
升力的實驗

周鑑恆

萬能科技大學 航空暨工程學院航空光機電系

壹、前言

升力 (lift) 是指，氣流流過翼形剖面 (air foil) 時，翼形剖面受到與氣流方向垂直的力；而向著下風方向的力，則為阻力 (drag)。旋翼機 (Auto gyro，並不是直升機)，是利用氣流吹動旋翼 (有如風車) 時，所產生向上的升力，來進行飛行。帆船則利用帆所受之升力在前進方向的分量來推進。所以帆船行駛時，常常同時受一側向的力 (帆所受升力的另一分量)。而眾所周知，飛機機翼受到的升力使飛機騰空。至於現代風車則因葉片所受之升力在旋轉方向的分量而轉動。

升力在工程應用上的重要性已如上所述，升力關乎不少設備或工具的基本運作原理。在學理上，又恰好可以作為流體力學中一項重要範例，反映出流體力學的重點。

大家都知道，飛機能夠在天上飛行，主要是因為飛機的機翼能夠獲得升力。但是升力怎麼來的呢？教科書或坊間科普書籍的說法不太一致，因為這是一個比較艱深的問題，所以答案不是那麼的確定，本文章從數個面向討論升力的來源。

貳、以白努利方程式解釋升力

白努利定律是最常見解釋升力的方法，國內的書籍多是這麼敘述並以此進行討論，不過此說法有缺點。

白努利定律被翻譯成定律，其實不正確，甚至造成誤導。白努利定律的英文 Bernillious equation，正確的翻譯應該是白努利方程式。因為定律在絕大多數情形下都要成立。但是，須在極端理想化的流體狀況下，白努利方程式才成立，所以白努利方程式並不是定律。

作者在此呼籲，以後在國內的相關文章或書籍當中，白努利方程式都不宜再翻譯成白努利定律，更不宜認為白努利方程式是可以應用在任何問題的定律。而事實上，白努利方程式的使用，有相當多限制。

就真實流體而言，白努利方程式，只是一個不錯的逼近。也就是說：能滿足白努利方程式的流體絕無僅有，應用白努利方程式在真實的情形時，都忽略掉一些白努利方程式的嚴格要求。在這些白努利方程式嚴格要求的條件可以大致滿足的情形下，白努利方程式才是較好的近似 (approximation)。

絕大多數的流體都不能同時滿足白努利方程式成立的所有條件，應用白努利方程式的對象，僅能大致滿足白努利方程式

成立的各項條件。滿足白努利方程式的各項條件，事實上不能同時成立，各項條件之間是互相限制的。例如：根據雷諾數的公式，如果流體沒有黏滯性，在大多數情形下，流體都不會是穩流。例如：氣體壓力變化一定伴隨體積變化。

白努利方程式成立的條件如下：(1)流體本身不可壓縮；(2)體本身沒有黏滯性；(3)流體是穩流；(4)流體中沒有渦流。

眾所周知，白努利方程式是能量守恆或是功能原理的簡單結論，就與應用能量守恆原理時一樣，人們必須先知道能量守恆的物體是如何運動的，然後才應用能量守恆去解問題。在應用白努利方程式時，也是如此，必須事先了解氣流是怎麼運動的。另一方面，從氣流必須是穩流這個條件來看，應用白努利方程式之前，顯然必須用種種方法，例如：實驗、假設、推理，先了解空氣或者是流體是如何運動。先知道流體流動的情形，才能將白努利方程式應用在某一條流線上，也就是說：在某一條流線上，流體速度快的地方壓力小，流體流速慢的地方壓力大。

在任意兩條流線之間，白努利方程式不一定成立。換言之，將白努利方程式任意應用在不同的流線上，並不妥當，在教學上甚至造成困惑。

由此可知，白努利方程式只能用來解釋速度較慢的飛機如何產生升力。因為白努利方程式成立條件的限制，白努利方程式較適合用於低速的機翼，一方面可以避免空氣被壓縮，另一方面也可盡量避免發

