
考察七年級生於不同類型的求解題的反應

鍾恂恂

國立中山大學 教育研究所

摘 要

本研究旨在探討建構反應題中，面對不同任務類型時七年級生解題時的自我效能信念有何不同。本研究以高雄市某公立國中的兩班七年級學生為樣本，先對兩班的所有學生進行紙筆調查，紙筆調查包含了兩個部分：建構反應試題的測驗部分、針對每一個題目的自評部分，調查後再從兩班各抽出一位學生進行個別訪談，以確認影響學生自評背後的原因。本研究先針對建構反應題中的任務類型作分類，再從 *Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning* 計畫中的認知評量工具選出不同任務類型的題目作為我們的研究工具，並依照既定的評分方式進行評分。從通過的學生群當中檢視他們自我效能的分布，輔以兩位學生的訪談結果歸納出對學生自我效能信念有具影響力的因素為何，從自我評量和訪談的結果皆顯示出兩種不同的任務類型左右了學生的對自己解題時的自我效能信念。本研究除了提供一個分類建構反應題的方式可供往後建構反應題相關的研究時使用，亦建議教學時也應增加使用「求部分解」類型題目的機會。

關鍵字：自我效能信念、建構反應、任務類型

壹、前言

我國的國中教育會考(以下簡稱會考)數學科不僅僅在選擇題上計分，從 2015 年開始非選擇題(建構反應題)也加進了計分範圍。負責會考試務的單位－國立臺灣師範大學心理與教育測驗發展中心(以下簡稱心測中心，2015)所釋出的歷屆考題中，我們可以發現建構反應試題不只在情境上的設計很多元，其實連問題的任務類型也有不同的可能。除了學習成就測驗中所常見的求所有解類型的任務之外，在

2014 年的會考當中還出現了要讓受試者提出理由並判斷對錯的偵錯類型的任務。不像選擇題，建構反應題的任務型態有較多可能，面對不同題目所描述的任務內容，受試者除了需要對題目有正確的理解外，也需要在作答的內容中使用正確的數學語言充分表達出可以支持自己結論的理由。

由於建構反應試題成為每一位國中生在九年級參加會考時都會遇到的問題，加上試題的任務類型變化可以很多，如求

所有解類型、偵錯類型等，所以每一位國中生對於不同類型的任務的作答是值得我們去考察的。學生於建構反應題作答後，評分者往往只能針對該題的評分指引來進行給分，而學生與家長們便可以透過評分規準對於每一個分數所做的描述，進而瞭解自己的能力表現為何。但是僅靠著學生的作答我們只能依據學生所表達出的結果來推測出學生所使用的解題策略等資訊，對於學生作答表現的背後想法則較不易進一步釐清。由於情意領域在數學教育中的議題已經有許多學者致力在其中的研究，並有研究(Schoenfeld, 1985；Silver, 1985)也指出其與數學解題間的相關性，例如，一個可解的問題在短時間內是可以解出來的信念下，會造成的是當學生無法在十分鐘內解題的話則會放棄該題的解題。回到我國的會考，2015年會考時在建構反應試題的作答部分有約30%的空白卷(中央通訊社, 2015)，因為有太多學生放棄了解題，所以會對學生解題動機產生影響的信念來源也是我們所應當注意的。

從解題動機上面影響學生解題結果的有「信念」，那麼還有什麼會影響解題的結果？從Pólya(1945)所提出的解題四步驟：弄清問題、擬定計畫、實現計畫、回顧，可以看出「計畫」對解題結果的影響性。針對文字題的解題過程，Mayer(1987)所提出的四個過程為：問題轉譯、問題整合、解題計畫與監控、問題執行，從這可以看出與Pólya的所提出的「計畫」所扮演的角色類似的是「解題計畫」。再

比照心測中心所公告的評分規準(國立臺灣心理與教育測驗研究發展中心, 2015)，可以知道當中所用的「策略」一詞，則其在解題題當中的角色與上述的「計畫」、「解題計畫」相當。Schoenfeld(1985)在討論解題者挑戰數學解題成功與否的變因時，除了「信念」還提及了「解題策略(又稱作捷思)」對解題的影響性。

儘管會考數學科建構反應試題所測驗的範圍皆不會超出九年級生在國中所學過的範圍，但建構反應試題的任務類型可以多變化，所以在數學知識基礎上學生都會有具備可以解所有出現在會考中的問題的數學知識，但是不一定學生都有適切的解題策略可以進行解題，為了盡早提供國中教師們往後教學時的參考資訊，本研究針對學生在七年級時所具備的信念以及解題表現作探討。由於建構反應試題任務類型的彈性較大，在有限的篇幅下依此目的在本研究先要探討的問題為學生面對解決兩種不同任務類型的問題時的自我效能信念有什麼差異。

