
課本沒寫的全反射(I)

黃竹安* 劉威志

國立臺灣師範大學 物理學系

壹、前言

全反射是在國中及高中物理都曾討論過的光學現象。在本文中，首先以日常生活中能觀察到的全反射和折射的幾何光學現象開始，以電磁學的理論帶出當全反射發生時，現行教材未完整提及的各種有趣現象，推導以傳播常數(k) 描述的平面電磁波在介質與金屬的反射、透射和全反射時的電場、磁場、波印廷向量的數學表述式，解釋反射係數和透射係數的電磁場相位變化如何影響反射波和透射波，以及衍生的能量流變化。以此進一步了解能量並非完全沒有出現在另一介質，能量如何時變流轉、以及在介面上前進的現象，說明相位變化所產生反射光束的位移變化(Goos-Hänchen shift) 並提供平面波的數學解釋。最後解釋在金屬會發生的全反射，以及金屬薄膜的全反射在特定條件下出現的表面電漿子現象。

貳、一些奇妙的現象

在動物園裡的黑腳企鵝在水裡快樂地悠游著(圖 1)。我們從水缸外往內看的時候，偶爾會在看著企鵝透出水面時，卻發現我們的視線被鏡面般的水擋住。這個經驗就好像我們在游泳時從水裡往上看的時候，有時在水面附近從水裡往上看遠方的水面一樣，為什麼呢？其實，我們拿起裝半滿的礦泉水往上仰視，也可以看到這個鏡面。為什麼會有這些現象呢？



圖 1 為什麼從水下看不出水面，而且水面看起來像鏡子？(攝於台北市立動物園)

*為本文通訊作者

要了解這現象之前，我們可以再想想看，為什麼在游泳的時候，常常有下水的時候感覺比在岸上看還深的感覺？你有看過一根筷子或者吸管放到透明水杯裡的樣子嗎？如果你從側面看，會發現它們好像被折彎了，為什麼？這幾種現象是前述現象的起點，我們稍後會解答這些問題。

光的各種現象，例如折射、反射、干涉、偏振、散射等等現象，充滿在你我的周圍引起著各種好奇，也因此，光的研究始終在人類的歷史中佔有重要的地位，人類最早對光的認識是在光的直進性上，成為幾何光學的開端，而到了 19 世紀，人們才開始用詳細的電磁理論來研究光的各種行為。我們發現了折射與全反射的現象，以幾何光學做了初步的理解，再由電磁理論深入地了解。在後面的文章中，將會以這兩種理論解明這些現象的成因。

幾何光學是使用光為直線前進的特性的一種近似，光的折射源自於光在進入不同的介質時速率產生了變化，因而引起了行進方向的改變，數學上以 Snell 定律描述。

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t \quad (1)$$

n_i 為入射介質折射率， θ_i 為入射角， n_t 為透射介質折射率， θ_t 為透射角。(註：折射率 n 和介電系數 ϵ 和磁導系數 μ 的關係為 $n = \sqrt{\epsilon\mu}$)

這也是為什麼插在水杯裡的筷子看起來被折彎了，還有游泳池的水看起來沒有實際深的原因。此外，觀察浴室裡面的洗手台的底部排水口(如圖 2)，將自己蹲低，到看不到排水口的高度，再將洗手台放入水，你會發現突然間可以看到本來看不到的排水口了。因此光是由進入不同的介質時開始偏折，我們必須把注意力放到不同介質的交界。

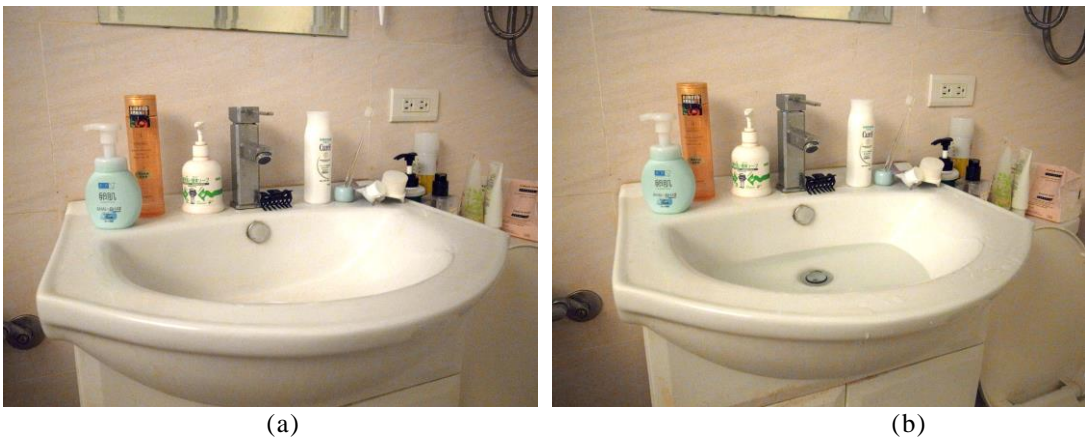


圖 2 沒有放水的洗手台(a)和放水後的洗手台(b)相比，(b)可以見到底部的排水口

參、介面上發生了什麼事？

由幾何光學「光的直進」的思考，通常會讓我們試著將光的路徑反過來看，因此我們也可以把我們的想法換成光的路徑是從水走到空氣中，依照前面(1)所討論的，當電磁波從密介質入射疏介質時，因為 \sin 函數值域必須在 $[-1, 1]$ 的限制，所以(1)式裡的透射角會逐漸增加到一個最大值(90度)，而無法再增加，此時即會發生「全反射」的現象。