生紊流（即不再是穩流）。

當然，首先必須假設流體是如何流動的。許多書籍都說機翼上、下方的流體（也就是空氣），會同時到達機翼的後緣。許多人感覺困惑：為什麼會同時到達機翼的後緣呢？

這其實是假設較理想的機翼，也就是說，從地面座標來看（空氣是靜止的座標），機翼劃過空氣後，基本上空氣只留在原地，並且發生向下流動；所以從機翼座標來看，上下翼面的氣流就會同時到達機翼後緣。

如果機翼上下氣流很明顯無法同時到達後緣，表示部分空氣明顯不再留在原地，而與機翼一起向前運動。這樣的情形代表機翼設計錯誤，因為這樣的情形之下，機翼所受的阻力就一定會變得很大。

實驗顯示，機翼下方的氣流稍慢到達後緣，換言之，若稍有攻角（Angle of attack），機翼下方的空氣就被機翼略為前帶動。

因此，就可以假設，機翼上方的氣流因為流過曲面（此為康達效應。康達效應是指，流體流過曲面時會傾向於沿著曲面的表面流動，這個效應發生的原因有些複雜，請參考註解 1），機翼上方的氣流又得要同時達到後緣，速度就會比較快。知道了流體如何運動之後，再根據導出白努利方程式的過程（在一條流線管中推導公式），選定了機翼上方、下方之氣流流線之後（請參見圖一），即可應用白努利方程式於上下兩股流線（Stream line），即

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho gh = P_u + \frac{1}{2}\rho v_u^2 + \rho gh \cdots (1)$$

其中 P_0 代表遠在機翼前方氣流之壓力， ρ 為空氣密度(設為常數)， v_0 為遠在機翼前方氣流的速度(上下兩氣流之 v_0 相等)， h 為上方氣流之高度， P_u 為氣流流經機翼上方時之壓力， v_u 為氣流流經機翼上方時的速度。

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho gh' = P_d + \frac{1}{2}\rho v_d^2 + \rho gh' \cdots (2)$$

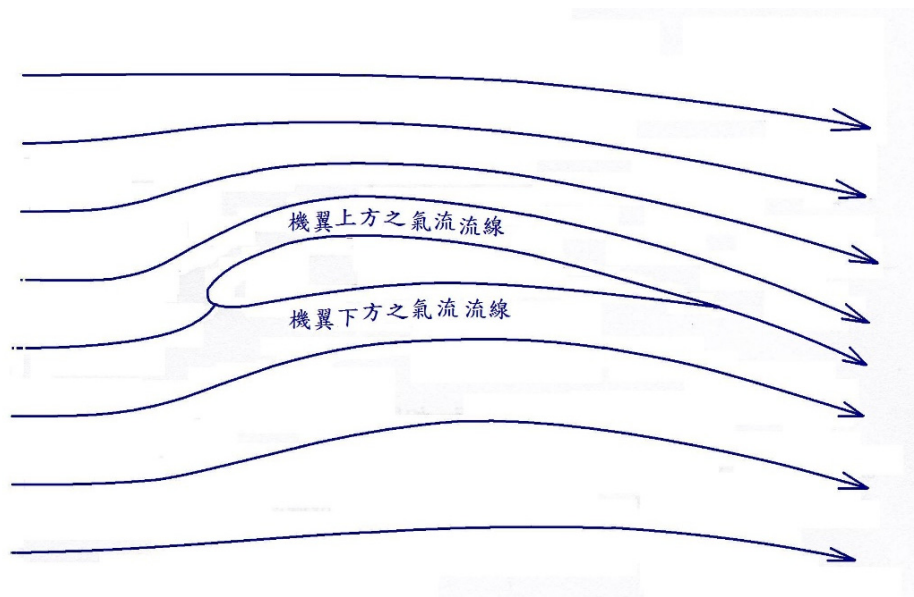
其中： h' 為機翼下方氣流之高度， P_d 、 v_d 分別為氣流流經機翼下方時壓力和速度。其中： $h \approx h'$ ，則合併兩方程式即得：

$$P_u + \frac{1}{2}\rho v_u^2 = P_d + \frac{1}{2}\rho v_d^2 \cdots (3)$$

$$P_d - P_u = \frac{1}{2}\rho(v_u^2 - v_d^2) \cdots (4)$$

最後就可以得到上方的氣流因為速度較快壓力較小，下方的氣流因為速度較慢壓力較大，此壓力差即造成升力。

在風洞的實驗中，可以發現：事實上機翼上方的氣流與下方的氣流，不會同時到達機翼的後緣。而是上方的氣流流得更快一點，下方的氣流流得還更慢一點【見參考文獻 1】。從空氣靜止的座標來看，也就是飛機的機翼劃過空氣的座標，下方的空氣有被機翼向前拖的現象，而上方的空氣被向前拖的情形就不這麼明顯。



