數量時，高腳杯剛剛好沉入水中，紀錄硬幣的數量可以得到浮力的大小，因為水的密度等於 1 公克重/立方公分，所以浮力的數值治等於排開水的體積。扣除了高腳杯的容積(約 255 毫升)，就可以計算出高腳杯玻璃部分的體積。

由”一、”求得高腳杯的重量，由”二、”求出高腳杯的體積，我們就可以計算高腳

杯玻璃的密度。因為

$$\begin{aligned} & \text{高腳杯玻璃的密度} \\ &= \frac{\text{高腳杯玻璃部分重量}}{\text{高腳杯玻璃部分體積}} \end{aligned}$$

伍、實驗步驟與數據測量

以下提供此次實驗進行的步驟，和所得到的數據。買物品時都會有規格說明；買高腳杯的時候通常會註明其容積，也就是可以裝多少毫升的液體，目前所採購的高腳杯容積為 255 毫升；如圖 2 所示。一般學生不太會注意規格，這時候是一個機會教育。接著我們需要測量高腳杯的重量，簡易的槓桿和已知重量的壹圓硬幣，可以測出重量。要測量高腳杯玻璃部分的體積，需要用到浮力的方法，讓高腳杯浮在裝有水的垃圾桶，並在其中慢慢放入壹圓硬幣，就可以測出高腳杯玻璃的體積。由重量和體積就可以計算玻璃的密度。以下說明本次實驗測量的步驟與數據。

一、確認高腳杯容積

首先我們要確認高腳杯的容積，如圖 2 所示，依據高腳杯包裝盒的說明，可以得知高腳杯的容積為 255 毫升。不過為了要確認高腳杯的容積是否為 255 毫升，大家也利用食物秤測量進行確認，容積約為 255 毫升，我們將測量的結果紀錄在附錄一中，所得到的結果是 252.5 毫升，和包裝盒上的 255 毫升很接近，所以我們相信 255 毫升是高腳杯的容量規格。