貳、文獻探討

依據本研究所要探討的重點：建構反應題、信念，針對以上二者在本研究中所代表的意義作以下的介紹。

一、建構反應題

和我國的國中教育會考數學科一樣，在許多的大型測驗當中都會使用到建構反應題，例如：美國教育進展評量(National Assessment of Education Progress，以下簡稱

NAEP)、國際數學與科學成就趨勢研究 (Trends in International Mathematics and Science Study, 以下簡稱 TIMSS)、國際學生評量計畫 (Programme for International Student Assessment, 以下簡稱 PISA)、QUASAR 認知評量 (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning Cognitive Assessment Instrument, 以下簡稱 QCAI)。

不同於 NAEP、TIMSS 和 PISA, QCAI 和會考在建構反應題的配分上都是固定的 (Dossey, Mullis & Jones, 1993; Nsidorf, Binkley, Gattis & Nohara, 2006), 而且他們對於每一題所訂定的評分指引都是依據該測驗單位所制定的固定評分規準, 不僅每一題的信效度都相當的高, 連評分指引的產出都有經過相當嚴謹的過程 (Parke, Lane, Silver, & Magone, 2003)。儘管分數為固定的, 這並不代表每一個試題所測驗的任務種類或知識層次都相同。由於配分只有 2 種等級 (即為只有 1 分和 0 分兩種選擇) 的建構反應題, 通常為不需看過程只從答案判斷給分的題目, 所以我們從配分方式大於三等級的題目來看建構反應題有哪些曾出現的任務類型, 而配分方式大於等於三等級的: QCAI (5 等級)、會考 (4 等級) 和 NAEP 中部分 5 等級的題目。

這些建構反應的題目除了可以用 Pólya (1945) 的方式將之分類為求解題 (Problem to solve) 與求證題 (Problem to prove) 兩類之外, 本研究再從 Pólya (1945) 的所介紹的求解題、求證題兩種題型, 依

據已出現過的任務進而從中再細分出任務類型。

(一) **求證題**: 最終說明某個清晰陳述的判斷成立還是不成立, 並且須通過證明該推斷成立或不成立來作出最終的回答 (Pólya, 1945)。依據任務最終所要求的作答類型, 研究者又將求證題分成偵錯類型、直證類型。

1-1. **偵錯類型**: 判斷題目敘述是否有誤, 或是從已知敘述中有誤的題目找出錯誤, 並需要提出足以支持自己判斷的理由, 而反證法則是常見用於此類型問題的作法之一。

1-2. **直證類型**: 題目有提供條件以及結論, 不需要偵錯, 僅需要利用條件推論出目標結論。

(二) **求解題**: 以嘗試去發現、得到、獲取、產生, 或者構造所想像去得到問題的未知數 (Pólya, 1945)。依任務的要求的作答類型, 研究者又將求解題區分出求部分解、求所有解兩種題型。

2-1. **求部分解類型**: 從題目條件中求出合乎目標狀態的解。

2-2. **求所有解類型**: 從題目條件中求出合乎目標狀態的所有解, 所以必須要呈現答案即為所有解的求解過程, 依據題目中所有解的個數又可以再分為唯一解類型與多解類型的題目。