圖一：機翼在空氣中向前飛行時，如果從機翼靜止座標來看，也就是說從氣流向後方流動的座標來看，流過機翼四周空氣的流線是向下彎曲的。很明顯地看得出來：上方的流線流過較長的距離，所以速度必須較快；下方的流線流過較短的距離，所以速度比較慢，而假設他們同時到達機翼的後緣。

當然，從公式的推導可以看出，如果飛機速度不快，空氣沒有被明顯的壓縮，在這個情形下，還是可以利用白努利方程式解釋升力。

問題是，現代飛機的速度都非常快，接近音速或者是超音速，空氣已經明顯地被壓縮，再硬套白努利方程式也就不合理，更不利於教學。因為物理學的教學就是要求學生嚴格合理地運用物理定律。

參、以動量變化解釋升力

現代飛機速度動輒接近音速，甚至超音速，如何解釋升力呢？因為牛頓三大運動定律在任何時刻任何地點都必須成立，除非物體的速度接近光速，否則所有的物體都要完全遵守牛頓三大運動體定律，現在航空器的速度雖然很快，但是都遠遠低於光速，所以牛頓三大運動定律都完全適用。流體力學是力學的一支，當然也要完全遵守力學的基本原理。所以絕對可以用動量變化來分析升力。

運用牛頓運動定律來解釋機翼所獲得的升力時【見參考文獻 2.3】，其實利用了兩種理論，其一是多質點系統的計算，其二是牛頓第二與第三運動定律。

獲得的重要結論如(5)式所示。也就是說：一個由許多質點構成的物體，不管它是硬的，或是軟的，不管它是固體，或是氣體，或者是液體，整個物體的總質量，乘以這個物體的質心加速度，會等於作用在這個物體上所有外力的向量和。所謂所有外力是指，力的來源不是這個物體內部

各組成部分之間的作用力，而是由外來的東西對這個物體所施加的力量，用公式寫成(5)式。

$$M\bar{a}_{cm} = \bar{F}_{ext,tot} \dots\dots\dots (5)$$

方程式(5)可以進一步寫成動量變化的公式，如方程式(6)。利用動量變化的公式，首先確認：要將這一個方程式運用在兩個互相作用的物體上，其中一個物體是機翼，另外一個物體是空氣，見圖二。其中空氣不是所有的空氣，而是在大氣當中劃出來的一塊空氣，而這團空氣有個邊界，在飛機飛行時，這個邊界的空氣完全不動。根據力學，如果這個邊界的空氣完全不動，則這個邊界空氣與外界空氣之間的作用力，無論有無飛機在這團空氣中擾動，都不會改變。也就是說：在這團空氣中有些空氣被擾動，或者是這團空氣內部完全沒有擾動，只要邊界的空氣沒有動(密度、靜止狀態等都沒有改變)，則邊界內外兩者之間的作用力都不會改變。

所以這團空氣動量會改變，完全是因為飛機機翼在空氣中擾動造成的。當將公式(6)應用在這樣的一團空氣時，必須找出這團空氣所受的所有外力，包括外界空氣對這團空氣的作用力(始終未改變)，這團空氣所受的重力，以及這團空氣所受飛機機翼擾動的力量。這些力量加起來，在作用一段很短的時間之後，會等於這團空氣的總動量變化量。