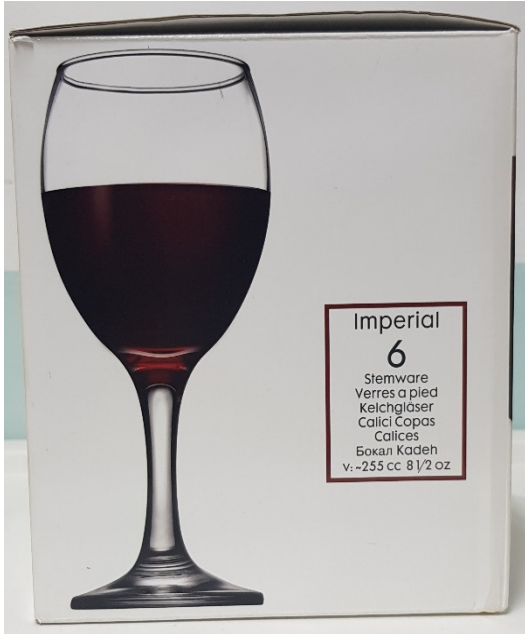


圖 2、高腳杯的包裝盒上所顯示的規格，容積為 255 毫升。

二、測量高腳杯的重量

要測量高腳杯的重量，需要利用槓桿

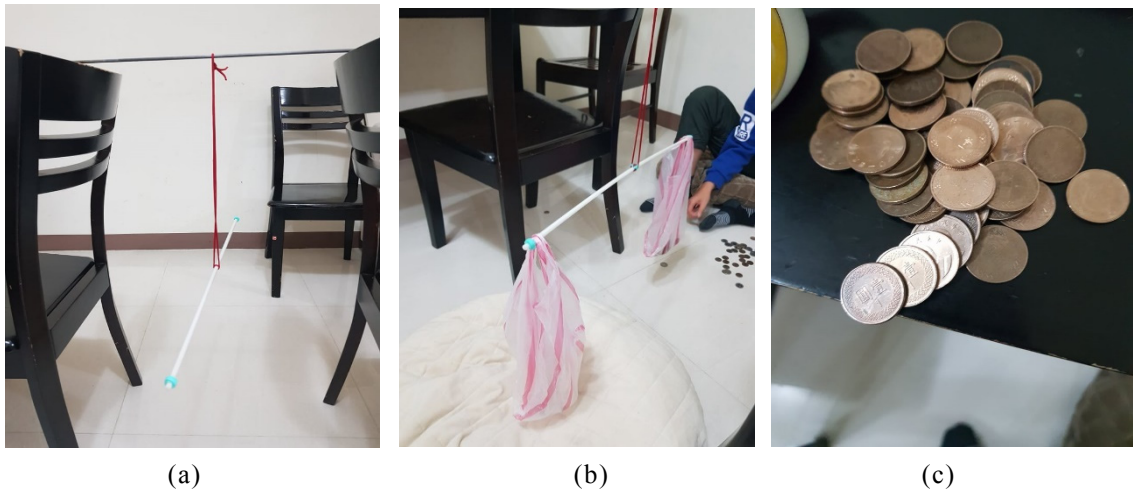


圖 3、利用槓桿原理測量高腳杯重量的過程(a)利用圓桿自製天平，(b)利用塑膠袋裝待測物與硬幣砝碼；(c)壹圓硬幣：作為實驗用的砝碼。

原理和硬幣，我們將細圓桿兩端黏著相同的塑膠袋，在正中間的部分綁細繩，形成類似天平的樣子。首先讓中間的細繩吊起來平衡，再利用黏土和塑膠袋，讓天秤達到平衡。如圖 3(a)所示，天平是放在兩個椅背上吊起來的，利用曬衣細圓桿，中間繫上繫繩，並利用藍色黏土保持圓桿水平。圖 3(b)顯示圓桿兩邊各放置一個相同的塑膠袋，一邊有高腳杯，另一邊一次放入一枚壹圓硬幣，等高腳杯被提起來恰達到平衡時，停止放入；裝高腳杯的一端有一抱枕，防止高腳杯掉落時破碎。圖(c)顯示作為砝碼的壹圓硬幣。

紀錄壹圓硬幣的數目，並計算總重量如表二所示，因為硬幣的總重量與高腳杯重量相等，5 次測量的平均值為 185.4 公克重。

表二、利用簡易天平，壹圓為砝碼量測高腳杯的重量

次	壹圓總個數	壹圓總重量
1	48	182.4 公克重
2	49	186.5 公克重
3	49	186.5 公克重
4	49	186.5 公克重
5	49	186.5 公克重
平均值		185.4 公克重

由”一、”和”二、”的測量結果，我們可以確認高腳杯的容積為 255 毫升，且其重量為 185.4 公克重。接著我們需要利用浮力原理測出高腳杯玻璃部分的體積。

三、在高腳杯內加入重量讓它恰好會沉入水中

紀錄加入特定數量的壹圓硬幣後，漂浮的水面的高腳杯會沉到水中。首先將高腳杯放置在裝有水的垃圾桶，等一段時間讓其平穩地浮在水面後，再一個一個慢慢地將壹圓硬幣加入。如圖 4 的照片所示，慢慢加入硬幣，紀錄剛剛好沉入水中的時候紀錄硬幣的數量，並算出其重量。

表三列出我們每次測量的結果，總共測量了 5 次，大約在加入 42 個壹圓硬幣(平均約 160.2 公克重)的時候，高腳杯就會沉入水中。

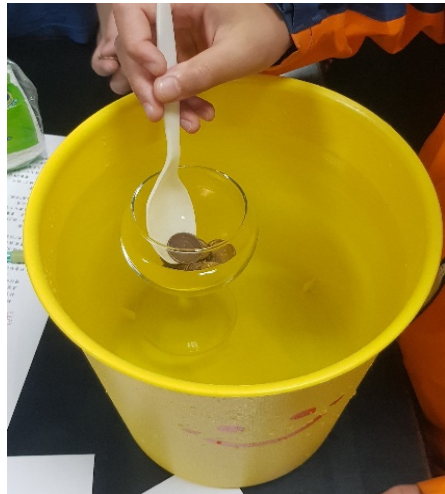


圖 4、同學們輪流進行測量，將壹圓硬幣慢慢放入漂浮在水面的高腳杯中。

表三、壹圓硬幣放入高腳杯中且恰好沉入水中的數量

次	恰好沉入水中時壹圓總數	壹圓總重量
1	41	155.8 公克重
2	40	152.0 公克重
3	41	155.8 公克重
4	42	159.6 公克重
5	40	152.0 公克重
平均值		155.0 公克重