雖然會考執行至今只有三次, 但以上四種任務類型, 會考數學科的非選擇題當中都出現過。例如, 103 年的非選擇題第一題中就包含了偵錯類型的小題與求部分

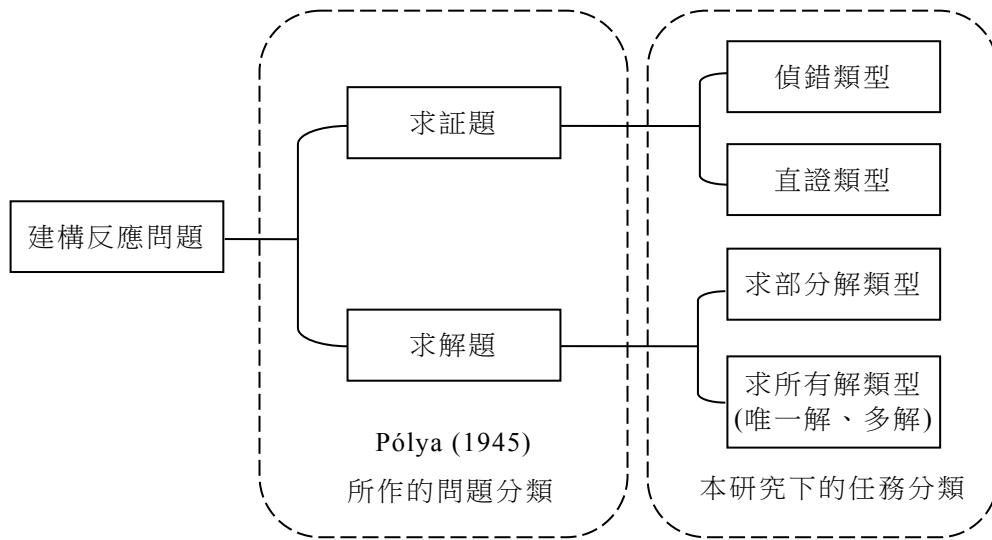


圖 1 建構反應問題的分類

解類型的小題、102 年非選擇題第一題與 104 年非選擇題第一題皆為求所有解類型的題目、102 年到 104 年的非選擇題第二題則皆為直證題。雖然偵錯類型與求部分解類型的題目在會考中所占的比例看似非常少，又被當成小題合併在一題當中，但是在 QCAI 與 NAEP 題目的類型中卻不難常常看到這樣類型的題目，例如，Parke、Lane、Silver 和 Magone (2003) 中所用到的 QCAI 的題目、Kenney 和 Silver (1997) 中所用到的 NAEP 的題目。

二、信念

對於學生的數學成就與情意領域因素間的關係，其實也不乏有許多專家投入在其中的研究，例如，林碧珍(2012)曾喚起我們從 TIMSS 的結果去觀察情意因素在數學成就上的影響。在研究情意領域的相關研究當中，Mandler (1984) 提出了在數

學教育中分析情意領域時的三個重要的要素：信念、態度、情緒。從 Mcleod (1992) 的觀點來釐清情意領域中的三個要素的不同，Mcleod 舉出例子：關於解題的信心是屬於信念要素中的變數之一、喜歡/不喜歡解題的傾向則是屬於態度要素中的變數之一、在解非常規的問題時所產生愉悅感受則是屬於情緒要素中的變數之一，但是情緒的產物是相對短暫的。

Reyes (1984)對情意變數的研究中，從多篇研究 (Fennema & Sheman, 1977; Fennema & Sheman, 1978; Armstrong, 1980)指出了中學生信心與數學成就間有正相關性，且是相對於其他情意變數強烈，其結果也顯示出對於中學生的研究裡的信心與數學成就間的相關係數皆高過 0.40。綜合 Mcleod(1992)的觀點來解讀的話，則正好與 Schoenfeld(1985)的論點相符合：信念是影響解題的重要因素之一，而

信念當中的信心又與數學成就間呈現正相關性。

關於信念，還有 Bandura (1977, 1986) 提出的自我效能 (self-efficacy) 以及自我概念 (self-concept) 的理論，Bandura 特別強調了兩者的差異是在於一般與特定下的自我能力判斷。例如，出現在自我概念的問卷的問題就會是較全面的判斷：「你是位優秀的數學學生嗎？」；相對於自我概念，自我效能的問卷的問題就會是較針對特定的能力作判斷：「你可以解決這個特定的問題嗎？」。在 Reyes (1984) 研究信心與數學成就時也使用自我概念一詞，並且當中的學習數學的信心與特定於數學科自我概念兩詞所代表的意義是相通用的。Pajares 與 Miller (1994) 也依據 Bandura (1977, 1986) 對自我效能和自我概念所作的詮釋，也用特定性的有無將自我效能和自我概念作區隔，並針對自我效能和自我概念對於數學解題表現作了研究，結果顯示了對於解題表現自我效能比自我概念更具影響力。因此，研究者在本研究中所要調查的信念為學生於解決特定問題的自我效能信念，雖與解題的信心是相近的，但要注意與 Reyes (1984) 的自我概念作區隔以避免一般的自我概念用詞混淆。

再拉回到解題的信念，值得我們注意的是 Schoenfeld (1985) 曾提出一個常見於學生解數學問題時的典型信念：若學生認為它是一個可解的問題，則在 10 分鐘以內可以解答出來；若解題時間若超過 10 分鐘，則會放棄繼續解題。換句話說，這解

題信念也就可能降低了學生對某些較耗時解題類型題目的作答動機，如較不熟悉的情境問題，或較不熟悉的任務類型都有可能。此外，調查學生對每一題的自我效能亦是重要的，以本研究的目標來說，所要調查的自我效能信念是關於學生對於自己能否完成某一特定問題的信念。本研究中所針對解題者探討的「自我效能」是解題者在特定單元下的數學解題能力判斷，根據 Bandura (1977, 1986) 對自我效能與自我概念所做的詮釋，本研究中的「自我效能」是屬於處理較特定情境下的自我效能信念。本研究選擇以此作為我們考量的信念，也是因為 Pajares et al. (1994) 的研究結果顯示了對於數學解題自我效能比自我概念的影響更甚。