現在，假設機翼不動，這團空氣也不動，外界空氣也不動，那麼，機翼作用在

這團空氣的力量，加上這團空氣所受的重力，加上外界空氣對這團空氣的作用力，它們三者的合力要等於零。

結果是什麼呢？這團空氣所受的重力 \vec{W} 、機翼對這團空氣的力量 \vec{F}_{WB} 、以及外界空氣對這團空氣的力 \vec{F}_0 ，三者抵銷。

$$\text{即 } \vec{W} + \vec{F}_{WB} + \vec{F}_0 = 0$$

機翼（必另有力量支撐）對這團空氣的施力 \vec{F}_{WB} ，等於這團空氣對機翼的浮力，這個浮力因為太小，所以通常我們都忽略掉。

當機翼在這團空氣當中飛行的時候，這團空氣開始有動量的變化，這動量的變化完全是因為機翼對這團空氣的作用力造成的。

現在可以看一下這團空氣的動量變化量，假設在圖二所示的 L 平面之後的空氣動量不再明顯增減。這團空氣在很短的時間間隔內，它的變化量剛好等於 δ 區域內的動量。可以寫成公式(6)。

$$\begin{aligned} (\vec{W} + \vec{F}_{WB} + \vec{F}_W + \vec{F}_0) \cdot dt &= \vec{F}_{ext,tot} \cdot dt = d\vec{P}_{tot} \\ = \vec{P}_\delta &= \sum_n^\delta m_n v_n(-\hat{z}) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

其中 \vec{F}_W 是扣除 \vec{F}_{WB} ($= -(\vec{W} + \vec{F}_0)$) 之後，機翼對空氣之施力。 $\vec{F}_{WB} + \vec{F}_W$ 為機翼對空氣的作用力。

在如圖二中 δ 區域薄薄的空間當中的動量，等於此區域中每一小部分空氣向下的速度，乘以每一小部分空氣的質量。

在 δ 區域內每一小部分的空氣質量寫成 m_n ，每一小塊空氣向下的速度與飛機飛行的速度 v_{Ap} 成某種比例，比例係數為 λ_n ，就可以寫成公式(7)。

$$\begin{aligned} \vec{F}_W \cdot dt &= \vec{F}_{ext,tot} \cdot dt = d\vec{P}_{tot} = -\vec{F}_L \cdot dt \\ &= \sum_n^\delta m_n \lambda_n v_{Ap}(-\hat{z}) = M_\delta \tilde{c} v_{Ap}(-\hat{z}) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

公式(7)可以進一步簡化，算出：整個 δ 區域中的空氣質量，大概等於空氣密度，乘以 δ 區域的面積 A 乘以 δ 區域的厚度(就是飛機的速度乘以一段很短的時間)。假設：機翼的面積 S 與 δ 區域面積與 A 之間有正比的關係，即 δ 區域的高度正比機翼的寬度。公式就可以進一步簡化成方程式(8)

$$\begin{aligned} M_\delta \tilde{c} v_{Ap}(-\hat{z}) &= \rho A v_{Ap} \cdot dt \tilde{c} v_{Ap}(-\hat{z}) \\ &= \frac{1}{2} \rho v_{Ap}^2 2\tilde{c} A dt(-\hat{z}) \\ &= \frac{1}{2} \rho v_{Ap}^2 S C \tilde{z} dt = -\vec{F}_L \cdot dt \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

其中： A 是 δ 薄片的面積。 $v_{Ap} \cdot dt$ 是 δ 薄片的厚度， S 是機翼面積， \vec{F}_W 為機翼對空氣的力， \vec{F}_L 為空氣對機翼的升力。

$$\begin{aligned} M_\delta \tilde{c} v_{Ap} &= \sum_n^\delta m_n \lambda_n v_{Ap} \\ M_\delta \tilde{c} &= \sum_n^\delta m_n \lambda_n \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

於是可以導出機翼面積 S 乘以(8)式中新定義的升力係數 C ，會等於兩倍的小 \tilde{c} 乘上 δ 區域(薄片)面積 A ，其中小 \tilde{c} 可以