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin 90^\circ$$

而此時入射角又特稱為臨界角 θ_c 。

當我們在水裡望向遠方的水面，我們眼睛所看的方向和水面的夾角呈很小的夾角，由我們入射角的定義，換言之就是和水面的法線呈比較大的夾角，此時入射角超過了臨界角使得全反射發生，這就是為什麼在游泳池中看遠方的水面無法看出去的原因。

全反射會將能量盡數反射回原介質，但微觀來看這現象並沒有這麼單純。可見的光是電磁波的一個波段，因此我們可以用電磁學的理論對光進行描述與理解。數學上我們想像的電磁波，其波前是無限大的平面，稱為平面波 (plane wave)，其波前(在任何時刻，波相位相等的每一點所形成的曲面)是相互平行的平面。平面波的傳播方向垂直於波前。而同時，只有平面波是真正的單頻波，在電磁學中則為單色光。電磁波顧名思義，具有電場和磁場這兩種向量場，電場和磁場的方向和大小，每時每刻都隨時間而變化。偏振 (polarization) 是指波的場朝著特定方向振動的性質，可以是維持同一種方向，稱為線性偏振，可以是隨時間變化的，例如圓偏振。有關單一介面線性偏振的入射與透射，可分為 TE 和 TM 兩種偏振現象探討，見附錄 7.3。

不過，我們在此只考慮對光而言十分平坦的介面，如果光進入的介質是和有相對粗糙的介面或包括大小和波長相近的金屬粒子，此時幾何光學的近似將會失效，必須重新以電磁的方法解各種邊界條件，狀況將會十分複雜。

肆、全反射

在現行的教材中，我們知道，當入射角大於臨界角時，表面上看起來不會有透射波，平均上看起來也沒有能量的流動，這些課本上的行文是嚴謹的。當全反射發生時，透射電磁波垂直方向的分量將會變成複數：我們用先前所有含 θ 的表達式改用傳播常數 k 的分量表示，其中下標的 t 表示透射波，下標的 x 表示水平方向分量， z 表示垂直方向分量。

$$k_{tz} = \sqrt{k_t^2 - k_{tx}^2} = \sqrt{n_t^2 k_0^2 - n_i^2 k_0^2 \sin^2 \theta_i} = k_i \sqrt{n_t^2 - \sin^2 \theta_i} = k_i \sqrt{\sin^2 \theta_c - \sin^2 \theta_i}$$

由於 $\theta_c > \theta_i$ ，，以上方程式可以重寫為：

$$ik_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n_{ii}^2} = i \sqrt{k_{ix}^2 - n_{ii}^2 k_i^2}$$

如此我們的方程式均仍在 k_{iz} 成為複數時成立，而可以免去更動的麻煩與混亂。

如有需要我們通常令 $k_{iz} = i\alpha$ 來強調虛數部分，而 α 為實數。此時有關 k_{iz} 的傳播項成為

$$e^{ik_{iz}z} = e^{-\alpha z}$$

此時透射波在 z 方向具有隨著空間而指數衰減的振幅。通常定義集膚深度為 $1/k_{iz}$ ，超過這個深度的時候我們就當作此波已經衰減，對可見光來說 $1/k_{iz}$ 的量值約為 $10^{-6}m$ 。寫下 k 的各個分量須符合的向量畢氏定理此時將成為

$$k_{ix}^2 - \alpha^2 = k_i^2$$

或者寫成這樣更容易看出端倪：

$$\boxed{k_{ix}^2 = k_i^2 + \alpha^2} \quad (2)$$

這造成了作為分量的 k_{ix} 卻可以大於向量總量 k_i 的結果！注意這是全反射的一個重要特徵，在之後的討論我們將會利用它。

而當 k_{iz} 為複數時，不只會使得振幅成指數衰減，同時也會使反射、透射系數產生些許的變化。 r_{TE} 和 t_{TE} 的推導詳見附錄 7.3。

$$r_{TE} = \frac{k_{iz} - i\alpha}{k_{iz} + i\alpha} \quad t_{TE} = \frac{2k_{iz}}{k_{iz} + i\alpha}$$

