

# 現代顯微科技相關教學與探究實驗

陸健榮\* 徐源宏 陳藝丰

國立臺灣師範學大學 物理系

## 前言

近代顯微術在尖端的學術與科技領域應用廣泛，然而其力學設計卻是運用相當基本的物理。許多國際物理競賽也常以這些基本物理作為競賽實驗主題。結合尖端科技的基礎物理與教學，可以提升學生學習物理的動機與意願，也可激發學生應用所學的創新活力。新課綱在基礎物理之中已加入了「交互作用」的概念，而近代顯微術就是利用一具懸臂振動系統，偵測待測物與懸臂尖端探測頭的各種交互作用力，因而有原子力顯微鏡、磁力顯微鏡…等，偵測不同作用力的顯微系統。本實驗組件將近代顯微術的主要構造放大，並簡化為中學生能夠理解的知識內容與操作實驗。

## 壹、現代顯微科技簡介

物理乃格物致知之理，其內容不外乎世界有什麼以及它們之間如何交互作用。作用力有兩種效應，一是改變物體形狀，另一是改變運動狀態。中學物理大都從力是如何改變物體的形狀開始，教導學生體會、描述或定義作用力。虎克定律就是作

用力與物體形變之間的經驗定律。接著進一步探討作用力如何改變物體的運動狀態。對於振動而言，振動頻率為運動特徵之一，作用力對於振動頻率的影響獨特而且靈敏。

現代顯微系統的基本結構如圖 1 所示，主要是由懸臂與探測頭所構成，中學物理已包含其中的基本原理。當探測頭接觸樣品表面平移掃瞄之時，隨著表面的起伏，懸臂因探測頭受力不同而展現不同的彎曲程度。依據虎克定律，在彈性限度之內，懸臂的彎曲程度與端點探測頭所受的作用力成正比。當探測頭接近而不接觸樣品表面時，隨著表面的起伏，探測頭與表面的距離不同，因而所受的恢復作用力不同，懸臂的振動頻率也隨之變化。依據牛頓運動定律，以及簡諧運動，可以分析振動頻率隨著作用力的變化，並可以藉以校正系統或推測未知。

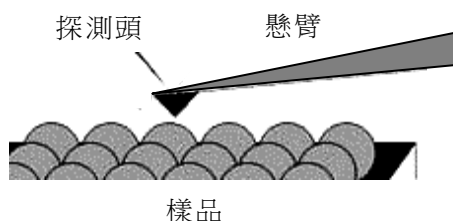


圖 1 近代顯微術基本結構示意圖，包含了懸臂與探測頭。

\*為本文通訊作者

## 貳、教學與探究實驗

現代顯微術模型的基本架構為圖 1 中的懸臂與探測頭。彈性懸臂可以選擇木條、竹片，金屬、塑膠或其他材料所製成的細桿、長直薄片或直尺。五金行買得到的鋼鋸片可能是最普遍容易購得，而且品質穩定的懸臂之一。擺錘的質量可以選擇夾子或磁鐵等容易附著的物體，以方便增減質量。

### 一、彎曲模式

將鋼片一端固定作為懸臂，自由端以標準質量作為探測頭。逐次吸附作為標準質量的鋼珠，藉由所受重力變化，可以校正擺臂的彎曲量與受力的關係，如圖 2(a) 所示。在外力不大時，彎曲量會依循虎克定律與所受外力成正比。即使外力超出了線性範圍，只要在彈性限度之內，都可以擬合懸臂所受的重力，以及彎曲程度，校正兩者之間的函數關係。校正之後的懸臂，即為作用力的感測系統，可應用於測量未知的外力。例如測量未知重物的重量。也可以描繪未知作用力的分布，例如圖 2(b) 為測量探測頭磁鐵與一待測磁鐵之間的磁力。測量紀錄懸臂彎曲程度，依據圖 2(a) 實驗所校正的函數關係，可以推算得磁力的分布。此一模式的實驗操作與分析，國中、高中皆適用。實驗的數據與分析皆類似於彈簧虎克定律實驗，故不贅述。

