

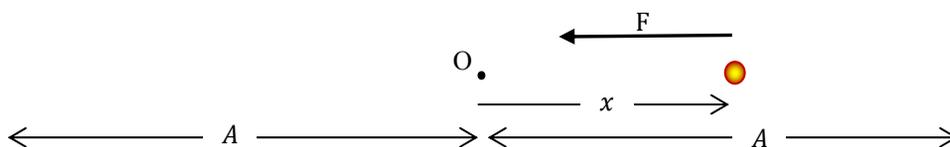
2013 年第十屆國際國中科學奧林匹亞競賽 --理論試題

國立臺灣師範大學 科學教育中心

1. 振動或稱週期運動無所不在。讓我們從線性恢復力說起，也就是說在距離平衡位置 x 之處，施於質量為 m 物體之力 F 為

$$F = -kx$$

其中常數 k 稱為力常數，方程式中的負號(-)表示該力指向位於 $x=0$ 處的平衡原點 O ：



在這種力的作用之下，物體將作簡諧運動(SHM)，也就是相對於平衡原點的(O)往復

運動，週期為 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ，頻率為 $\nu = \frac{1}{T}$ 。

距離平衡原點的最大位移 A 稱為振幅，如上圖所示。

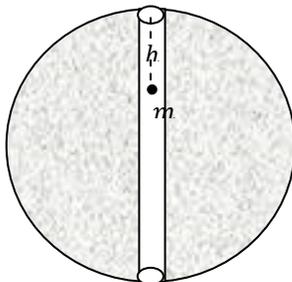
- (a) 視月球為一均勻球體，其

半徑為 $R = 1.7 \times 10^6$ m，質量為 $M = 7.3 \times 10^{22}$ kg，

且表面的重力加速度為 $g = 1.6 \text{ ms}^{-2}$ 。

已知對於球形對稱的質量分布而言，距離球心 r 處，只有半徑小於 r 之內的質量，會貢獻該處重力。

想像一條窄隧道穿過月球中心，如下圖所示。一小質量 m 從一端釋放。



(i) 在表面之下，深度 h 之處(如圖)，質量 m 所受重力為 [0.5]

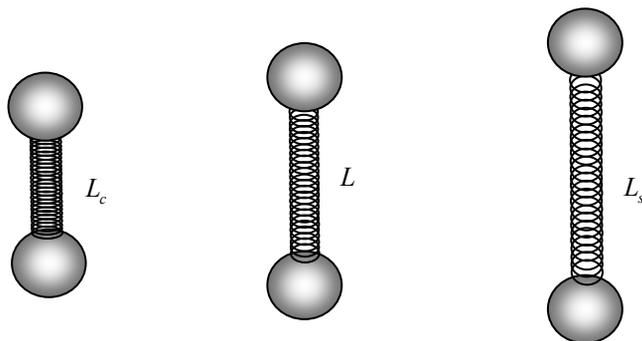
(A) $mg\left(1-\frac{h}{R}\right)$ (B) $mg\left(1+\frac{h}{R}\right)$

(C) $mg\frac{h}{R}$ (D) $mg\frac{h}{R-h}$

(ii) 在答案卷上的圖格中，描繪 $F(r)/mg$ 圖，其中 $F(r)$ 為距離月球中心 r 處，作用於 m 的重力，是 r/R 的函數，範圍從 r 為 0 到 $2R$ 。 [1.0]

(iii) 若 $m=0.10\text{ kg}$ ，從表面一端洞口釋放到月球中心，最短時間(應註明單位為 s)為何？ [1.0]

(b) 如 O_2 般的分子是由兩個相同原子以共價鍵結合而成。這類分子可以視為由兩個等質量 m 經由一條提供線性恢復力 F 的彈簧結合而成，力常數為 k 。使得兩質量沿連線做簡諧運動(SHM)。因此，這類分子週期性的處於壓縮態(極小間距 L_c) 與伸展態(極大間距 L_s)。於兩態之間，當兩質量之間距為平衡間距時，力 F 為零。



顯然 $L_c < L < L_s$ 如上圖所示。

(i) 氧分子 O_2 的力常數為 $k=1150\text{ N m}^{-1}$ 。平衡鍵長為 L ，而完全伸展時鍵長改變量為 L 的 6.0%。計算氧分子的振動能量，也就是每一莫耳氧分子的動能與位能之和。