他們此時可以是複數的。回顧一下反射系數和透射系數的意義是反射波和透射波振幅的比值，但此時出現了複數的形式，稍微讓人感到困惑。但是複數依然可以再做一些處理，將複數改寫為具有相位和振幅的極式，就可以得出實數的振幅比值，帶有相位的變化。例如在這裡看出反射係數的絕對值為 1，進一步寫為極式：

$$r_{TE} = e^{i2 \tan^{-1} \frac{\alpha}{k_{iz}}} \quad (3)$$

當複數 r_{TE} 被乘到 E_i 以求得反射波的表示式時，複數的相角會被加到原本的波上，產生相位上的變化。以 TM 波為例：

$$r_{TM} = e^{i2 \tan^{-1} \frac{n_i^2 \alpha}{n_i^2 k_{iz}}} \quad (4)$$

而 r_{TE} 和 r_{TM} (見附錄 7.3) 的相位差為

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \frac{\alpha k_{iz} (n_i^2 - n_t^2)}{n_i^2 \alpha^2 + n_i^2 k_{iz}^2} \quad (5)$$

我們將在後面的章節中提到 **Goos-Hänchen** 位移，讀者將可以看到這個小小的相位差可以移動整個波前。

一、偏振

偏振(polarization) 是指波的場朝著特定方向振動的性質，可以是維持同一種方向，稱為線性偏振，可以是隨時間變化的，例如圓偏振。在前一節中我們給出 *TE* 和 *TM* 的反射與透射系數，在經過全反射之後，我們希望了解他們的偏振將會如何有所不同？將 t_{TE} 和 t_{TM} (見附錄 7.3)裡的 k_{tz} 用 $k_{tz} = i\alpha$ 代入 *TE* 偏振的 H 場、*TM* 偏振的 E 場，可以看到

$$H_t = \frac{2k_{iz}(k_{iz} - i\alpha)E_0 e^{-\alpha z}}{\mu_i \omega(k_{iz}^2 + \alpha^2)} e^{i(k_{ix}x - \omega t)} (k_{ix}\hat{z} + ia\hat{x}) \quad (6)$$

我們取實部並展開以觀察它的偏振方向，為了簡潔將常數令為 $\frac{2k_{iz}E_0}{\mu_i \omega(k_{iz} - i\alpha)} = A$

$$H_t = Ae^{-\alpha z} \left\{ [k_{ix}k_{iz} \cos(k_{ix}x - \omega t) + \alpha k_{ix} \sin(k_{ix}x - \omega t)]\hat{z} + [\alpha^2 \cos(k_{ix}x - \omega t) - \alpha k_{ix} \sin(k_{ix}x - \omega t)]\hat{x} \right\} \quad (7)$$

使用三角疊合，

$$H_t = \frac{Ae^{-\alpha z}}{\sqrt{k_{iz}^2 + \alpha^2}} [k_{ix} \cos(k_{ix}x - \omega t + \phi_{TE})\hat{z} + \alpha \sin(k_{ix}x - \omega t + \phi_{TE})\hat{x}] \quad (8)$$

再看看 *TM* 偏振中的電場

$$E_t = \frac{tH_0}{\alpha\epsilon_i} e^{i(k_{ix}x - k_{iz}z - \omega t)} (k_{iz}\hat{x} - k_{ix}\hat{z}) \quad (9)$$

用相似的方法，令 $B = \frac{2iH_0\alpha\epsilon_i}{\epsilon_t\omega(i\alpha + k_{iz}\epsilon_t)}$ ，並取實部檢驗偏振

$$E_t = \frac{Be^{-\alpha z}}{\sqrt{(\epsilon_t k_{iz})^2 + (\epsilon_t \alpha)^2}} [k_{ix} \cos(k_{ix}x - \omega t + \phi_{TM})\hat{x} - \alpha \sin(k_{ix}x - \omega t + \phi_{TM})\hat{z}] \quad (10)$$

ϕ_{TE} 和 ϕ_{TM} 即為透射系數的相角。自場的表示式很清楚地可以看出是橢圓偏振的形式，首先，它們的振幅並不相同，其次，他們的相位差來自於入射角，所以並不滿足圓偏振的條件。如圖 3 可見場如何隨著時間變化。在這個圖中標示了 X, Y, Z 軸都是空間上的座標，透射波從原點開始傳播。粉紅色箭頭表示此時場向量的指向，藍色線為包絡線。方程式中 z 的指數衰減項表示場強度隨著場的向量旋轉而減小的效應，也在圖中可以看出隨著波往 z 方向前進而減小。