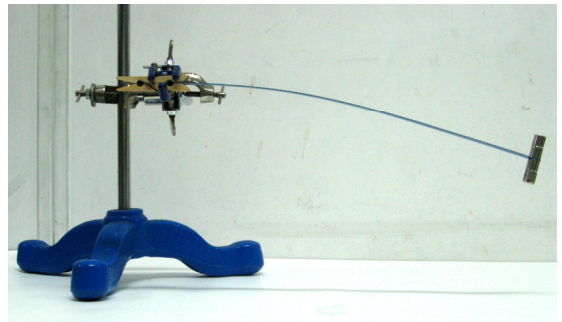


圖 2(a) 藉由所受的重力，可以校正擺臂的彎曲量與受力的關係。



圖 2(b) 受外力作用時，懸臂彎曲。待測磁鐵可以黏土固定於盛水寶特瓶等重物上。

### 二、振動模式

物體所受恢復力與位移方向相反且量值成正比時，其振動為一簡諧運動。當物體運動慣量為常數時，振動頻率的平方，正比於恢復力常數。

#### (一) 理論模型

懸臂振動面若是水平面，則毋需考量重力。水平面上，懸臂探測頭受磁力作用的示意模型如圖 3 所示。從質點力學的觀點而言，擺錘微幅偏離平衡位置  $x_0$  的位移為  $x$  時，擺臂提供的彈力為  $F_R = -kx$ 。兩個磁鐵之間作用力在平衡位置  $x_0$  的附近可以表示

為  $F_B = F_B(x_0) + \frac{dF_B}{dx}x$ 。懸臂探測頭微幅振動的運動方程式為

$$\sum F = ma = -kx + F_B(x_0) + \frac{dF_B}{dx}x。$$

平移原點之後，可以簡化為

$$ma = m(-\omega^2x) = -(k - \frac{dF_B}{dx})x，$$

其中  $\omega$  為振動角頻率。

$$\omega^2 = \frac{k}{m} - \frac{1}{m} \frac{dF_B}{dx} \quad (2.1)$$

包含了彈力梯度與磁力梯度的資訊。

沒有磁力作用時， $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  則只包含了懸臂彈力梯度  $k = \frac{dF}{dx}$  的資訊。

扣除彈力的貢獻之後， $\Delta\omega^2 = \omega^2 - \omega_0^2$

就能夠提供磁力梯度  $\frac{dF_B}{dx}$  的資訊。

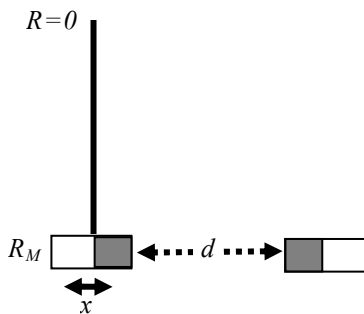


圖 3 理論模型示意圖(紙面為水平面)。

## (二) 實驗與分析

振動模式的實驗裝置如圖 2(b)所示，選擇振動面為水平面，則毋需考量重力。首先將外加磁鐵遠離擺錘，

測量振動週期  $T_0$ ，並換算懸臂在無磁力影響下的自然角頻率  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ ，測得

的數據標示於圖 4 之中距離為  $d = 50$  cm 處。然後將外加磁鐵以相斥方位，正對著擺錘並且盡量靠近，測量

週期  $T$  並換算懸臂擺的  $\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ 。

接著由近而遠，逐次將外加磁鐵遠離擺錘，測量週期並且換算角頻率。繪製  $\omega^2$  隨著距離  $d$  的變化，如圖 5 所示。

圖 5 之中也顯示了扣除無磁力時的頻率平方  $\Delta\omega^2 = \omega^2 - \omega_0^2$ ，隨著距離  $d$  的愈大而其值愈小。

