

---

# 看資優生玩科學玩具

楊惠后

臺中市私立曉明女子高級中學

## 壹、前言

機緣下拜讀了刊登在科學教育月刊第 362 期中一篇大作科學玩具的設計與整合(許良榮 1、周偉苓 2、彭婷莉 3, 2013), 提到 Guemez, Fiolhais & Fiolhais (2009) 認為在教學中, 無論以講述或示範, 科學玩具可以引發學生的學習動機, 並促使學生以科學觀點玩玩具。O'Brien (1993) 認為科學玩具可以協助將科學中抽象的概念, 轉化為學生真實生活經驗的具體概念。因此有不少學者認為利用科學玩具從事科學教學, 能讓學生在快樂中學習科學原理, 有事半功倍的效果。O'Brien (1993) 以及 Almqvist (1994) 更指出任何玩具都可以具有教育功能。換言之, 只要能達成培養學生理解科學概念、正向科學態度、養成科學方法, 以至於解決問題能力、科學創造力等等, 都可以成為一種「科學玩具」。但是無論如何, 成為「科學玩具」的首要特徵是: 好玩! 亦即必須吸引學生的興趣, 使學生願意主動的進行操弄。

## 貳、「科學玩具」的活動課程

今年度筆者銜命接下本校國中部一、二年級共七位資優生的外加式數學資優教學工作, 在上下學期各六次的課後活

動中, 除了 AMC8 的預備知識講授及歷屆試題演練外, 依著前言的主旨, 本人引用或費心設計了六個從玩中學的操作課程, 均是利用科學玩具(或教具)來引導學生主動建構一些數學概念, 再整理歸納成一個結論;藉此增強學生解決問題的能力或培養學生的觀察力及創造力, 甚至是數學方面的美感。這些課程分別是:(1)數謎(Cryptarithm)、(2)拉密卡(Rummikub)、(3)珠璣妙算(Mastermind)、(4)河內塔(Tower of Hanoi)、(5)莫比烏斯帶(Möbius strip)、(6)七巧板(Tangram)。最值得一提的是在數謎課程結束後, 我們師生八人利用寒假時間分別設計出別具巧思的數謎, 並將這些作品結集成冊, 取名數謎曉集, 計劃作為未來永續的教學課程。現在, 我將這些科學玩具的精華內容或成果摘要如下, 並懇請不吝賜教。

### 一、數謎(Cryptarithm)

所謂「數謎」是一個算術問題裏, 以字母代替數字構成謎面。謎題就是去找出原來的數字。每一個字母代表一個確定的阿拉伯數字, 且每一個阿拉伯數字僅有一個字母為其值。最有趣的數謎往往能夠形成某種英文上的意義! 在日本也有不少學

者精通漢文，他們把中國古代詩詞中的名言佳句與「蟲食算」結合起來，製作了一些風格優異的小品。遊戲規則是每題中不同的國字代表不同的阿拉伯數字，讀者必須找出滿足這些聯立方程組的解。(楊惠后,2008)學生們設計出數謎或蟲食算，並提供答案;隨後我再指導她們:因為要兼顧設計有意義的謎面，所以往往沒有注意到要儘可能用到十個不同的字母，因此每一道題都有多組解;然而若能把解全都求出來，也意味著邏輯思考能力、細心及耐力有不凡之處吧。最後，我們將每一道題根據謎面含意再配合適當的美工圖案，增強其閱讀性。現在，希望各位讀者也有興趣

挑戰我們所設計的題目(如圖 1),參考答案見附錄。

## 二、拉密卡 (Rummikub)

拉密卡 (Rummikub) 是一種適合 2 至 4 人的桌上遊戲，由以色列人 Ephraim Hertzano 於 1930 年設計，曾獲得 1980 年德國年度最佳遊戲( Spiel des Jahres)及 1983 年荷蘭年度最佳遊戲。由於拉密牌組合的方式有點類似麻將，所以有「以色列麻將」之稱。玩拉密卡可以讓腦子不斷的做數字組合或分解或重組，挑戰更多的可能性，還能從遊戲當中，讓注意力更加集中。(如圖 2)