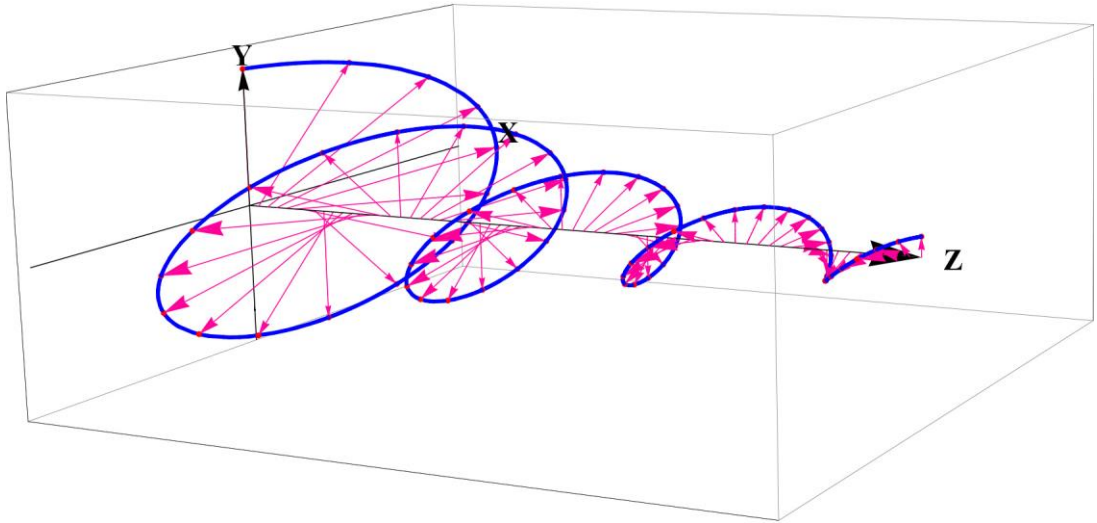


圖 3 具指數衰減的橢圓偏振，粉紅色箭頭表示此時場向量的指向，藍色線為包絡線，波動往 z 方向傳播

二、介面上的能量流動

光同時也是一種能量傳播的形式，電磁波能量的流動可以由 Poynting 向量所描述，光的傳播既然有方向，Poynting 向量也必然是個向量，具有指向性，由電場對磁場的外積所定義：

$$S = R[\mathbf{e}] \times [\mathbf{H}] \quad (11)$$

所以時間相依的波印廷向量為

$$\begin{aligned} S_i &= \frac{E_0^2 \cos^2(k_{ix}x + k_{iz}z - \omega t)}{\mu_i \omega} (k_{ix}\hat{x} + k_{iz}\hat{z}) \\ S_r &= \frac{r^2 E_0^2 \cos^2(k_{rx}x + k_{rz}z - \omega t)}{\mu_i \omega} (k_{rx}\hat{x} + k_{rz}\hat{z}) \\ S_t &= \frac{t^2 E_0^2 \cos^2(k_{tx}x + k_{tz}z - \omega t)}{\mu_i \omega} (k_{tx}\hat{x} + k_{tz}\hat{z}) \end{aligned} \quad (12)$$

(以上為 *TM* 偏振，對於 *TE* 偏振也有相似的一組方程式，僅將相應的物理量代換即可) 但是由於可見光是一種超高頻的電磁波，頻率約為 10^{15} Hz，變化非常快速，因此它的「時間平均」量才是我們所能看到的能量形式。除了上述的方法以外，我們還可以用經過一些向量計算處理過的方法計算時間平均的形式：

$$S = \frac{1}{2} R[\mathbf{e}] \times [\mathbf{H}^*] \quad (13)$$

以下為平均的結果

$$\begin{aligned} S_i &= \frac{E_0^2}{2\mu_i\omega} (k_{ix}\hat{x} + k_{iz}\hat{z}) \\ S_r &= \frac{r^2 E_0^2}{2\mu_r\omega} (k_{rx}\hat{x} + k_{rz}\hat{z}) \\ S_t &= \frac{t^2 E_0^2}{2\mu_t\omega} (k_{tx}\hat{x} + k_{tz}\hat{z}) \end{aligned} \quad (14)$$

TM 偏振中，將(40)(見附錄 7.3)的 r 和 t 代入， S_r 及 S_t 則成為

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{E_0^2(k_{iz} - k_{tz})^2}{2\mu_r\omega(k_{iz} - k_{tz})^2} (k_{rx}\hat{x} + k_{rz}\hat{z}) \\ S_t &= \frac{4E_0^2k_{iz}^2}{2\mu_t\omega(k_{iz} - k_{tz})^2} (k_{tx}\hat{x} + k_{tz}\hat{z}) \end{aligned} \quad (15)$$

以及 TM 偏振

$$S_r = \frac{H_0^2(k_{iz}\epsilon_t - k_{tz}\epsilon_i)^2}{2\epsilon_i\omega(\epsilon_i k_{tz} + \epsilon_t k_{iz})^2} (k_{rx}\hat{x} + k_{rz}\hat{z}) \quad (16)$$

$$S_t = \frac{4H_0^2k_{iz}^2\epsilon_i^2}{2\epsilon_i\omega(\epsilon_i k_{tz} + \epsilon_t k_{iz})^2} (k_{tx}\hat{x} + k_{tz}\hat{z}) \quad (17)$$

這樣的寫法使我們可以將波印廷向量表為單一的一種場、以及相應的偏振。在全反射的狀況中，將 $k_{tz} = i\alpha$ 代入 E 和 H 場並求出瞬時的波印廷向量的表示式並且作圖。