(應註明單位為 $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) (亞佛加厥常數， $N_A=6.023\times 10^{23}$)。 [1.5]

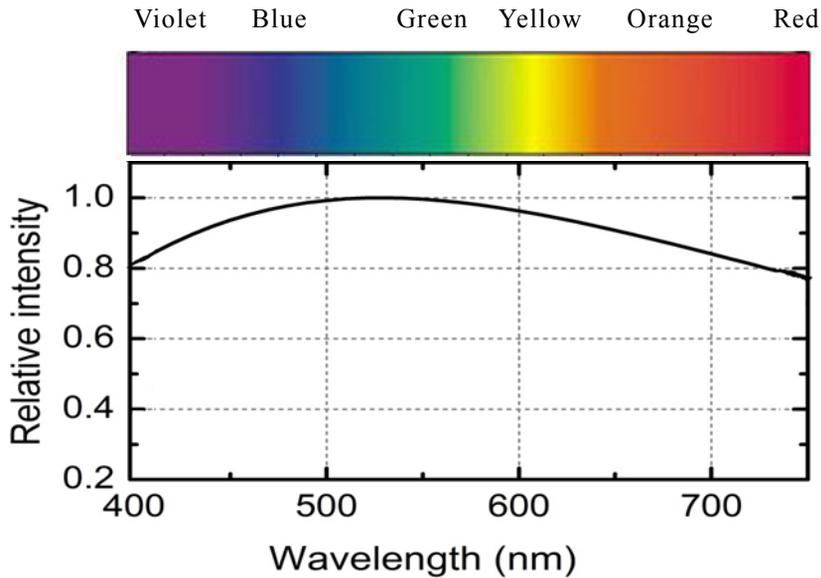
(ii) 週期表中鹵素元素的原子量為如下：

F	Cl	Br	I
19.0	35.4	79.9	126.9

兩種鹵素元素， X 與 Y ，形成雙原子分子 X_2 和 Y_2 ，它們的力常數分別為 $k_x=325.0\text{ N m}^{-1}$ 與 $k_y=446.0\text{ N m}^{-1}$ 。經測量，它們的振動頻率分別為 $\nu_x=16.7\times 10^{12}\text{ Hz}$ 與 $\nu_y=26.8\times 10^{12}\text{ Hz}$ 。

辨識並寫下 X 與 Y 分別代表的兩種鹵素元素的符號。在答案紙上書寫格式為 X=_____，Y=_____。 [1.0]

2. 陽光是地球最重要的光源，包含了可見光的各種波長，人眼視為光譜中的不同顏色。不過，陽光中各種色光的強度不同，如下圖所示。最強的光為波長約為 525 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) 的藍綠光。



我們對於周遭物體顏色的辨識，主要因為物體對於陽光的散射或吸收是與波長相關。如果物體散射/反射的波長分布與陽光相同，則在我們眼中顯示白色。任何與陽光不同的散射/反射光度分布，則物體成呈現色彩。

(a) 英國的 Lord Rayleigh 與印度的 Sir C.V. Raman 分別探究光被小於波長的質點，例如，空氣分子散射的現象。散射效率定義為 $\eta_s = I_s / I_i$ ，其中 I_i 與 I_s 分別是入射與散射光強度。研究結果為 $\eta_s(\lambda) \propto \lambda^{-4}$ ，其中 λ 是入射光波長。之後，德國的 Gustav Mie 研究顯示，當質點大小與波長相當時，則 η_s 約增為 40 倍，而且與波長 λ 無關。我們可區別波長相關的 Rayleigh 散射與波長無關的 Mie 散射。

- (i) 如果陽光透過一個充滿氦器的透明容器(器壁厚度可略)之後，波長分別是 400 nm and 650 nm 的散射光強度之比？ [1.0]
- (ii) 在藍綠光範圍，純空氣的能見度 R_v^0 約是 300 km。不過，如果空氣被懸浮粒子(如煙與塵)污染，這些污染對於陽光的散射，比空氣分子更有效率，