明確的定義出來，就可以得到升力係數大 C 如方程式(10)所示，於是就可以得出機翼所受的升力如方程式(11)所示【見參考文獻 4】。

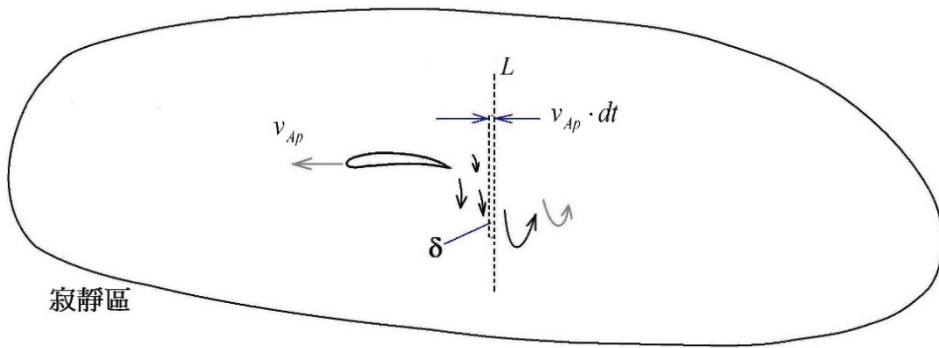
$$SC = 2\tilde{c}A$$

$$\Rightarrow C = \frac{2A}{S} \tilde{c} = \frac{2A}{S} \cdot \frac{1}{M_\delta} \sum_n^{\delta} m_n \lambda_n \dots\dots\dots (10)$$

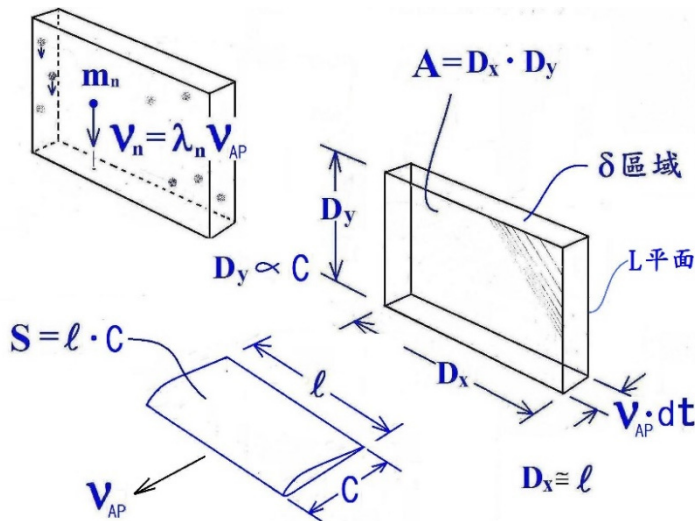
$$\Rightarrow \bar{F}_L = \frac{1}{2} \rho v_{Ap}^2 SC \bar{z} \dots\dots\dots (11)$$

利用牛頓三大運動定律以及多質點系統的原理，不論飛機機翼的速度多快，不管是超音速或是次音速，也不管是如何發生擾流的，大致就可以算出飛機機翼所受的升力。

很明顯得看出來，升力是因為機翼使得空氣向下的動量增加所造成的。



圖二：首先確定我們要考慮的兩個物體，一是機翼，一是選定的一團空氣。主要考慮的是：這團空氣受到的外力，包括這團空氣本身所受的重力、機翼施加在這團空氣上的力量，以及外圍的空氣對這團空氣所施加的力量。如果這團空氣的邊界始終不動，這團空氣與外界空氣之間的作用力，就始終一樣。忽略機翼所受空氣的浮力，只計算因為機翼引起這團空氣向下動量增加而造成的升力。



圖三：圖二選定的那團空氣在此時間內 dt 的動量變化量，其實就等於 δ 區域內的動量。

肆、兩種座標分析同一事實

同一事實(飛機機翼在空氣中飛行的這個事實),可以用不同的座標加以描述。其一的座標就是地面座標,也就是:空氣不動而飛機在飛行的座標。另一個座標就是飛機不動、機翼當然也不動、而空氣向後流動的座標。

在風洞實驗中,飛行器都是固定在偵測器上,用許多偵測器偵測飛行器的各項參數,而讓空氣快速地流過飛行器,以便模擬飛行器在空氣中飛行的狀況。工程師們經常用風洞做實驗,所以比較喜歡使用機翼靜止的座標,也在這個座標當中,使用了許多名詞,例如:層流剝離、剝離點、紊流、失速等等名詞。