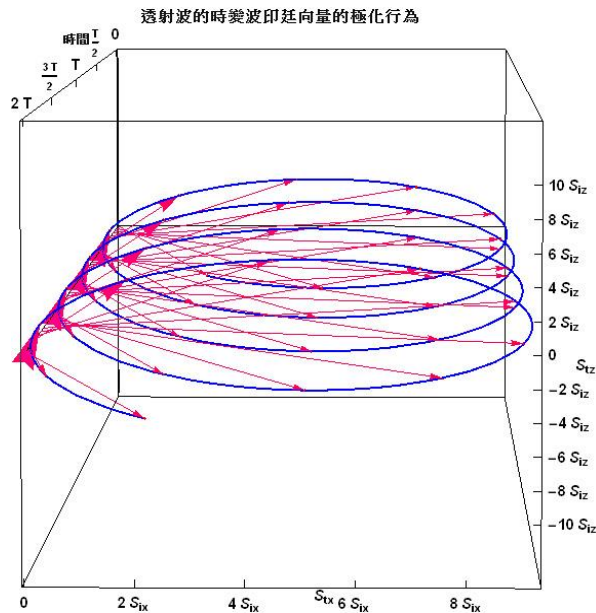


圖 4 時變的透射波的波印廷向量在某個深度的時候的偏振行為，粉紅色箭頭表示此時場向量的指向，藍色線為包絡線。

我們以圖 4 來呈現波印廷向量的偏振，粉紅色箭頭表示此時此刻波印廷向量的指向，即能量流動的方向，藍色實線為包絡線。我們在時間軸線以週期 T 作為單位，而波印廷向量的兩個分量 S_{ix} 和 S_{iz} 的單位則以 S_i 來做比較。由圖可以看見，波印廷向量並非總是指向單一方向，而是隨著時間而旋轉改變的，但這又和前一節中，電場或磁場隨時間的偏振又有些不同，在全反射時，電場和磁場的偏振呈現橢圓偏振為振幅和相位所造成，但波印廷向量始終具有一定的 x 分量，與時間無關，僅 z 分量隨著時間而改變，而且這個變化經過一個週期以後會互相抵銷而僅見 x 分量的效果。

如前所說，通常我們在可見光的區域，電磁波為非常高頻的波段，瞬時的變化不易觀察，因此接下來我們將考慮時間平均。平均來說，沒有淨能量流動穿越介面，首先我們計算第一個 $1/4$ 週期，平均的波印廷向量為：

$$\frac{1}{T/4} \int_0^{T/4} S_{iz} dt = - \frac{4\alpha^3 H_0^2 \epsilon_i^2 e^{-2\alpha z} \left[\cos(2k_{ix}x) (\alpha^2 \epsilon_i^2 - k_{iz}^2 \epsilon_i^2) - 2\alpha k_{iz} \epsilon_i \epsilon_t \sin(2k_{ix}x) \right]}{\pi \omega \epsilon_t (\alpha^2 \epsilon_i^2 + k_{iz}^2 \epsilon_i^2)^2} \quad (18)$$

第二個 $1/4$ 週期則是

$$\frac{1}{T/4} \int_{T/4}^{2T/4} S_{iz} dt = \frac{4\alpha^3 H_0^2 \epsilon_i^2 e^{-2\alpha z} \left[\cos(2k_{ix}x) (\alpha^2 \epsilon_i^2 - k_{iz}^2 \epsilon_i^2) - 2\alpha k_{iz} \epsilon_i \epsilon_t \sin(2k_{ix}x) \right]}{\pi \omega \epsilon_t (\alpha^2 \epsilon_i^2 + k_{iz}^2 \epsilon_i^2)^2} \quad (19)$$

在時間的演進上兩者等值異號，效果互相抵銷，若我們取整個週期，

$$\begin{aligned} \langle S_i \rangle &= \frac{2E_0^2 e^{-2\alpha z} k_{ix} \alpha^2 \epsilon_i^2}{\alpha^2 \epsilon_i^2 \mu_t \omega + k_{iz}^2 \epsilon_i^2 \mu_t \omega} \hat{x} \quad (\text{TE}) \\ \langle S_i \rangle &= \frac{2H_0^2 e^{-2\alpha z} k_{ix} \alpha^2 \epsilon_i^2}{\alpha^2 \epsilon_i^2 \epsilon_t \omega + k_{iz}^2 \epsilon_i^2 \omega} \hat{x} \quad (\text{TM}) \end{aligned} \quad (20)$$

z -分量在我們看整個週期以後並沒有出現，這個結果和(13)的一致。經由計算，我們了解了教科書內會嚴謹地寫「平均」上來看沒有能量穿越介面的理由，能量的流動只沿著兩個介質的表面發生，此波也因此稱為表面波(surface wave)。但細微的時間上，能量是在介面上的兩邊不停的流轉。

有些讀者可能會覺得我們用以說明電場或磁場在透射波的偏振的圖形和波印廷向量的圖是類似的。以 TM 偏振為例，電場的透射波呈橢圓偏振，而波印廷向量也呈現類似的行為。從圖 5 和圖 6 可見，電場不一定和波印廷向量呈同相位，有時是反相位的。可以預見的是，波印廷向量的頻率會是電場的兩倍，因為波印廷向量的定義是來自 $\mathbf{R} \{ \mathbf{E} \times \mathbf{H} \}$ ，再考慮入我們此時選擇呈 y 方向振動的磁場 H ， $S \sim e^{2i\omega t}$ 的結果並不意外。而這樣的相位變化也正是為什麼波印廷向量會來回轉動的原因。如果實際展開瞬時的波印