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\begin{cases} \text{相去} \times \text{日} = \text{已遠} \\ \text{衣帶} + \text{日} = \text{已緩} \end{cases}$<br>取自 古詩十九首<br>(林宸安 設計) | 2. $\begin{cases} \text{飄飄} - \text{何} = \text{所以} \\ \text{天地} - \text{一} = \text{沙鷗} \end{cases}$<br>取自 杜甫 旅夜書懷<br>(黃郁文 設計) | 3. 醉漢<br>$\begin{array}{r} \text{BEER} \\ + \text{MEN} \\ \hline \text{SOTS} \end{array}$<br>(傅宣雅 設計)       |
| 4. 堅持!就有用<br>$\begin{array}{r} \text{GOOD} \\ - \text{FOR} \\ \hline \text{YOU} \end{array}$<br>(陳韋蓁 設計)                         | 5. 繽紛色彩<br>$\begin{array}{r} \text{BLACK} \\ + \text{BROWN} \\ \hline \text{COLOR} \end{array}$<br>(吳育禎 設計)                   | 6. 可愛的動物<br>$\begin{array}{r} \text{LION} \\ - \text{PIG} \\ \hline \text{ZOO} \end{array}$<br>(汪可晴 設計)     |
| 7. 貓狗一家親<br>$\begin{array}{r} \text{DOG} \\ + \text{CAT} \\ \hline \text{SOTS} \end{array}$<br>(黃郁文 設計)                          | 8. 日月潭<br>$\begin{array}{r} \text{SUN} \\ + \text{MOON} \\ \hline \text{LAKE} \end{array}$<br>(姜知言 設計)                        | 9. 美麗的地球<br>$\begin{array}{r} \text{OCEAN} \\ + \text{LAND} \\ \hline \text{EARTH} \end{array}$<br>(楊惠后 設計) |
| 10. 美味的水果<br>$\begin{array}{r} \text{LIME} \\ + \text{APPLE} \\ \hline \text{FRUIT} \end{array}$<br>(楊惠后設計)                      | 11. 傑克與魔豆<br>$\begin{array}{r} \text{JACK} \\ + \text{BEAN} \\ \hline \text{GIANT} \end{array}$<br>(楊惠后設計)                    | 12. 和諧的樂音<br>$\begin{array}{r} \text{TUNE} \\ + \text{TEMPO} \\ \hline \text{MUSIC} \end{array}$<br>(楊惠后設計) |

圖 1 數謎

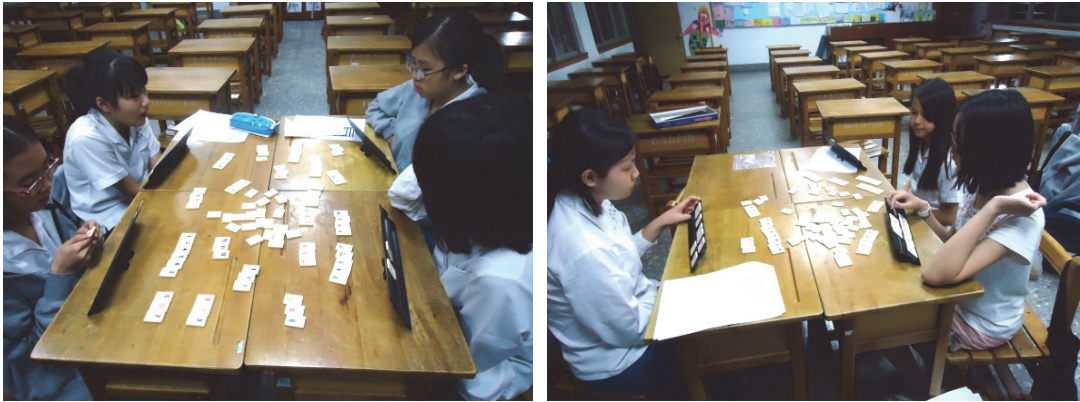


圖 2 學生玩拉密卡，專注的神情

### 三、珠璣妙算(Mastermind)

珠璣妙算(Mastermind)是一種可供兩名玩家使用的密碼破譯棋盤遊戲(見下圖)。在 1970 年由 Mordecai Meirowitz 發明，他是一位以色列郵政和電信專家，但是遊戲類似早期一種利用鉛筆和紙進行的遊戲，遊戲名稱為「公牛和母牛」，可能追溯到一個世紀或更長時間。