在空氣靜止的座標中,其實比較容易從物理學的角度來理解升力的原因,筆者也以空氣靜止的座標,進行上述的理論計算,分析升力發生的原因。

如果能配合在空氣原先靜止座標中的適當實驗,此方面的探究工作就更加完整了。

伍、實驗

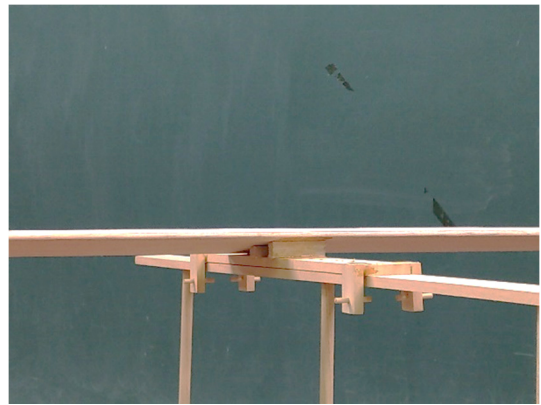
所需的材料如下:橡皮筋、細拉索、巴沙木板、白楊木、AB 膠、砂紙、美工刀、鋸子、鑽頭、乾冰等。

準備工作:

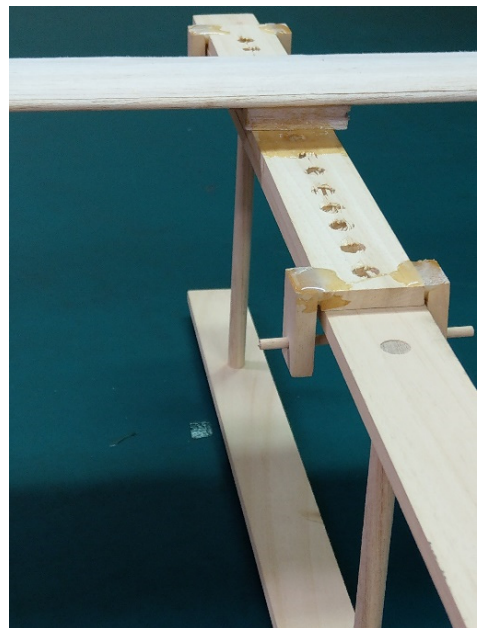
首先先製作飛機的機翼,用巴沙木板經由美工刀的切削與砂紙的打磨,大致做出一般機翼的翼形剖面(airfoil CLARK Y, 翼展 94 公分,弦長 12 公分,攻角 12 度,

最大厚度約 1 公分,重 325 公克)。再製作一具類似單軌車的載台(圖四),將飛機機翼與載台結合在一起,形成一具簡單的飛機。

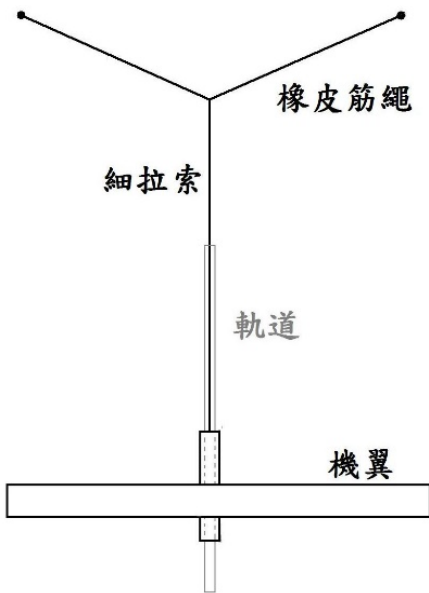
實驗過程:另外做出單軌軌道,讓飛機能在單軌軌道上快速滑行(圖五),再利用一般橡皮筋五條為一股編成橡皮筋繩,做成彈弓(圖六)。



圖四：單軌軌道與載台上的飛機機翼。



圖五：飛機能在單軌軌道上快速滑行



圖六：橡皮筋兩端固定在固定點上，它的功用像彈弓，另外再用細的拉索連結機翼的載台，然後將機翼向後拉，讓橡皮筋蓄積彈性能，鬆手之後就像彈弓，能把機翼向前方快速的帶動，以模擬機翼飛行情形。