廷向量的表述式，將會看到非常複雜的結果，我們用這樣的想法則稍微容易理解些。

比較反射波和透射波的差別，我們再畫出反射波的時變圖(圖 7) 做比較，可以看到反射波的偏振方向則是維持單一的方向。

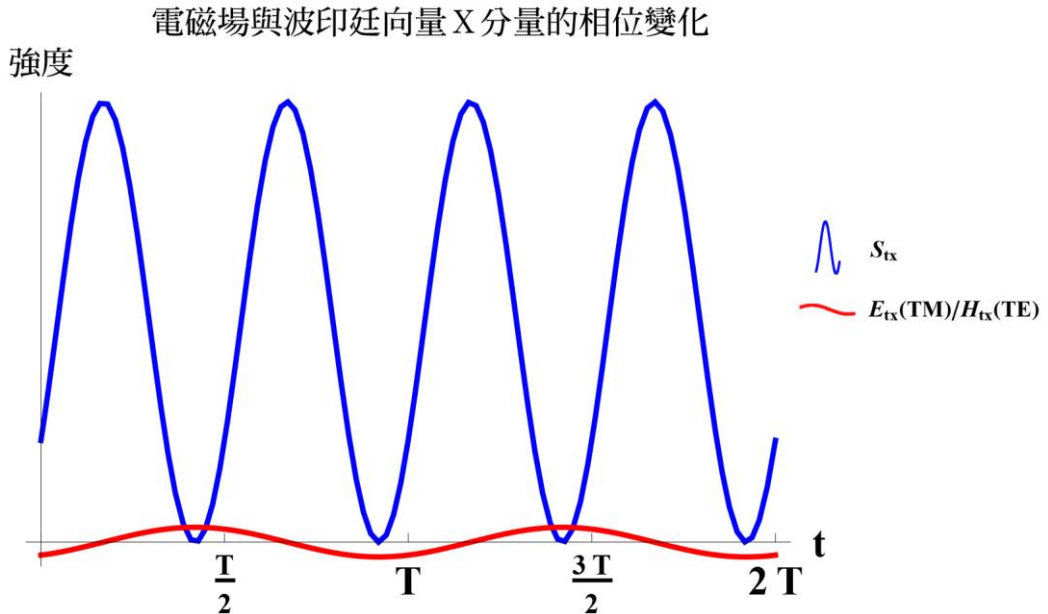


圖 5 x 方向分量，波印廷向量和電場的相位，紅色線為 TM 偏振下的電場，也可表示 TE 偏振下的磁場，藍色線為波印廷向量。有時候相位是相同的，有時候是反向的，此處也畫出了量值，但不是重點。