我鑒於教具取得不易，所以讓學生利用彩色筆和「珠璣妙算紙」來操作遊戲。遊戲背後的數學概念是排列組合，所以當遊戲告一段落後，我也提供一些排列組合的數學習題給學生演算。(圖 3)

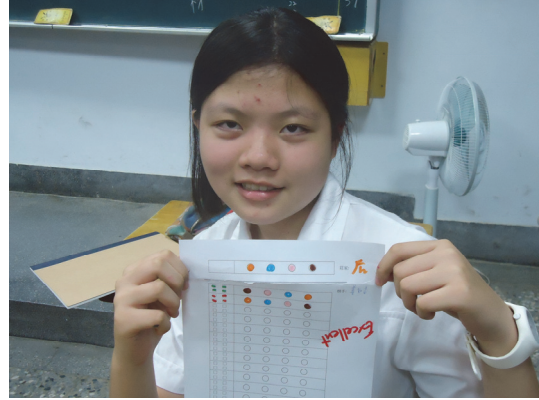


### 四、河內塔(Tower of Hanoi)

1883 年法國數學家 Edouard Lucas 在歐洲的一份雜誌上介紹了一個相當吸引人的智力遊戲，這個遊戲名為河內塔(Tower of Hanoi)，從此河內塔便成為一個家喻戶曉的科學玩具。它不僅是一個很棒的遞迴函數的教學範例，更有一個神祕的宗教故事增添它的迷人之處(我就不再冗言贅敘)。學生 1~2 人分組操作河內塔教具，反應非常熱烈，多人上臺演示說明河內塔的規則性，為珍視思想的原創性，學生均提出不同的看法、解法，這意味著她們並沒有急著從書本、網路去尋找一致性的制式答案，也因為執著投入的特性，有一位學生很有耐心的操作 8 片圓盤到 255 次，收集 1~8 片的圓盤的搬移次數，藉此觀察數字有何規則性;同學們對於她的耐心都甘拜下風。(圖 4)



2人一組輪流玩珠璣妙算



用最少數數 2 次就成功了!真厲害!!

圖 3 珠璣妙算



圖 4 學生說明河內塔的規則性

### 五、莫比烏斯帶 ( Möbius strip )

莫比烏斯帶 ( Möbius strip ) 是一種拓撲學結構，它可以用一個長方形紙帶旋轉 (半圈)，再把兩端粘上之後，輕而易舉地製作出來 (見下圖)；接著你可以用一枝筆在莫比烏斯帶上沿著它的邊畫線，就會很容易地發現莫比烏斯帶只有一個面和一個邊。(因為一般而言，一個紙圈是有二個面和二個邊)。如果原紙帶的邊長為  $L$ ，則莫比烏斯帶的邊長為  $2L$ 。莫比烏斯帶是由兩位德國數學家莫比烏斯 ( August Ferdinand Möbius ) 和約翰·李斯丁 ( Johann Benedict Listing ) 在公元 1858 年分別發現的。

學生觀看完網路的莫比烏斯帶影片

後，再親自裁製莫比烏斯帶並記錄其變化的規則性 (見圖五的圖表)，初次接觸拓撲新世界；而且經由整理過的講義內容，一窺莫比烏斯帶在許多領域的應用，包括改良機械的傳動皮帶、以及在工藝設計、文學方面、藝術方面、建築物...等等，以開擴視野。(圖 5)