四、整理數據得到高腳杯玻璃部分的體積和密度

先整理由上述的測量所得到的數據；

A：由”一、”的測量結果認定高腳杯的容積為 255 毫升；

B：由”二、”的測量得到高腳杯的重量為 185.4 公克重；

C：由”三、”測量的結果知道要加入 155.0 公克重的物品，恰可讓高腳杯沉入水中。

高腳杯恰沉入水中時，所受到的浮力恰等於高腳杯的重量和所加入在高腳杯的硬幣重量的總和；也就是高腳杯恰要沉入水中時浮力等於

$$\begin{aligned} & \text{恰要沉入水中時的浮力} \\ & = 185.4 \text{ 公克重} + 155.0 \text{ 公克重} \end{aligned}$$

也就是浮力等於 340.4 公克重，也等於排開 340.4 公克重的水的重量。因為水的 1 立方公分的重量為 1 公克重，340.4 公克重的水恰好等於 340.4 毫升水的體積，也恰好等於高腳杯容積和玻璃體積的總和；所以

$$\begin{aligned} & 340.4 \text{ 毫升水的體積} \\ & = \text{高腳杯玻璃的體積} \\ & \quad + \text{高腳杯的容積 } 255 \text{ 毫升} \end{aligned}$$

可以得到了高腳杯玻璃部分的體積為 85.4 毫升。經由密度公式計算求出高腳杯玻璃材質的密度 D

$$\begin{aligned} D &= \frac{\text{高腳杯玻璃部分重量}}{\text{高腳杯玻璃部分體積}} \\ &= \frac{185.4 \text{ 公克重}}{85.4 \text{ 立方公分}} \cong 2.2 \text{ 公克重/立方公分} \end{aligned}$$

由上式求得高腳杯玻璃的材質密度約為 2.2 公克重/立方公分。參考資料 1 中的資料顯示玻璃的密度約為 2.2~2.5 公克/立方公分，實驗的結果對比於資料 1 中所查到的數據，高腳杯材質應該是密度較小的玻璃製成。

陸、討論與延伸

由上述”伍”的研究結果，知道實驗用高腳杯的密度為 2.2 公克重/立方公分，是密度較小的玻璃製成。大家猜測使用密度較小的玻璃製作，除了可以節省製作成本，且在運輸時也會減少運送的重量。

基於上述的猜測，認為玩具用的玻璃珠密度也會約等於 2.2 公克/立方公分；因為這樣的材質最省製作與運輸經費，以下設計一個測量玻璃珠密度的實驗。用尺測量 10 顆排在一起的彈珠長度，其長度約為 11.6 公分(見圖 5 照片)，可得到半徑約為 0.6 公分。再利用使高腳杯恰沒入水中的方法(見圖 6)，發現恰好讓高腳杯沉入水中的玻璃彈珠的平均數目為 77 顆。因此由求出 77 顆玻璃彈珠的重量是 155.0 公克重，而體積是

$$\begin{aligned} & \left(\frac{4}{3} \times 3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.6 \right) \times 77 \\ & = 69.7 \text{ 立方公分} \end{aligned}$$



圖 5：利用直尺測量 10 顆玻璃珠的長度，推算出半徑。



圖 6：利用玻璃珠放入高腳杯，讓它恰沒入水中。

由上述的數據，同學們可以計算出玻璃彈珠的密度 $155.0/69.7=2.22\approx 2.2$ 公克/立方公分，和高腳杯的密度接近。我們可以總結這類價值不高的玻璃製品，多半是用密度比較小的玻璃製成，可以降低成本。

此結果符合”維基教科書”(參考資料 1)中的玻璃密度的最小值。因此我們認

為十分可能是常見的硼矽酸鹽玻璃 (Pyrex)；廠商可能為了製作成本，選擇了密度最小且十分常見的玻璃。

表四、可以使得高腳杯沉入水中的玻璃彈珠的數目

次數	玻璃彈珠數目(顆)
1	80 顆
2	74 顆
3	75 顆
4	78 顆
5	77 顆
平均容積	77 顆

柒、結語

此實驗以槓桿定律和浮力原理為理論基礎，利用家中常用的器具，在不破壞物品條件下，測量高腳杯玻璃材質的密度。整個實驗過程需要約兩小時；師生或者親子是可以互相合作完成測量工作。整體實驗過程中有幾項效益；如下說明：