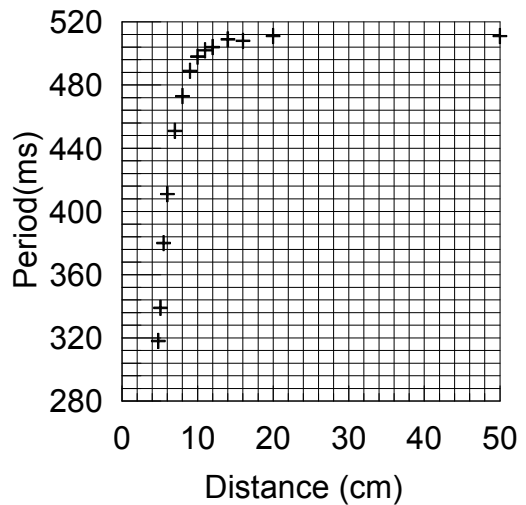


圖 4 振動週期隨著距離變化的數據。

從公式(2.1)得知，磁力梯度  $\frac{dF_B}{dx}$

也如同角頻率平方  $\omega^2$  一般，隨著距離  $d$  增大而變小；究竟是如何的變化呢？舉凡點力源所建構的力場(如重

力、靜電力、磁力)，皆遵守平方反比定律。由於磁單極不存在，所以基本磁力源為磁偶極。偶極的磁場為一排斥力場與另一吸引力場的疊加，也就是兩力場量值之差，兩極非常靠近時，偶極力場的小量差，即為其導數或微分，因而隨著距離  $x$  變化的次幂降一，從  $x^{-2}$  變為  $x^{-3}$ ；所以理想小磁鐵(磁偶極)在遠處  $x$  所建立磁場也是  $x^{-3}$  的變化。另一個磁鐵的兩極，在磁場中所受的兩磁力方向相反。同理，兩個磁鐵之間磁力隨著距離  $x$  的次幂又再降一，變為  $x^{-4}$ 。因此，兩磁鐵之間磁力的梯度(導數或微分)，則隨著距離  $x$  的次幂又再降一，變為  $x^{-5}$ 。在本實驗中，磁鐵兩極的距離( $\sim 1$  cm)，相較於兩個磁鐵的間距( $\sim 10$  cm)，尚不足以小到可以將有限距離的梯度當作微分。因此相距不遠時，磁力梯度的次幂，應接近(-5)而不等於(-5)。

實際應用上，欲求取兩磁鐵之間磁力梯度的距離次幂，可以將  $\Delta\omega^2$  取對數，然後繪製  $\log(\Delta\omega^2)$  對  $\log(d)$  的圖形，得一線性關係，如圖 6 所示。以最小平方方法作線性擬合，可求得斜率約是(-4.7)。圖中最右端，距離最遠的兩個數據點為  $d=20$  cm 與  $d=50$  cm。在距離大於 20 cm 之後，磁力的作用已微弱到與沒有磁力作用相當；所以， $\omega \approx \omega_0$ ，而  $\Delta\omega^2 = \omega^2 - \omega_0^2 \approx 0$ ，已無法代表磁力的影響，故不應納入擬合考量。圖 5

顯示兩磁鐵之間作用力的梯度，隨著距離的變化為(-4.7)次幂，也就是

$$\frac{dF_B}{dx} \propto \frac{1}{x^{4.7}}。$$

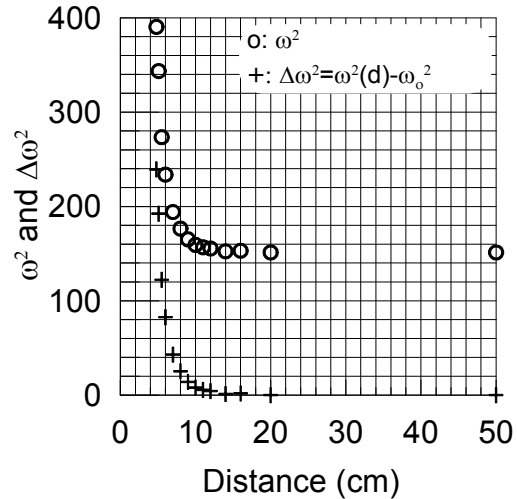


圖 5 振動角頻率平方  $\omega^2$  以及扣除無磁力時的頻率平方  $\Delta\omega^2 = \omega^2 - \omega_0^2$ ，隨著距離變化的數據。