自我效能測量的工具中的測量內容，會因所關注領域有所不同。Bandura 在 1990 發表了一份多向度的自我量表，每個分量表題數在 4-11 之間。若所探討的領域較一般則是有常見的有一般性自我效能量表 (例如 黃毓華、鄭英耀，1996)，若是只針對特定學科學習則也是有，例如針對國中生理化學學習所發展的自我效能量表 (翁敏庭，2000)。常用的測量方法有 Likert 五等選項量表，或是「非常不同意-大致不同意-有點不同意-有一點同意-大致同意-非常同意」的六等選項量表 (例如 Bandura, 1990; 梁茂森，1999)。Charles 與 Lester 與 O'Daffer (1987) 提出的數種評量方式中，訪談學生以及學生的自我評量兩種方式可以有助我們得到信念方面的資

訊。雖然訪談可以讓我們得到更多更深入的資訊，但是這方式是非常的耗時；反之使用自評的話，則是可以讓我們一次處理大量資訊，並從中得到學生可能的信念。此外，在研究自我效能的工具中也是會用到類似的方式，例如，要求學生對自己可以解決特定數學問題的信心進行評分 (Hackett & Betz, 1989)。

參、研究方法

一、研究對象

高雄市某公立國中的兩班七年級生，皆為一般班級。學生與導師間的關係非常良好，每班各 28 人，導師們對於班上每位學生的狀況都有掌握。此外，由於師生關係相當良好，所以在施測時由導師請學生配合的事項學生近乎全都配合了，也因此學生都非常認真看待我們的所施測的問題，並且作答的態度是認真的。

二、研究程序

依據先前使用過 QCAI 題目施測的結果 (Leung & Wu, 2009)，研究者再次對題目研究的難度進行探討，由此決定各題的難度順序，並依難度排序施測問題。接著對從未接觸過本研究試題的研究對象共 56 人進行紙筆測驗，並請所有學生於作答後在問卷區進行圈選回答。紙筆測驗結束並確認學生都回答完問卷後，從兩班的學生當中各選出一位學生進行進一步的訪談，從當中檢視學生於紙筆作答時的背後想法。從研究程序中依序得到的作答反

應、問卷反應、訪談結果，進行三角交叉檢視進而推論出研究結果。

本研究最後只針對施測的問題中選出單元相同(因數與倍數)的題目作比較，並從題型、與難度探討對學生的影響。

三、研究工具

由於 QCAI 的評分方式與會考類似，皆依據固定的評分規準制訂出每一題的評分指引，並依此對每一題作整體性評分 (holistic scoring)，所以在紙筆測驗中所使用的建構反應試題為來自 QCAI 的題目 (Parke et al., 2003)。在此工具中，研究者們將題目翻譯後並有依臺灣境內的環境對題目情境作些微的調整，評分的工具則採用 QCAI 對每一題作制訂的評分指引來決定每一分作答的應得分數，若是有無法對應到評分指引的情形，評分者則會依據評分規準來給分。本研究主要為了探討求解題下了求部分解以及求所有解兩類型的題目，所以每一類型都各至少有 3 題以測量學生在解該類形問題時的自我效能，因此共使用了七題求解題。本研究找來了熟悉國中數學科測驗的教師以及研究人員，說明了本研究所分類出的任務類型的定義後，由這些專家將這七個問題在認知範疇下所屬的分類以及任務類型勾選出來且說明勾選理由。勾選結果中屬於求部分解的題目有三題，求所有解的題目有四題，相當平均。雖然在認知範疇上的分布在每個專家看來也是相當平均，但是考慮到在認知範疇上專家的見解可能會因為所解讀到

的測驗目標單元或是 Bloom 新舊版本的不同而各有不同的角度，雖然對於各題的認知層次順序大致是一致的。對此，研究者統一讓諮詢專家們依據舊版 Bloom 的認知領域教育目標分類與本研究所提出的任務類型描述(也同時告知他們這些題目所測驗的目標單元為何)，來檢視施測要用的題目是否符合本研究的目的，並在決定每一題的認知分類時研究者和諮詢的專家們參考了 Anderson 和 Krathwohl (2001)對認知的看法輔以去分析學生在解這兩題時牽涉了什麼樣的知識以及認知歷程。本研究所使用的七題在類型向度與認知範疇所屬的分類分別如表 1 所示。

在前述的研究中有指出對於學生的

解題表現，自我效能比自我概念可以更具影響力(Pajares et al., 1994)，所以本研究選擇調查學生的自我效能：針對每一題問學生覺得自己是否能解決這一題。因此，為了解學生對於各題的解題表現上的信心為何，除了事後訪談外，本研究還參考了 Charles et al. (1987)和 Hachett et al. (1989)所提出的自評方式，藉此希望在釐清學生解題信心的部分的資訊有幫助，所以在學生作答完後，會有自評量尺區讓學生自行圈選認為的所能得到的分數，在施測同時也有跟受測者說明各分數所代表的意義。例如，若你覺得你只能答對一半就圈選一半的分數—2 分；若是你覺得你完全答對了就圈選滿分—4 分。