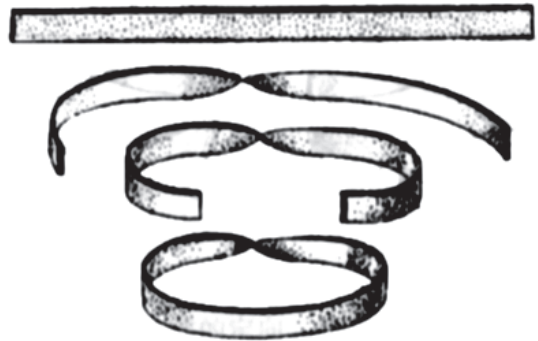


圖 5 學生製作莫比烏斯帶

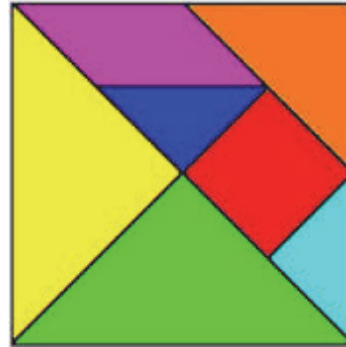
| 沿邊 $\frac{1}{n}$ 處剪開 | 紙帶的個數 | 扭轉度數 | 紙帶的邊長 | 邊數 (面數) | 新紙環與莫氏帶的寬度比 |
|----------------------|-------|------|-------|---------|-------------|
| $\frac{1}{2}$        |       |      |       |         |             |
| $\frac{1}{3}$        |       |      |       |         |             |
| $\frac{1}{4}$        |       |      |       |         |             |
| $\frac{1}{5}$        |       |      |       |         |             |

## 六、七巧板 (Tangram)

七巧板 (Tangram, 見右圖)的歷史也許應該追溯到我國先秦的古籍《周髀算經》，其中有正方形切割術，並由之證明了「勾股定理」。而當時是將大正方形切割成四個同樣的三角形和一個小正方形(所謂的「弦圖」)，還不是七巧板。現在的七巧板是經過一段歷史演變過程的。七巧板的玩法有 4 種：①依圖成形，即從已知的圖形來排出答案；②見影排形，從已知的圖形找出一種或一種以上的排法；③自創圖形，可以自己創造新的玩法、排法；④數學研究，利用七巧板來求解或證明數學問題。七巧板按不同的方法拼擺、組合可以拼排成各式各樣的幾何圖形和形象，如橋梁、船隻、房屋、手鎗或是跑步、跌倒、玩耍、跳舞、站立的人物以及戲水的魚、貓、狗等，還有數字及字母，看似簡單實則頗具有挑戰性。

學生除了利用電腦網站<TANGRAM 七巧板>或<行政院全球資訊網--兒童版-益智七巧板>來操作七巧板遊戲;在數學研

究方面，則試著算出七巧板中每一塊圖形的邊長比及角度，並利用七巧板拼出 13 種凸多邊形。這些規劃的課程，都是希望藉助簡單的童玩，促使學生以科學觀點玩玩具;養成正向的數學學習態度，以至於解決問題的能力及創造力。



## 參考文獻

- 許良榮、周偉苓、彭婷莉(2013) 科學玩具的設計與整合 科學教育月刊 第 362 期 P.22~P.23
- 楊惠后 (2008)「五餅二魚」-談數學教學分享 科學教育月刊 第 310 期 P.23~P.24
- 拉密牌—維基百科  
河內塔—九章出版社的網路資料  
莫比烏斯帶—網路資料及影片  
七巧板—維基百科

## 附錄

1. 

|  |  |  |
|--|--|--|
| 1. $\begin{cases} 16 \times 5 = 80 \\ 79 + 5 = 84 \end{cases}$ | 2. $\begin{cases} 14 \times 5 = 70 \\ 68 + 5 = 73 \end{cases}$ | 3. $\begin{cases} 17 \times 4 = 68 \\ 59 + 4 = 63 \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} 34 \times 2 = 68 \\ 59 + 2 = 61 \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} 43 \times 2 = 86 \\ 79 + 2 = 81 \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} 39 \times 2 = 78 \\ 69 + 2 = 71 \end{cases}$ |
| 7. $\begin{cases} 35 \times 2 = 70 \\ 69 + 2 = 71 \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} 18 \times 4 = 72 \\ 69 + 4 = 73 \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} 15 \times 6 = 90 \\ 87 + 6 = 93 \end{cases}$ |