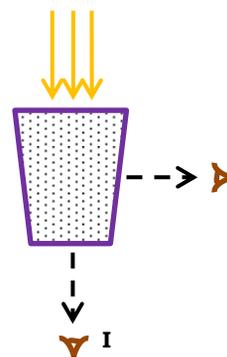
則能見度將會降低許多。污染空氣的能見度為

$$R_v = \frac{R_v^0}{\beta_s}$$

其中 β_s 為散射損失因子，滿足 $\beta_s \propto \eta_s C$ ，而 C 是散射物質的濃度， η_s 是其散射效率。因此，純空氣時 $\beta_s = 1$ 。如果在沙塵暴之後，大小為 520 nm 的塵粒濃度為 10%。藍綠光的能見度為 R_v (應註明單位為 km) 為何？ [1.5]

- (iii) 牛奶是含有大小約 100 nm 液態脂肪粒子的懸浮液。這些粒子散射光的效率比水分子強，使得牛奶看起來更白而不透明。

考量以下實驗，在水中加入幾滴牛奶，從上方以陽光照射，如右圖所示。因為牛奶濃度很低，水將呈淡霧色，而陽光仍可穿透。接著 (I) 從下方觀測或 (II) 從旁側觀測，如圖所示。



相較於從下方觀測 (I)，從旁側 (II) 透出的光，看起來

- (A) 偏藍 (B) 橙 (C) 偏紅 (D) 相同 [0.5]

- (iv) 下列哪一種大氣現象主要是由於 Mie 散射？ [0.5]



(A) 紅晚霞



(B) 白雲



(C) 藍天



(D) 彩虹

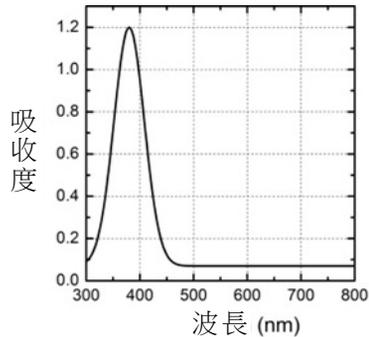
圖出處：(A) <http://bostern.wordpress.com>
(C) <http://lisathatcher.wordpress.com>

(B) <http://www.kaneva.com>
(D) <http://www.freefoto.com>

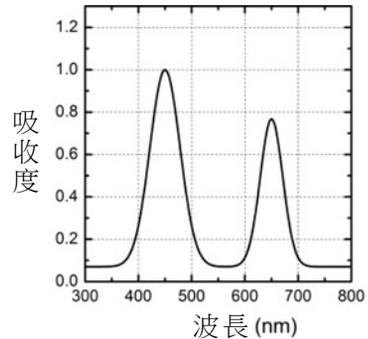
(b) 植物吸收太陽光能，將能量儲存為化學能的形式，經由稱為光合作用的複雜過程將水與二氧化碳轉變成碳水化合物。光合作用是由荷蘭的生理學家凡赫蒙 (Jan van Helmont) 在 17 世紀發現的，這是一個長時間又迷人的故事。有些有關光合作用生理的先驅研究由印度科學家 J. C. Bose 爵士在 1920 年完成，其中有些詳細內容直到現在仍在被研究中。

(i) 通常植物的葉及枝條是綠色的，因為有負責光合作用進行的葉綠素，下列何者是葉綠素的吸收光譜？ [1.0]

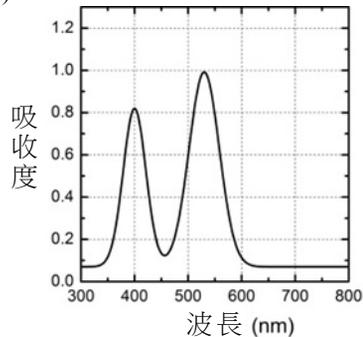
(A)



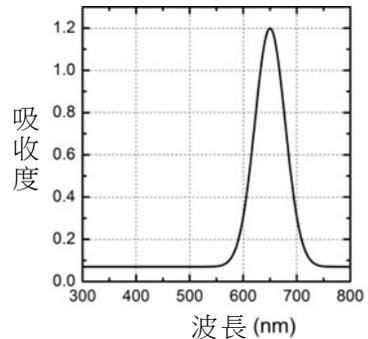
(B)



(C)