表 1 新版 Bloom 認知領域教育目標分類系統 (譯自 Anderson et al, 2001, p28)

任務類型	認知範疇					
	知識	理解	應用	分析	綜合	評鑑
偵錯						
直證						
求部分解			1,2	5		
求所有解(唯一解)		3,7	6	4		
求所有解(多解)						

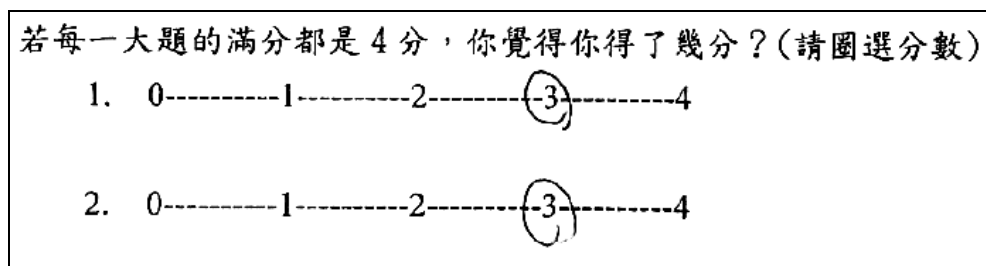


圖 2 解題者的自我評量區塊

伍、研究結果

依據題號，將各題的有效卷數、該題得到滿分(4 分)的人數(在全部人數中所佔的百分比)、自認該題可以得到滿分(4 分)的人數(在全部人數中所佔的百分比)、滿分且自認得到滿分的人數(滿分人數中自認有得到滿分的人數的百分比)，以上四個欄位的結果整理如表 2。

從以上七題比較每一題滿分人數以及自認得到滿分的人數，觀察到「求部分解」類型的題目(第 1、2、5 題)下自認得到滿分的人數皆比實際得到滿分的人數少，但「求所有解」類型的題目(第 3、4、6、7 題)下自認得到滿分的人數不一定會比實際得到滿分的人數少，在第 3 題自認得到滿分的人數甚至是實際得到滿分的人數的二倍多。由於各題的難度不一，所以接著從各題的滿分人數中看其中自認自己可以得到滿分的學生有多少比例，「求所有解」類型的題目(第 3、4、6、7 題)下得滿分的學生當中認為自己可以得到滿分的人數百分比在每一題都達一半以上的百分比，反觀「求部分解」類型的題目下得滿

分的學生當中超過百分之五十認為自己可以得到滿分的題目只有一題。

接著研究者挑出了第 1 題與第 4 題(如附錄)來進一步探討他們得不同之處，這兩題處理的數學知識皆為第一冊中的單元，依序分別為「最大公因數與最小公倍數」章節與緊鄰在後的「分數的乘除與四則運算」章節(皆屬於「數與量」主題能力)，而且本研究所諮詢的專家們一致認為第 4 題在認知向度上高於第 1 題(見表 1)，這兩題在滿分人數上的多寡實際上也和其難度一樣，第 1 題高過第 4 題；但得到滿分的學生們在第 1 題只有 49%認為自己可以解決這一題，在第 4 題則有 60%的學生認為自己可以解決這一題，在數據的顯示上，得到滿分的學生們在解題時卻似乎不這麼認為自己比較可以解決第 1 題勝過第 4 題。此外，研究者把每位受試的學生對第 1 題和第 4 題的得分低估多寡(實際得分－自評得分)作成對樣本 t 檢定，發現學生在第 1 題低估自己得分的狀況顯著多於在第 4 題低估的狀況 ($t=3.093, p < .05$)。

表 2 施測結果

題號	有效卷	滿分	自認滿分	滿分且自認滿分
1	56	35 (63%)	20 (36%)	17 (49%)
2	51	18 (35%)	14 (27%)	9 (50%)
3	55	8 (15%)	23 (42%)	4 (50%)
4	54	15 (28%)	13 (24%)	9 (60%)
5	52	40 (77%)	24 (46%)	22 (55%)
6	48	25 (52%)	20 (42%)	13 (52%)
7	51	13 (25%)	19 (37%)	8 (62%)

本研究為了進一步驗證上述對第 1 題和第 4 題所呈現數據結果所作的推論，挑選了兩位在第 1 題得到滿分的學生進行訪談，有一位是較有自信的學生甲，針對後面較難的題目也多認為自己能夠通過拿到 4 分；另一位是較謙虛的學生乙，針對前面較簡單的題目，即使通過了也多認為自己仍不能完全達到滿分 4 分。然而，這兩位學生雖然實際上都通過了第 1 題，但是在自評方面兩者皆不認為自己能通過這一題。進一步問他們覺得自己的答案是否正確時，兩人皆認為答案是正確的；再進一步問那為什麼還是認為自己無法通過的原因時，使用代入檢驗求解的學生甲認為自己的所使用的策略的技巧太低，但這一題又讓他想不到其他更有技巧性的策略，所以儘管有找到了正確的答案，但是在策略的技巧上讓他覺得自己無法在這一題得到滿分；使用求公倍數的程序知識求解的學