1. 教導學習使用網路資訊，例如上網尋找壹圓硬幣的規格；以及購買物品時要注意規格，同時收集相關理論資料，或者是影片資料，如參考資料 5。
2. 團隊合作，親子或是師生共同研讀理論資料，討論出實驗測量步驟與方法。
3. 測得數據每次略有不同；最後求出平均值，理解測量不準度。實驗過程中每一位同學都要做一次實驗；他們發現每次的測量會不太相同，這也是一項重要的

訓練；數據會有不準度，而產生差異。畢竟每一個人在觀察時候，或者是進行實驗的時候，手法上多少有些不一樣，例如有人就很小心將壹圓硬幣放入浮在水面的高腳杯，有人高高的就放下，造成一些波動等。

4. 在實驗完成後，以結論作延伸，並加以證明。此實驗發現高腳杯玻璃密度是 2.2 公克/立方公分；因此推論玻璃珠或其他玻璃量產的小物品，密度應該都是約 2.2 公克/立方公分；所以也進行玻璃珠密度測量的實驗，驗證想法。這也提醒學生們測量出結果後所作的推論，仍需要仔細驗證。

由自然科學領域新課綱探究與實作的

架構；可分析出上述的實驗課程設計是以”發現問題”、”規畫與研究”兩大主軸進行，如圖 6 所示。先以達到”確定問題”和”解決問題”兩個探究能力的培養；再藉由提出可驗證的觀點、網路資料的比對；以及家人、教師和同學的討論與回饋；進行推理、思辨、建立模型的能力培養；在過程中將科學態度與認識科學本質逐漸融入此探究實驗。本文提供一個簡單的親子或師生的科學活動；不論是否有 COVID-19 的疫情；都可以利用家中簡易的器具設計實驗。透過團隊討論、合作，讓動手做和科學素養融入在實作的過程；同時增加親子和樂，或師生教學相長的一個活動。