操作時，要準備乾冰，乾冰置放在位於整個飛機上方的水槽中，加入熱水，就會產生大量的白霧，白霧會向下緩緩流動而佈滿整個飛機通過的空間。此時，瞬間釋放飛機，飛機會快速通過乾冰霧氣瀰漫的空間，同時攝影。很容易看出：機翼上方的空氣被機翼往下帶動；機翼下方的空氣也被機翼往下帶動，就是因為機翼能迅速地把原先靜止的空氣往下方帶動，使空氣受到一個向下的力量；此空氣受到的向下力量之反作用力，就就是作用在機翼的升力。

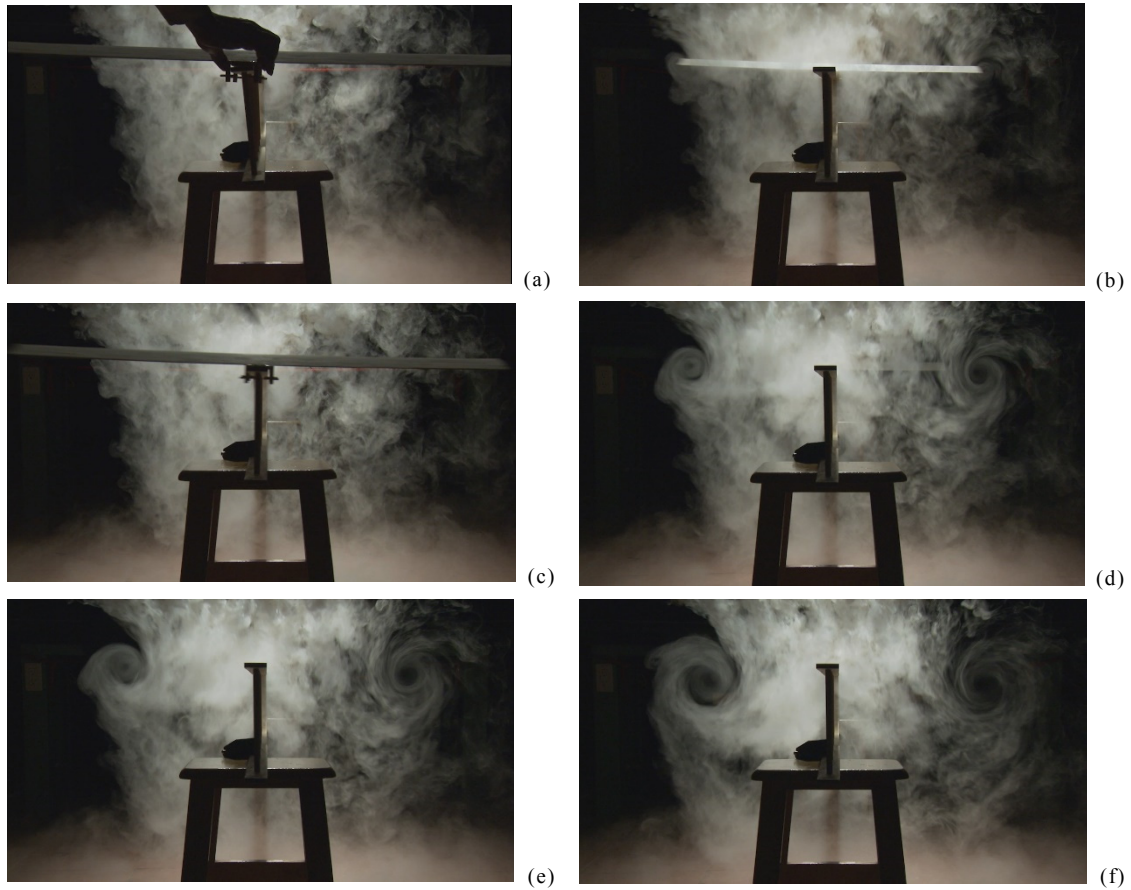
陸、結論

飛機機翼升力發生的原因，曾經是令人迷惑的問題。一方面因為被誤認為定律的白努利方程式被濫用，因而衍生不易自圓其說的說法。白努利方程式在快速飛機上就不適用；如果只用白努利方程式，就不易解釋副翼和襟翼為何可以用來產生更大的升力；另一方面，因為流體力學在教科書上有瑕疵的講述方式，使人們誤以為：不可以利用力學的基本原理來解釋流體的現象。