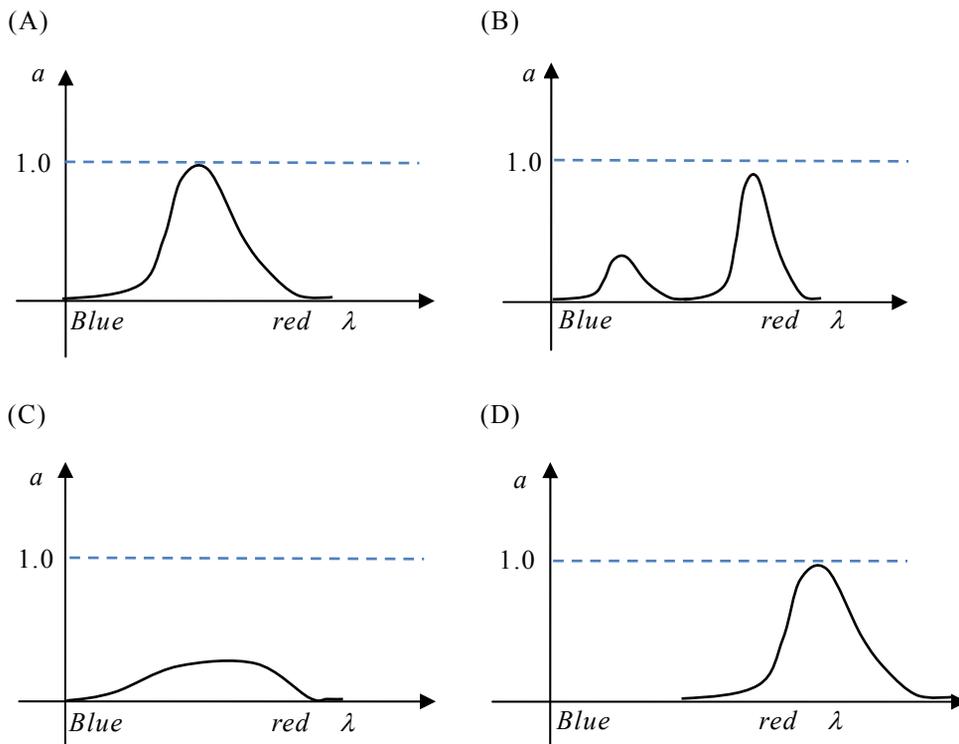
(D)



(ii) 假設光合作用的速率是與光的吸收總量(參考上圖)相關，在綠色植物中，多少的波長(應註明單位為 nm)會有最高的光合作用速率？ [0.5]

(iii) 長時間以來，都認為只有植物吸收太陽能，可以將其轉變為可以利用的形式。然而，太陽能電池的發明，現在已有許多不同的人造工具，可將太陽能轉換為其他可用的能量形式。

下列四圖呈現四種具有可以作為太陽能電池的不同物質的吸收度(a)。如果這些電池被設計在太陽光下運作，哪一種物質在將太陽能轉換為電能上，具有最高的轉換效率？ [1.0]



3. 維持血液和細胞內液於適當的 pH 值，對生物體而言非常重要，主要是因為酵素催化功能的正常運作與 pH 值有關，只要體內的 pH 值稍微改變，就可能導致嚴重的疾病。人體內血漿的 pH 值維持在 7.4，即便人體內進行生化反應，會產生或消耗 H^+ 離子，但因有 CO_3^{2-} 、 HCO_3^- 和 CO_2 存在體液中，故可以幫助血液維持在穩定的 pH 值。

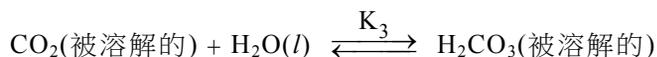
(a) 在血液中， H_2CO_3 會分兩步驟進行解離，分別寫出此兩個步驟的反應式。 [0.5]

(b) 若上述兩個步驟反應的平衡常數分別為 K_1 和 K_2 ，當人體體溫於 $37^\circ C$ 時，該兩常數的值分別為： $K_1 = 2.2 \times 10^{-4}$ 和 $K_2 = 4.8 \times 10^{-11}$ 。

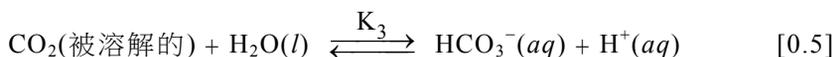
(i) 假設溶液中 H_2CO_3 和 HCO_3^- 的濃度 (mol/l) 相同，計算溶液中的 H^+ 濃度和 pH 值。 [0.5]