生乙認為這一題的答案很多，但是這一題只要求解題者寫出兩組解讓他覺得很不放心，所以追問學生乙在另一題(第 2 題)同樣為求部分解類型的求解題是否可以解決，學生乙一樣認為自己無法通過這一題，儘管實際上那一題的作答也有通過。

研究者：(指著第 1 題)你覺得你寫在上
面的答案是對的，又為何會覺
得你無法在這題得到滿分？

學生乙：這題有很多答案，只寫兩個覺
得毛毛的。但是又想不到把所
有答案寫出來的方法。

研究者：(指個第 2 題)那麼你覺得你這
裡的答案是對的嗎？

學生乙：(點頭)

研究者：但是你在上面不是圈 4 耶。

學生乙：也是想不到把所有的寫出來的
方法。

1. 宜真跟維哲都在餐廳裡打工。宜真負責賣吃的，一天可以賺 750 塊；維哲負責清潔桌面，一天可以賺 500 塊。已知兩個人打工的天數並不相同，但最後賺到的錢是一樣的。

(1) 兩個人各工作了幾天？請寫出你是如何得到該答案。

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 750} \quad 500 \\ 2 \overline{) 150} \quad 100 \\ 5 \overline{) 75} \quad 50 \\ 5 \overline{) 15} \quad 10 \\ \quad \quad \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

$$5^3 \times 2^2 \times 3 = 1500$$

$$1500 \div 750 = 2$$

$$1500 \div 500 = 3$$

用短除法算出答案
再分別加上 750 和 500

答：宜真工作了 2 天，維哲工作了 3 天。

(2) 這一題不只有一個答案，試著找出另一個答案，並寫出你是如何得到該答案。

$$1500 \times 2 = 3000$$

$$3000 \div 750 = 4$$

$$3000 \div 500 = 6$$

把算出來的最小公倍數
乘以其他數再分別加上 750 和 500

答：宜真工作了 4 天，維哲工作了 6 天。

圖 3 學生乙在第 1 題的作答反應 (應得 4 分；自認 3 分)


接著，針對第 4 題(三角形題)詢問了甲、乙兩生的看法，甲生認為自己在這題的得分可以是滿分，並表示因為這一題沒有其他的可能答案，所以才會認為自己可以通過這一題；使用代入檢驗求解的乙生則表示，雖然自己的答案有通過檢驗，但是因為沒有檢驗其他可能的答案，所以對自己的解題策略不是很確定，因此不認為自己能通過這一題。

雖然在 Parke et al. (2003) 所附上的作答示例當中，並沒有看到使用求公倍數的程序知識來解題的示例，但由於在第 1 題和第 4 題當中的概念知識皆是屬於本研究施測學生們已經學習過的單元的知識，所以多數學生在解第 1 題時偏好直接進入求公倍數的程序，而第 4 題則多使用分數列出的算式來檢驗求解。雖然從學生的訪談當中可以看出兩位學生對於代入檢驗策略(學生甲-第 1 題、學生乙-第 4 題)的看法，但是使用代入檢驗策略進行兩題解題的學生仍不多數，所以在本文中就不針對學生對於代入檢驗策略的想法作進一步的討論了。

從甲、乙兩生的訪談結果以及兩題的通過人數來討論學生在解第 1 題與第 4 題時，對自己能否解題的信念上的影響，由於兩題所對應到的概念知識是相同主題能力下的部分，通過率所呈現的難度上的高低與認知範疇下的高低相同，皆是第 4 題的難度高於第 1 題，但學生在認為自己能否解題的程度上卻又是相反。然而在訪談時，學生明確地陳述出了「對於三角形題的解題自信」比「對於打工題的解題自信」高的原因在於題目中的任務要求，同時呼應了紙筆測驗的結果：對於求部分解類型的題目，比較無法認為自己能夠完全正確作答。

另外，自認滿分的百分比遠大過的真正滿分的百分比的第 7 題(求所有解類形)，學生甲和學生乙都正好因為過程只有求解的算式，但是列出算式的理由不夠充分只得到

4. 下面有一些一樣大的三角形；



(1) 要再加幾個黑色三角形，才能使得黑色三角形是全部三角形的 $\frac{1}{2}$ ？請解釋你是如何得到該答案。

白三角有 6 個 $11+1=12$
 黑三角有 5 個 $12 \times \frac{1}{2} = 6$
 $6-5=1$ $6-5=1$

答：再加 1 個黑色三角形。

(2) 要拿掉幾個黑色三角形，才能使得剩下的三角形中，有 $\frac{1}{3}$ 是黑色的？請解釋你是如何得到該答案。

白三角有 6 個 $3+6=9$
 設黑三角拿了 x 個 $9 \times \frac{1}{3} = 3$
 $5-x=3$ $5-3=2$

答：拿掉 2 個黑色三角形。

圖 4 學生甲在第 4 題的作答反應 (應得 4 分；自認 4 分)

了 3 分, 但是學生甲正好就是很有信心認為自己可以在這題得到滿分的學生。

研究者: 你可以聊聊你如何在這一題得到 4 分?