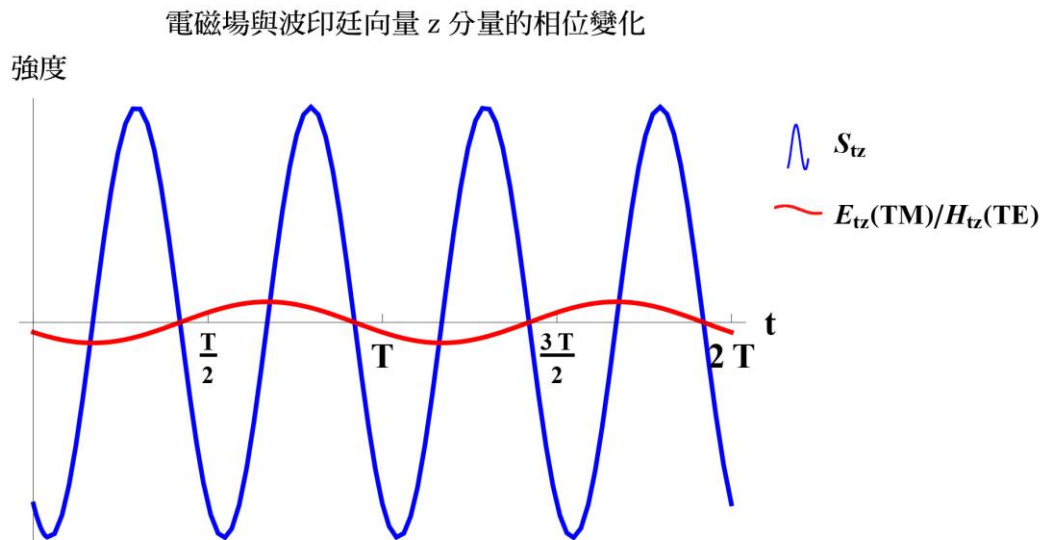


圖 6 z 方向分量的相位，波印廷向量和電場的相位，紅色線為 TM 偏振下的電場，也可表示 TE 偏振下的磁場，藍色線為波印廷向量。

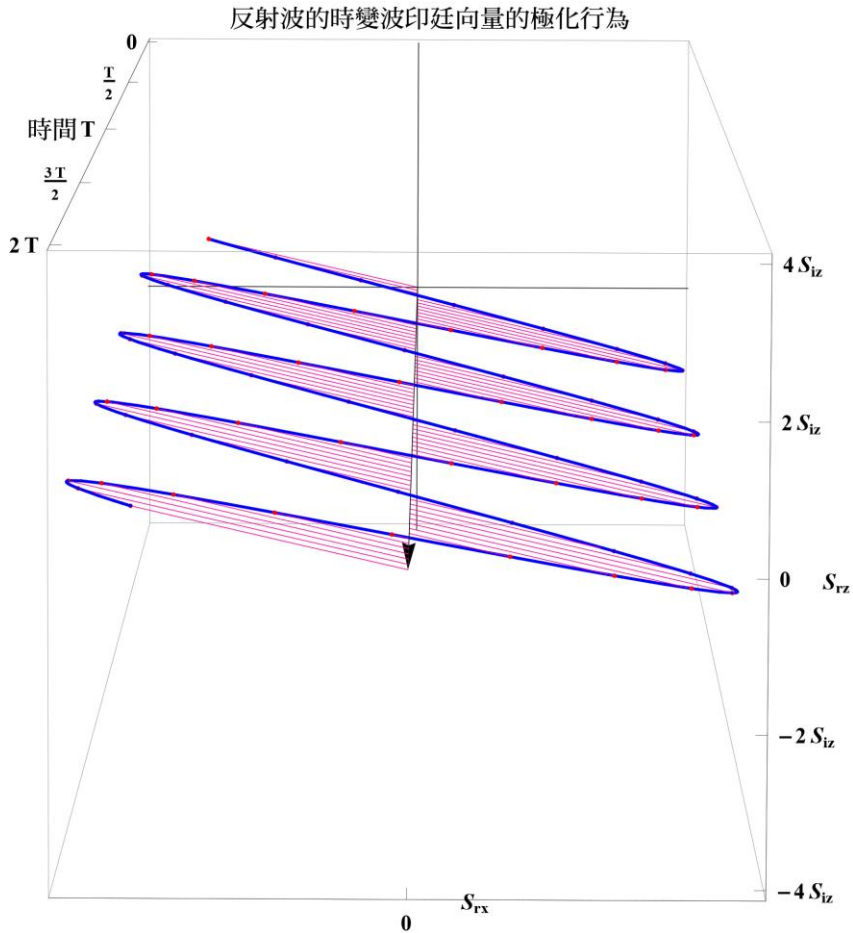


圖 7 時變的反射波波印廷向量和透射波對照

伍、金屬表面

在損耗性介質(金屬)的狀況下探究電磁波，我們必須將來自電導的損耗加入考慮，通常將 k 或者 n 改為複數即可，例如 $\epsilon = \epsilon_R + i\epsilon_I$ 為複數電容率、複數折射率 ($\hat{n} = n_R + in_I$) 以及複數傳播常數 $k = k_R + ik_I$ 。

那麼我們想想，金屬的介面有沒有全反射？一般而言，我們在日常生活中見到的金屬，例如鏡子，會映照出我們的模樣，金屬總是反射大部分的光，以電磁學的角度來看，即使有透射波，它的能量也會快速地衰減消失。

當電磁波在良導體中傳播時，不管以任何角度入射，波在進入導體後都會近乎以垂直表面的方向前進。而通常在可見光的範圍，依據不同的金屬性質的測量， ϵ_R 通常是負的。既然所有的電磁波在金屬中都會逐漸衰減，那麼在金屬表面上的全反射又是什麼呢？

回顧我們於(2)的結果橫向的傳播常數 k_{ix} 要比 k_t 大，而且波的傳播要限制在表面。

我們寫下有關 k_t 的分量方程式，並將 ϵ_t 拆解為實部與虛部的組合 $\epsilon_R + \epsilon_I$ 引入

$$k_t^2 = k_{ix}^2 + |k_{tz}|^2, \quad |k_{tz}|^2 = (\epsilon_R + \epsilon_I)k_0^2 - k_{ix}^2 = (\epsilon_R k_0^2 - k_{ix}^2) + ik_0^2 \epsilon_I \quad (21)$$

$|k_{tz}|^2$ 為平方的形式，我們知道 $|k_{tz}|^2 < 0$ 就可以得到虛數的 k_{tz} 。檢驗實部， $\epsilon_R k_0^2 - k_{ix}^2$ 我們知道對金屬在可見光的波段而言 $\epsilon_R < 0$ ，因此對於從介質入射夠厚的金屬，都是會發生全反射的。