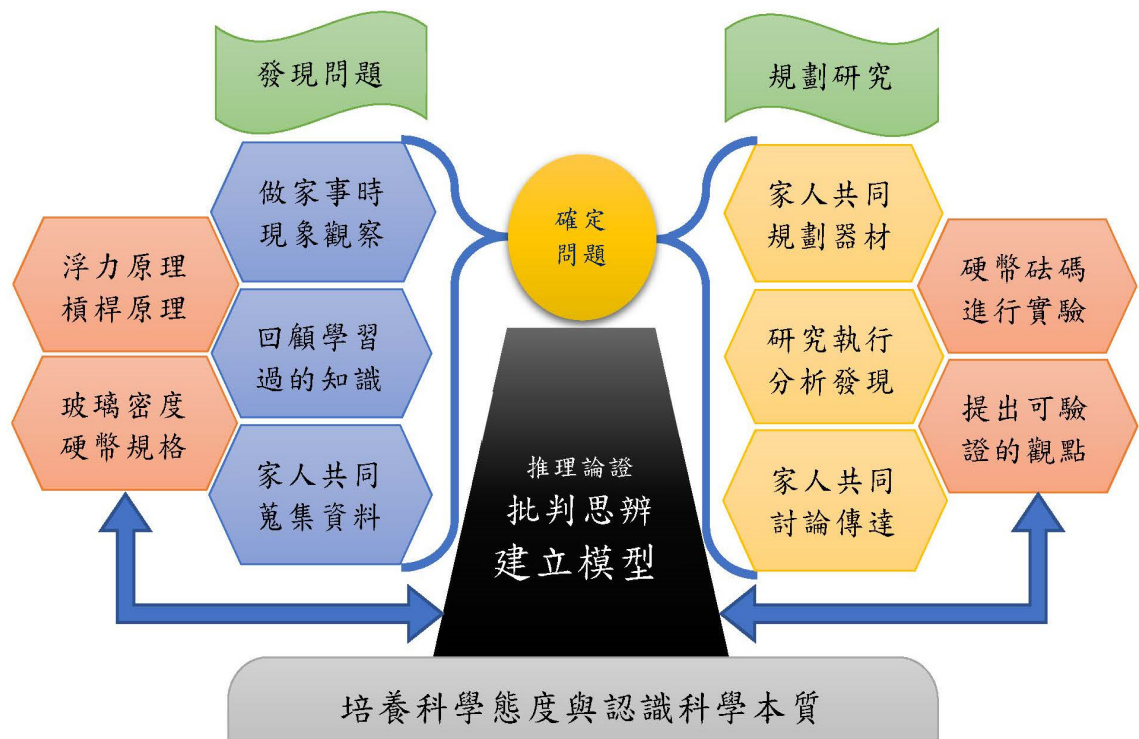


圖 6、高腳杯密度量測的實作課程關注的探究能力與思考智能，以及科學態度與本質的關係圖。

捌、致謝

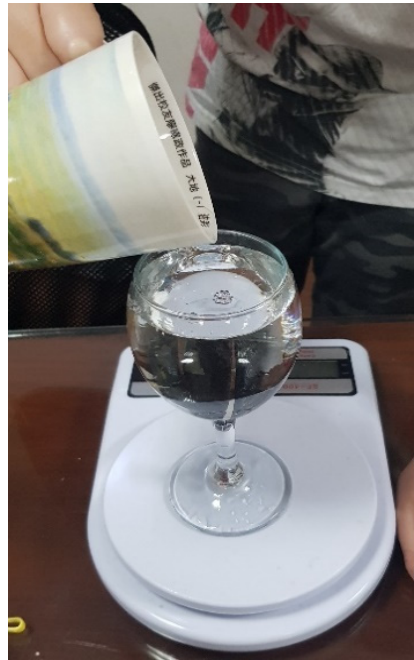
首先感謝台北市萬福國小六年級師生的幫忙，尤其是導師陳雅如老師安排陳周冠、許定璿、游皓景、賈以竹和顏子皓等五位同學；讓學生進行實驗測量、做紀錄；然後寫成本文的初稿。還有要感謝五位學生的家長幫忙實驗測量，跟學生討論，協助找尋器材，讓整體的實驗過程十分順利。最後感謝家長們敦促與檢查學生們的文稿，讓本文順利完成。

參考資料：

1. 國民中小學課程與教學資源整合平臺；
<https://cirn.moe.edu.tw/WebContent/index.aspx?sid=11&mid=6852>
2. 維基教科書：工程材料/玻璃的性質
<https://zh.wikibooks.org/zh-tw/工程材料/玻璃的性質>。
3. 「舉起地球的巨人－阿基米德的傳奇人生」；科技大觀園 <https://scitechvista.nat.gov.tw/c/sKPb.htm>
4. 阿基米德浮體原理；維基百科
<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/阿基米德浮體原理>
5. 浮力原理相關教學影片
<https://www.youtube.com/watch?v=UGu23sYDqqg>、<https://www.youtube.com/watch?v=Ymtd3N0C11M>。

附錄一：利用食物秤測量高腳杯的容積

雖然高腳杯的規格寫的是 255 立方公分，但是還是須要確認高腳杯的容積。如附錄一圖 1 之照片所示，我們用馬克杯慢慢加水，直到高腳杯中的水滿了就停止，並記錄加入水的重量，所得到的結果如附錄一表一所示。因為水的密度等於 1 g/cm^3 ，所以我們可以利用食物秤來測量裝入高腳杯中水的重量轉換為高腳杯的容積。因為秤的精確度是 1 公克，所以我們要有多次測量後，再取平均值，實驗是設定為 5 次測量，表中顯示出測量高腳杯容積的結果，大約是 252.2 立方公分；因此很符合高腳杯包裝盒上標示的規格：255 立方公分。



附錄一圖 1：利用食物秤測量高腳杯內水的重量，因為水的密度為 1 g/cm^3 ，所以可以測得容積。

附錄一之表一：水的重量等於高腳杯容積

次數	盛水重量g =高腳杯容積 cm^3
1	249 cm^3
2	249 cm^3
3	250 cm^3
4	255 cm^3
5	257 cm^3
平均容積	252.2 cm^3

註：另一種方法知道容積是直接測量水的體積，但是因為實驗要學習密度測量，因此利用測量重量的方式，讓學生理解密度的量測。