學生甲: 這一題用到的是放大的概念

研究者: (指著學生甲所列的除法算式)

那你的這個式子已經有表達

到你的概念了嗎?

學生甲: (點頭) 用這個算出來的答案是對的

在 Parke et al. (2003) 的評分指引當中, 也是將使用放大概念的學生作答列為滿分, 也有強調只用除法算式求解的作法當作過程是不充分的, 所以只能有 3 分, 而本研究中像學生甲這樣的學生就有 8 人。學生甲對於概念的使用雖然是正確的, 但是在表達上卻不與想法同步。由於答案可以簡單算出唯一的一組, 儘管表達的過程中有瑕疵, 在有列出了算式的前提下使得學生甲認為自己可以得到滿分。但第 7 題(主題能力為「統計與機率」)和第 1、4 題(主題能力為「數與量」)的所測驗到的主題能力並不相同, 所以本文中便不再將第 7 題與他們作比較。

陸、結論

由於學生對於題目去判斷能否解題的自信會影響他們自己的堅持解題動機的強弱, 有所以本研究探討了不同的任務類型與學生解題的自我效能信念間的關聯性。為了進一步調查不同任務類型對學生解題的自我效能信念間的影響, 本研究把

Pólya (1945)對題目類型所作的區分描述, 再進一步針對每一類型的題目的任務內容作區分, 因此共得到了四種任務類型: 偵錯類型、直證類型、求部分解類型、求所有解類型, 且每一種任務類型都有在會考數學科非選擇題中出現過, 不僅如此這四種類型也就囊括了會考中所有出現過的建構反應題的類型。

本研究不僅分類題目中的任務類型, 當中還針對其中兩種任務類型進行進一步探討學生對於該類型任務的自我效能信念, 並得到了值得注意的結果: 相對於「求部分解」類型的任務, 許多學生對於「求所有解」類型的任務比較有信心, 儘管前者題目的難度較後者題目的難度低。對此, 也提醒我們在調查學生對於解題時的自我效能時可能需要多注意到會影響結果的變因—題目中的任務類型。此外, 學生對於自己是否能解特定數學問題的信念會影響學生放棄解題的與否, 所以本研究的對象設定為七年級的學生, 也可以讓教學者有更多的準備時間, 好讓學生有增強自我效能的經驗等。雖然在評改求部分解類型的任務中, 評分者需要一一去另行確認該生的答案是否正確, 無法像求所有解的類型的任務, 可以從唯一的答案組合快速地判斷每個學生的答案是否正確, 但是透過本研究對於任務類型的探討, 知道這任務類型的題目也會出現在會考當中, 也其實已經出現過在會考當中, 所以教學者更需要注意學生對於解不同任務類型題目時的信念上的差異。