(ii) 若血液的 pH 值為 7.4 時，計算 HCO_3^- 和 CO_3^{2-} 的濃度比例。 [1.0]

(c) 通常在人體內，被溶解在血液中的 CO_2 與 H_2CO_3 濃度達平衡。

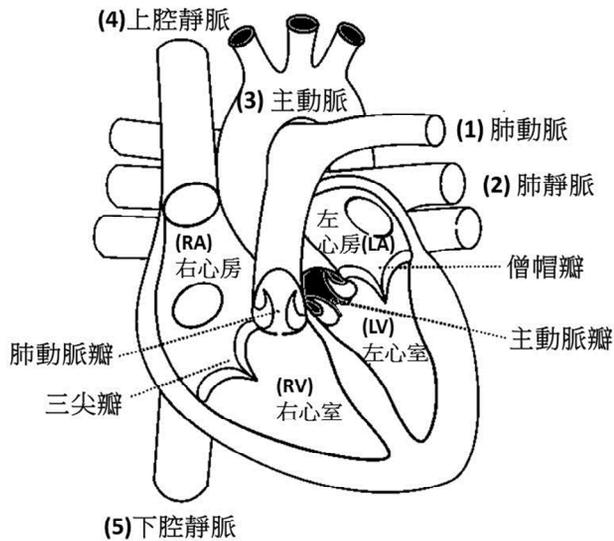


在 $37^\circ C$ 時， $K_3 = 5 \times 10^{-3}$ ，計算下列反應式的平衡常數 (K')。



(d) 血漿是含有碳酸根的緩衝溶液，為 HCO_3^- 與 CO_2 的混合物，在 38°C 時，其總濃度為 $3.4 \times 10^{-2} \text{M}$ 。已知在此溫度下，上述的平衡常數 K' 為 1.3×10^{-6} ，而且 H_2CO_3 的濃度很小，可忽略不計。計算在 $\text{pH}=7.4$ 的血液中 CO_2 (被溶解的)濃度與 HCO_3^- 濃度比例為何？以及兩者的各別濃度為何？ [1.5]

4. 人類心臟有四個腔室—左心房、右心房、左心室及右心室。下圖中顯示該四個腔室和多條與心臟相接的血管。



與心臟相接的血管	心臟內的腔室
1. 為肺動脈的代號	RA) 為右心房的代號
2. 為肺靜脈的代號	RV) 為右心室的代號
3. 為主動脈的代號	LA) 為左心房的代號
4. 為上腔靜脈的代號	LV) 為左心室的代號
5. 為下腔靜脈的代號	

(a) 上表中，哪些代號含有貧氧血？ [1.0]

(b) 下表為某人在一次心週期中，於不同時間點(t)其左心室內的血液量(V)。 [0.5]

t (s)	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
V (cm^3)	80	89	75	60	48	47	70	80	89

根據上表資料進行計算，則此人的心跳速率(應註明單位為 beats/minute)為何？

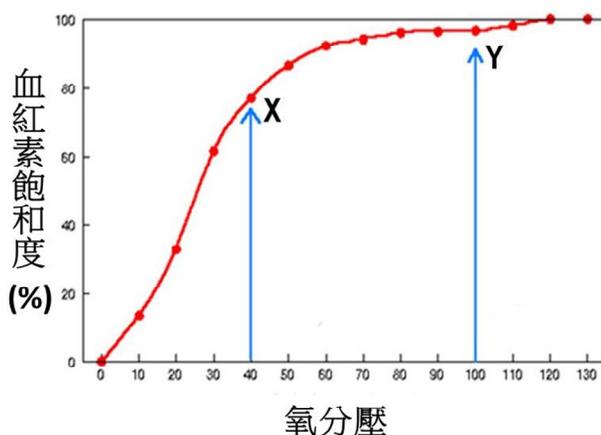
(c) 於心週期過程中的不同期間，多個瓣膜會打開或關閉，以導引血液的流動。根

據上題(4b)表內資料，僧帽瓣與主動脈瓣於 0.2s 及 0.6s 時的開或關狀態，依序分別為何？將答案填入答案卷內適當的欄位中。(O 代表打開；C 代表關閉)

時間 Time	僧帽瓣 Mitral valve	主動脈瓣 Aortic valve
0.2 s		
0.6 s		

[1.5]