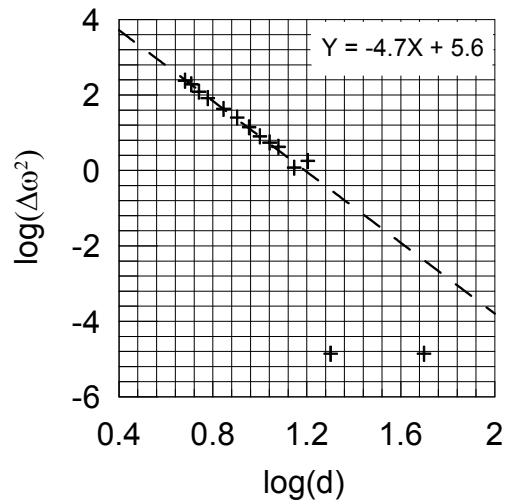


圖 6  $\log(\Delta\omega^2)$  隨著距離  $d$  的變化，擬合過程排除了  $d=20, 50$  ( $\infty$ ) cm 兩點。

### 三、示範實驗

先進顯微科技基本構造有兩大部份：  
(1)探測頭(Probe)，(2)懸臂(Cantilever)。利用本實驗的鋼鋸片做為懸臂，以磁鐵做為探測頭；可以做為示範實驗的中心結構，再配合以鐵架、直尺、紙盒、廢光碟與雷射筆等，可以組裝成一套示範用掃描式顯微系統的放大模型，如圖 7 所示。



圖 7(a) 掃描式顯微系統演示實驗側視圖

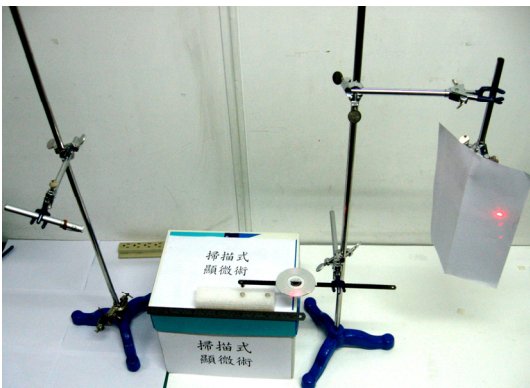


圖 7(b) 掃描式顯微系統演示實驗俯視圖

組裝過程需維持探測頭磁鐵與待測磁鐵為相斥模式，並留意調整懸臂長度以及兩磁鐵的間距。懸臂長度會改變慣性與力臂，懸臂太長可能會過度下垂恢復不

易，或兩磁鐵太靠近；都會使得磁鐵旁側的磁力太強而吸住兩磁鐵，使懸臂無法正常工作。

### 參、總結

我們介紹了與近代顯微科技相關的中學物理，逐級分解為適合一般中學或大學初級物理課程使用，提供師生創新實用的教具與教材，增進實作學習的動機與效能。本實驗利用懸臂的彎曲與振動，量測磁力場的強弱與梯度分布。其中彎曲模式可依據虎克定律來測量與分析作用力的量值，初中與高中皆適用。振動模式較為進階，需熟悉運動定律，且對於簡諧運動有所認知，適合高中進階教學或探究實驗。文中雖然只討論了應用於磁力和其分布的測量與分析，懸臂與探測頭系統也適用於探究其他交互作用力。

### 參考文獻

- 臺灣師大普通物理實驗室(2009)。普通物理實驗講義。臺灣師大物理系。(下) 實驗六 偶極-偶極作用
- 教育部(2008)。國民中小九年一貫課程綱要(自然科學與生活科技學習領域)。教育部。pp.9, 35, 36
- 教育部(2009)。普通高級中學必修科目「基礎物理」課程綱要課綱。教育部。pp.201。
- 教育部(2009)。普通高級中學必修科目「基礎物理」課程綱要課綱。教育部。pp.210。
- D.Halliday and R. Resnic (2011), Principles of Physics,( 9th edition), John Wiley & Sons Inc;. pp.386。
- D.Halliday and R. Resnic (2011), Principles of Physics,( 9th edition), John Wiley & Sons Inc;. pp.637。