2. 
$$1. \begin{cases} 33-6=27 \\ 50-1=49 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 55-9=46 \\ 20-7=13 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 22-3=19 \\ 80-6=74 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 22-5=17 \\ 90-4=86 \end{cases}$$

(P. S. 上面各組解的減數與差的個位數均可互換，產生另外三組解。)

3. 
$$\begin{array}{r} 1. \quad 4882 \\ + 183 \\ \hline 5065 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2. \quad 6221 \\ + 826 \\ \hline 7047 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3. \quad 6442 \\ + 945 \\ \hline 7387 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4. \quad 7113 \\ + 915 \\ \hline 8028 \end{array}$$

4. 當  $G=1$ 、 $O=0$  時

|           |   |                                    |   |
|-----------|---|------------------------------------|---|
| (F, Y)    | (2,8)、(8,2)   | (3,7)、(7,3)                        | (6,4)、(4,6)   |
| (D, R, U) | (9,6,3)、(9,3,6)<br>(7,4,3)、(7,3,4)<br>(9,5,4)、(9,4,5) | (9,4,5)、(9,5,4)<br>(8,2,6)、(8,6,2) | (9,7,2)、(9,2,7)<br>(8,5,3)、(8,3,5)<br>(7,5,2)、(7,2,5) |

5. 
$$\begin{array}{r} 40281 \\ + 46795 \\ \hline 87076 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40285 \\ + 46791 \\ \hline 87076 \end{array}$$

6. 
$$\begin{array}{r} 1. \quad 1059 \\ - 804 \\ \hline 255 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2. \quad 1059 \\ - 204 \\ \hline 855 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3. \quad 1038 \\ - 605 \\ \hline 433 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4. \quad 1038 \\ - 405 \\ \hline 633 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 1039 \\ - 806 \\ \hline 233 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6. \quad 1039 \\ - 206 \\ \hline 833 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7. \quad 1037 \\ - 804 \\ \hline 233 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8. \quad 1037 \\ - 204 \\ \hline 833 \end{array}$$

7. 
$$\begin{array}{r} 1. \quad 540 \\ + 132 \\ \hline 672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2. \quad 650 \\ + 243 \\ \hline 893 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3. \quad 650 \\ + 173 \\ \hline 823 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4. \quad 650 \\ + 193 \\ \hline 843 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 640 \\ + 152 \\ \hline 792 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6. \quad 640 \\ + 153 \\ \hline 793 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7. \quad 740 \\ + 156 \\ \hline 896 \end{array}$$

|   |       |        |       |        |       |        |
|---|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| 8 | 1.    | 931    | 2.    | 762    | 3.    | 473    |
|   |       | + 6551 |       | + 8552 |       | + 8553 |
|   |       | <hr/>  |       | <hr/>  |       | <hr/>  |
|   |       | 4782   |       | 9314   |       | 9026   |
|   | 4.    | 964    | 5.    | 794    | 6.    | 794    |
|   |       | + 2114 |       | + 5224 |       | + 5334 |
|   | <hr/> |        | <hr/> |        | <hr/> |        |
|   | 3078  |        | 6018  |        | 6128  |        |

|   |        |        |
|---|--------|--------|
| 9 | 84912  | 86912  |
|   | + 6125 | + 4125 |
|   | <hr/>  | <hr/>  |
|   | 91037  | 91037  |

|    |         |         |
|----|---------|---------|
| 10 | 4725    | 4615    |
|    | + 86645 | + 87745 |
|    | <hr/>   | <hr/>   |
|    | 91370   | 92360   |

|    |        |        |
|----|--------|--------|
| 11 | 8624   | 7624   |
|    | + 7069 | + 8069 |
|    | <hr/>  | <hr/>  |
|    | 15693  | 15693  |

|    |         |         |
|----|---------|---------|
| 12 | 6125    | 6105    |
|    | + 15709 | + 65729 |
|    | <hr/>   | <hr/>   |
|    | 71834   | 71834   |