在白努利方程式成立的條件下，也就是機翼速度（相對空氣的速度）不大，（小於 0.4 馬赫）的情形，正確使用白努利方程式，的確可以解釋機翼的升力。但是機翼速度增加之後，使用白努利方程式就不合理了。另外，用白努利方程式探討副翼和襟翼為何可以增大升力，就比較不容易了。

但是，利用牛頓運動定律探討機翼的升力，顯然更為清楚。值得強調的是：同一個現象或過程，可以從兩個不同的座標觀察。其一是空氣原本靜止的座標，其二是機翼靜止的座標，兩個座標所觀察的現象互相參考，更容易了解升力發生的原因。航空工程師，做電腦模擬或風洞實驗，都傾向於採用機翼靜止而氣流由前方流來的座標。

從空氣原本靜止的座標來看，升力發生的原因，是機翼劃過空氣時帶動空氣向下流動。從理論上可以得出升力係數和升力的公式，也更容易理解失速和高升力裝置的原理。



圖七：(a) 在軌道上的機翼以及載台，載台已經正被拉長的橡皮筋拉住，蓄勢待發。(b) 鬆手之後載台與機翼迅速向前方運動。(c) 機翼正在通過懸浮煙霧的空氣，從煙霧的流動情形已經可以看出空氣被機翼迅速地向下方帶動。(d) 空氣向下方流動不久，在兩側已經開始出現小的漩渦。但此漩渦並非翼尖渦流。(e) 向下方帶動空氣之後，氣流開始向上捲。(f) 漩渦看得非常明顯而且也更為擴大。

所謂高升力裝置也就是各種襟翼、前緣縫翼 (slat) 等，需要高升力的時候，襟翼常常會向下傾斜，前緣縫翼也張開，以更順利的將更多的空氣向下方帶動，使空氣向下的動量變化更大，所以產生更大的升力。當機翼不能順利地將空氣向下方帶動的時候，就會發生失速。

所謂失速，在空氣靜止的座標來看，在機翼後方留下一縷亂流（原本空氣是靜

止的）。從機翼靜止的座標來看，原來前方流來的氣流，以層流的方式，經機翼的引導向後下方流去；發生失速時，層流與機翼剝離，剝離點之後有紊流（空氣靜止座標來看，就是空氣被機翼擾動成為飛行軌跡上的一縷亂流）。

風洞實驗比較常見，但空氣靜止座標的實驗則較為罕見。空氣靜止座標，可以推導出升力的公式。本文提出的實驗，則

可以看出機翼劃過靜止空氣後，空氣被機翼導引而向下流動，但流動過程中，很快又捲起來。這對於了解機翼升力之全貌和搭配理論計算，均十分有價值。

這項實驗可以看出：原來機翼是沿途把具有質量的空氣向下引導，而維持向上的升力。空氣被引導向下流動之後，不會一路向下流去，而是受到更下方空氣之作用力而向上捲起（這不是翼尖渦流（tip vortex），這是尾流（wake turbulence））。許多鳥類人字型或斜邊編隊飛行，正是利用此向上捲的尾流節省力氣。

致謝

感謝科技部科普傳播計畫（編號：MOST-105-2511-S-238-001-MY2）經費支持以及助理鈺婷協助。

參考文獻

- 1、王懷柱(2013)：**揭開飛行的奧秘**。台北市：全華圖書有限公司。
- 2、夏樹仁(2008)：**飛行工程概論**。台北市：全華圖書有限公司。
- 3、周鑑恆(2016)：**流體力學拾趣：飛機、帆船與風車**。台北市：海峽前鋒文化事業有限公司。
- 4、周鑑恆(2016)：機翼所受揚力的簡單推導。**物理教育學刊** 17(2)，15-23。