- (d) 在血液自心臟流入主動脈的一次心週期中。假如主動脈的直徑約為 2.4 cm，利用上題 4(b) 附表的資料，計算一次完整的心週期中，血液流入主動脈的平均流速為何（應註明單位為 cm sec^{-1} ）？ [1.0]
- (e) 血液由主動脈先流入與主動脈相接的大動脈，再流入小動脈和微血管。假如人體內所有大動脈的總截面積為 7.0 cm^2 ，而流經主動脈相等體積的血液，均流入大動脈，計算出血液流經這些大動脈的平均流速(應註明單位為 cm s^{-1})? [0.5]
- (f) 藉由測量體內不同組織內的氧分壓，可得出不同程度的血紅素飽和度，下圖顯示不同血紅素飽和度與氧分壓的相關性。圖中有分別標示為 X 與 Y 的兩點。



[1.0]

根據上圖，分析 X 點和 Y 點不同程度的血紅素飽和度，所代表在下表中人體不同部位的氧分壓，分別採用適合的 X 或 Y 表示，再將適合的代號 X 或 Y，填入答案卷內相對應的欄位中。

主動脈 Aorta	腎靜脈 Renal vein	肺臟內的肺泡中 Alveolar space in lungs	肺動脈 Pulmonary artery

5. 豹是貓科動物，在印度已滅絕，在他處仍可見，其特色為高速奔跑與快速加速。它可在 3.0s 之內，從靜止加速到其最高速率約 $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。(相較於跑車約需 4s 才可達此高速。)



圖來源：<http://www.vimeo.com>

雖然豹可以高速奔跑與加速，它卻累得很快，無法以最高速率長途奔跑。因此，若不在時限之內補獲獵物，必須放棄該次獵補。

- (a) 考量一隻質量為 50kg 的豹。從靜止開始加速，經 3.0 秒達速率 30ms^{-1} ，然後繼續以該速率跑 20 s
- (i) 計算此豹加速至最高速之前的平均加速度。 [1.0]
 - (ii) 計算最初 3.0s 的位移，假設等加速度。 [0.5]
 - (ii) 豹需作功克服空氣阻力。假設阻力為定值 100N。計算該豹於最初 23.0s 之內所作的功。 [1.0]
- (b) 於最初 23.0s 之內，豹的體溫從 38.5°C 升高為 40.0°C 。假設豹的比熱為 $4.2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 。
- (i) 若體溫升高為線性，不計散失於環境的熱量，計算豹的代謝產生的熱量。 [1.0]
 - (ii) 假設豹的身體產生的能量，部份用於提升體溫，其餘用於力學作功。計算產生的能量轉換為動能的比例。 [1.0]
- (c) 豹起跑時，起初能量來自有氧呼吸，此時葡萄糖被氧化為 ATP。在此過程，每莫耳的葡萄糖產生 36 莫耳 ATP，而這些 ATP 可以轉換為 1130 kJ 能量。高速奔跑增加氧氣需求，造成呼吸率增高至 150 次每分鐘。
- (i) 寫下平衡的有氧呼吸化學方程式。 [1.0]
 - (ii) 如果豹需要 400 kJ 的能量，設所有能量皆來自有氧呼吸，計算所需氧氣的體積。取氧氣的莫耳體積為 24.5 公升。 [1.0]

- (ii) 豹經呼吸自空氣中攝取氧氣。吸入的空氣(每次吸氣約 500ml) 包含 20% 氧氣。假設吐出的空氣含約 15% 氧氣。計算豹以 150 次每分鐘的呼吸率，在此 23s 奔跑中，消耗氧氣的體積。 [1.0]
- (d) 從以上作答可知，豹行有氧呼吸產生的能量不足以提供肌肉所需。因此需要藉由無氧呼吸作用產生 ATP，但此過程中每代謝一莫耳葡萄糖只能獲得兩莫耳的 ATP。
- (i) 無氧呼吸作用可將葡萄糖轉換為 ATP。如果葡萄糖可完全氧化，一莫耳可釋出 2872 kJ 能量。相較於完全氧化，無氧呼吸的效率為何？ [1.0]
- (ii) 如果豹奔跑所需的 400kJ 能量全部經由無氧呼吸產生，計算需要多少公斤的葡萄糖(應註明單位 kg)。 [1.5]