一、Kretschmann 的組態

金屬的全反射其中一種特例，是當透射的介質是一層薄的金屬鍍在入射介質上的時候，這種稱為 Kretschmann 組態，由 Kretschmann 和 Raether 於 1972 年提出。我們看看 TM 的邊界條件，垂直方向的電位移、平行方向的 E 場和 H 場應為連續。

$$\epsilon_i(E_{iz} - E_{tz}) = \epsilon_t E_{tz}, \quad E_{ix} = E_{tx}, \quad H_{iy} = H_{ty}, \quad k_{iz} = k_{tz} \quad (22)$$

從以上式子我們可以解出結果：

$$\frac{k_{iz}}{k_{tz}} = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_i}$$

再重新看有關 k 的式子

$$k_{iz}^2 = k_{ix}^2 + k_{tz}^2, \quad k_{iz}^2 = k_{ix}^2 - k_{tz}^2 \quad (23)$$

經過整理後，可以 k_{ix} 明確寫出

$$k_{ix} = k_{tx} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_i \epsilon_t}{\epsilon_i + \epsilon_t}} \quad (24)$$

$$k_{tz} = \frac{i\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_t^2}{\epsilon_i + \epsilon_t}} \quad (25)$$

如此我們解出了透射波為消逝波的形式。在金屬的狀況下，以銀為例，在波長 587nm 時介電系數為 $-13.26 + 0.881i$ ，所繪出的波印廷向量和非金屬相比， S_{ix} 的量值比 S_{tz} 大了更多，使得圖形的橢圓更加扁平，如圖 8。

根據邊界條件也會有一些現象產生，由於電位移的不連續性，自由電子會在表面集結，組成 x 函數的電荷分布，由：

$$\begin{aligned} \rho_s &= \epsilon_i(E_i^\perp - E_r^\perp) - \epsilon_t E_t^\perp \\ \rho_s &= \frac{2H_0 k_{ix} (k_{tz} \epsilon_i^2 - k_{iz} \epsilon_t^2)}{\omega \epsilon_t (k_{iz} \epsilon_i + k_{tz} \epsilon_t)} e^{ik_{ix} x} \end{aligned} \quad (26)$$

以銀為介面波長為587nm的反射波的時變波印廷向量的極化行為

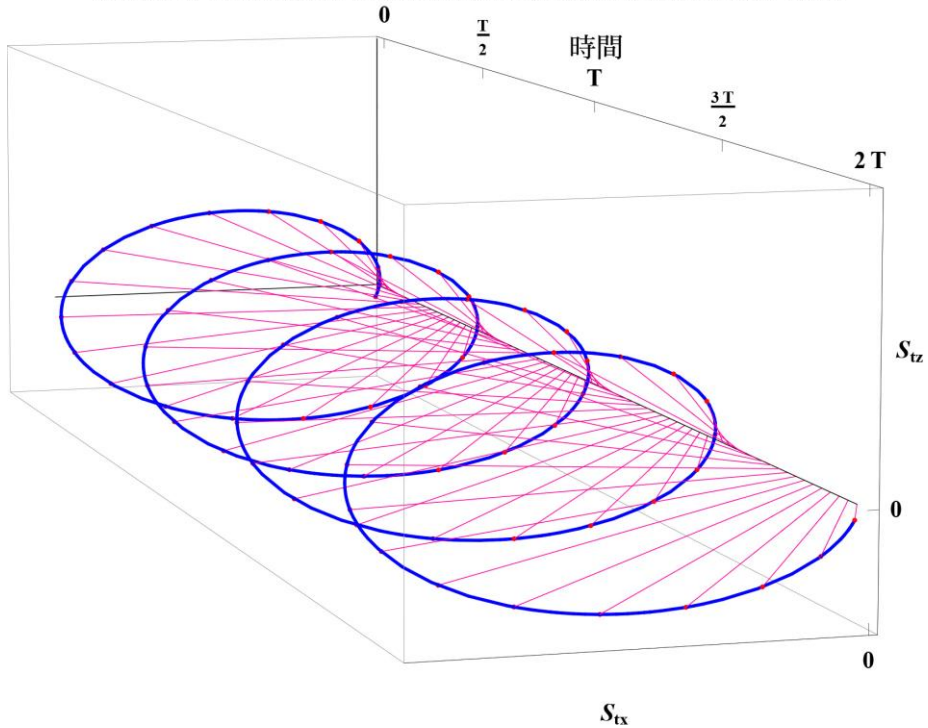


圖 8 銀金屬在波長 587nm 透射波的波印廷向量

而由磁場消失的不連續性，金屬表面也會沿著 x 方向有表面電流

$$K = \hat{n} \times (H_t - H_i) = H_0 e^{ik_x x - i\omega t} \hat{x}$$

而事實上，符合了兩邊 ϵ 的實部正負相反的表面電荷會發生集體震盪的現象，稱為表面電漿子(surface plasmon) 目前已知，在只有使用一般的物質的情況下，只有 TM 偏振可以激發出表面電漿子的現象， TE 偏振則否。只有使用具有負磁導率的人造物質，才可以激發出 TE 偏振的表面電漿子，但 TM 偏振用一般的金屬就可以達成。

(待續)