除了本研究中所提到的兩種任務類

型，往後的研究仍可繼續使用本研究中的分類對所有的任務類型的題目有更全盤的深入探討比較。

參考文獻

- 中央通訊社 (2015): 會考數學非選 3 成學生棄作答。2015 年 6 月 5 日, 取自 <http://www.cna.com.tw/news/aedu/201506050206-1.aspx>
- 林碧珍 (2012): TIMSS 2007 臺灣四年級學生的數學成就及其相關因素之探討(下)。科學教育月刊, 354, 2-10。
- 翁敏婷. (2000): 國中生理化學習環境知覺及其學術地位、自我效能關係之探討。台北: 國立臺灣師範大學科學教育研究所碩士論文
- 國立臺灣師範大學心理與教育測驗研究發展中心 (2015): 提供國中教育會考數學科非選擇題 1 分樣卷說明。2015 年 6 月 5 日, 取自 http://cap.ntnu.edu.tw/documents/PressRelease1040408_mathsample.pdf。
- 教育部 (2008): 國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北市: 教育部。
- 梁茂森 (1999): 國中生學習自我效能量表之編製。教育學刊, 14, 155-192。
- 黃毓華、鄭英耀 (1996): 一般性自我效能表之修訂。測驗年刊, 43, 279-286。
- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J. & Wittrock, M. C. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's educational objectives*. NY: Longamn.
- Armstrong, J. M. (1980). *Achievement and participation of women in mathematics: an overview*. Denver: Education Commission of the States.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84(2), 191-215.
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Bandura, A. (1990). *Multidimensional scales of perceived self-efficacy*. Stanford, CA: Stanford University.
- Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dossey, J. A., Mullis, I. V. & Jones, C. O. (1993). *Can students do mathematical problem solving? Result from constructed-response questions in NAEP's 1992 mathematical assessment*. Washington, D.C.: National Center for Education Statistics.
- Fennema, E. H. & Sherman, J. A. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. *American Educational Research Journal*, 14(1), 51-71.
- Fennema, E. H. & Sherman, J. A. (1978). Sex-related differences in mathematics achievement and related factors: A further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9(3), 189-203.
- Hackett, G. & Betz, N. E. (1989). An exploration of the mathematics self-efficacy/mathematics performance correspondence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 261-273.
- Kenney, P. A. & Silver, E. A. (1997). *Results from the Sixth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*. National Council of Teachers of Mathematics, 1906 Association Drive, Reston, VA 20191-1593.
- Leung, S. S., & Wu, C. -J. (2009). *Assessment and school visits and as an initial step in an enhancement project for schools in Kaohsiung with low achievers in mathematics*. International Conference of the 4th Symposium on Quality Education: Research and Evaluation for Quality Education. June 12th, 13th, 2009, National Taiwan Normal University.
- Mandler, G. (1984). *Mind and body: Psychology of emotion and stress*. New York: Norton.
- Mayer, R. E. (1983). *Thinking, problem solving, and cognition*. San Francisco: W.H. Freeman & Co.
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. Boston: Little, Brown.

Mcleod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 575-596.

Neidorf, T. S., Binkley, M., Gattis, K. & Nohara, D. (2006). *Comparing Mathematics Content in the National Assessment of Educational Progress (NAEP), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), and Program for International Student Assessment (PISA) 2003 Assessments (NCES 2006-029)*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Pajares, F. & Miller, D. M. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 193-203.

Parke, C. S., Lane, S., Silver, E. A. & Magone, M. E. (2003). *Using assessment to improve middle-grades mathematics teaching and learning*. National Council of Teachers of Mathematics.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University.

Reyes, L. H. (1984). Affective Variables and mathematics education. *The Elementary School Journal*, 84(5), 558-581.

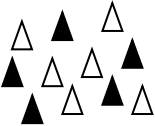
Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Silver, E. A. (1985). Research in teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and directions. In E. A. Silver (Eds.), *Teaching and learning mathematical problem solving* (pp. 247-266). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

投稿日期：104 年 07 月 18 日
接受日期：105 年 02 月 16 日

附錄

本研究所以探討的試題

<p>第 1 題</p>	<p>宜真跟維哲都在餐廳裡打工。宜真負責賣吃的，一天可以賺 750 塊；維哲負責清潔桌面，一天可以賺 500 塊。已知兩個人打工的天數<u>並不相同</u>，但最後賺到的錢是<u>一樣的</u>。</p> <p>(1) 兩個人各工作了幾天？請寫出你是如何得到該答案。 [作答欄位] 答：宜真工作了____天，維哲工作了____天。</p> <p>(2) 這一題不只有一個答案，試著找出另一個答案，並寫出你是如何得到該答案。 [作答欄位] 答：宜真工作了____天，維哲工作了____天。</p>
<p>第 4 題</p>	<p>下面有一些一樣大的三角形；</p>  <p>(1) 要再加幾個黑色三角形，才能使得黑色三角形是<u>全部</u>三角形的 $\frac{1}{2}$？請解釋你是如何得到該答案。 [作答欄位] 答：再加____個黑色三角形。</p> <p>(2) 要拿掉幾個黑色三角形，才能使得剩下的三角形中，有 $\frac{1}{3}$ 是黑色的？請解釋你是如何得到該答案。 [作答欄位] 答：拿掉____個黑色三角形。</p>

A Study on 7th Grade Students' Response to Items of Different Task Types

Hsun-Hsun Chung

Institute of Education, National Sun Yat-sen University

Abstract

The major purpose of this study is to investigate Taiwanese 7th grade students' self-efficacy beliefs about the problem-solving performances on constructed-response questions, and to examine the relation between the beliefs and the types of the tasks. This research classified the constructed-response questions in terms of task types, and applied two different task types to students from two classes of a public junior high school in Kaohsiung. The constructed-response items applied in this study is selected from Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning Cognitive Assessment Instrument. The investigator asked students to solve these constructed-response items and rate their own performances. Additionally, interviews were conducted to further investigate their self-assessment given in the written test. The results from the self-assessment and the interviews indicated that the task types affected students' self-efficacy beliefs. From the task types classified, this study provided an alternative to the classification of the constructed-response items. The investigator also recommended applying more "finding partial solution(s)" type of questions in mathematics classrooms.

Keywords: self-efficacy belief, constructed-response, task type