

---

# 數學探究教學對國中七年級學生 數學素養影響之研究

陳珮珊\* 秦爾聰

國立彰化師範大學 科學教育研究所

## 壹、緒論

### 一、研究背景與動機

近年來，經濟合作發展組織 (Organisation for Economic Co-operation and Development[OECD])開始發展國際學生評比的計劃 (The OECD Programme for International Student Assessment[PISA])，於 2000 年開始實施素養測驗，希望了解學生運用到生活中的數學能力，而台灣的教育也開始以培養學生主動學習、學以致用為主要的精神，將課程修訂為以生活基本能力為重，強調學生不是只擁有背不動的書包，而是能有帶著走的能力 (教育部，2003)。為了迎接二十一世紀的來臨，教育部 (2001) 訂定九年一貫課程目標為能力的開拓，為國民的終身學習奠下基礎，這有別於僅是知識的傳授，此外，在數學學習的目標內加入培養學生的數學素養，而數學素養是要關注學生數學學習的過程，過去，我們並沒有將數學過程看成一種目標，現在將其視為一項重要的指標。

在近期的實徵性研究中可發現，探究教學利於學生在概念的理解和策略思維的

增長，加深對數學的理解，同時培養跨學科之問題解決的態度 (Whitin, 2006)。但文獻中並沒有針對數學探究教學與數學素養的相關研究，迄今，我們仍不明瞭數學探究教學對學生數學素養的影響，即使有些研究以臆測為中心的數學探究教學法成功驅動學生進行數學探究，進而影響學生數學素養上的表現 (尤昭奇、秦爾聰，2009；秦爾聰、劉致演、楊讚文，2010)，然而個案分析只能探討出學生數學素養的展現，而無法檢視學生數學素養的改變與成效。因此，研究者採取準實驗的研究法，以了解學生在經歷數學探究的過程中，其數學素養的改變與成效。

### 二、研究目的與待答問題

本研究之目的，在於探討實施數學探究教學 (inquiry-based mathematics teaching) 與傳統講述教學的情況下，對七年級學生的數學素養 (Mathematical literacy) 之影響。待答問題如下：(一) 探討數學探究教學與傳統講述教學之七年級學生，其數學素養的差異為何？(二) 數學探究教學對實驗組七年級學生數學素養的影響？

---

\* 為本文通訊作者

## 貳、文獻探討

### 一、數學探究教學

Mcneal、Simon (2000) 認為數學探究教學是探索觀念和關係、製造和檢驗猜想的過程、利用資料來評估、辯證那些猜想的過程。而教師從事數學探究時，需營造豐富的數學任務，培養學生討論任務和提出他們的解決方案，以及進行反思任務、充分發揮數學的活動和理解 (Peressini、Knuth, 2000)。在課程內容方面，應以學生經驗為基礎，使用其觀察和問題作為跳板，讓學生進行探究，仔細觀察、採取多元觀點、提出問題、提供猜測、決策和執行計劃，並且對結果反思的過程，為此鼓勵學生的好奇心，也能促進思考，並打開探究之路，而數學的提問可以在整個探究過程中發揮重要的作用 (Whitin, 2006)。從數學的教學與課程設計中，皆可看出學者們對數學探究的重視。所以，Diezmann (2004) 綜合各學者對於數學探究的探討，認為數學探究教學吸引學生，且適合學生的能力範圍，更提供團隊合作和共同建構知識的機會，因此研究者認為數學探究教學為透過老師精心策劃活動的教學環境下，製造問題情境或引導學生提出問題的情境，讓學生產生興趣 (Jarrett, 1997; Siegel、Borasi、Fonzi, 1998; Whitin, 2006)，提供學生進行思考、探索、與同學討論、分享的機會，激發出深層次的探究 (Diezmann, 2004; Siegel、Borasi、Fonzi, 1998; 黃家鳴, 2005)，且從中讓學生反思探究的價值、學習的意義，並藉由學生自己的發表重新

審視自己的學習經驗 (Peressini、Knuth, 2000; Siegel、Borasi、Fonzi, 1998)。

### 二、數學素養

#### (一) 數學素養意涵

PISA (2009, p84) 將數學素養定義為：

- (1) 數學素養強調數學知識投入於不同的情況下，以反思和洞察力為基礎的方式。當然，基本的數學知識和技能是必要的，就像要成為有素養的人，不能不認識字，其必須擁有豐富的詞彙和語法知識，用語音、字形進行溝通，且在現實世界中，將這些元素結合運用；同樣的，數學素養的先決條件，就是數學知識、術語、事實和程序，以及在執行某些操作技能，這些基礎是不能少，將這些基本元素結合，應用在真實情境中。
- (2) 世界指的是個人居住的自然、社會和文化的環境。
- (3) 投入意味著透通溝通、評估，讓個人更廣泛地參與運用數學解決問題，也發展出欣賞和享受數學。因此，數學素養的狹義包含使用數學，以及為進一步研究數學美。
- (4) 個體生活中包括他或她的私人生活、職業生活和社會生活，以及同學、親屬、社區公民的生活。

換言之，PISA (2009) 關注於學生面臨各種數學的情況時，他們的分析、推理、有效地連結想法的能力，

然而所面臨的情況為現實生活的問題，學生又如何進行使用其數學能力來幫助澄清或解決的問題。學生成功地解決生活訊息的應用，是基於數學學習和實踐技能，他們需要了解概念結構、還有知識之間的關係，和怎樣的過程將導致一個可能的解決方案，以及反思如何找到正確性答案。也就是，必須擁有數學的基本能力，將其應用在個體周遭的環境中，並積極投入其中。

## (二)數學素養評量

PISA(2009)編制數學素養評量，將其依據情境脈絡、數學內容、數學過程，這三個向度來編試題，並提出八種數學認知能力為依據，分別為思考與推理、論證、溝通、建模、形成問題與解題、表徵、使用符號形成語言與運算、輔助與工具的使用。然而又將這些能力統整為三大能力群，分別為再製群、連結群、反思群，將這個作為數學素養評量能力向度的組成要素。期望透過不同情境脈絡中，學生們可以提出相對應的數學概念，將其公式化轉化成數學問題，這樣不僅讓其能解決生活上所面臨的問題，也讓學生學會分析、推理的能力。

本研究中希望藉由數學素養評量來了解學生們在數學方面的分析及推理能力，與 PISA 的設計數學素養評量的理念相近。然而，林福來等人(2011)依據 PISA 的數學素養評量

架構的情境脈絡、數學內容、數學過程，這三個向度來編制的《臺灣 2011 數學素養評量試題》，因此本研究使用此做為本研究檢測之題目。

## 三、數學素養與數學探究教學

具有數學素養的人，必須學會進行探究數學的能力，利用探究的方式，以提出數學問題、解決問題、提出假設、傾聽數學的論證、和挑戰含有數學內容的大眾文章 (Richards, 1991)。然而，學生在老師的啟發引導下，以現行的教材或學生周遭環境、生活中的實際問題為基本的探究內容，讓學生獨立自主學習或合作討論為學習的形式，運用數學探究的學習方法，從而提升學生的數學素養。探究教學中，訓練學生數學素養，需藉由學生已有的知識和經驗做引導，把問題的發現、和解決問題留給學生，不能由老師代勞，否則學生便無法真正學習，然而對問題的呈現要顯現出多樣性和開放性的特點，讓學生的思維空間更廣闊，學生才能真正領會數學和把握數學概念的核心，領悟概念中所反映的數學思想方法的真諦、學會數學地思維，這樣才能形成功能強大的數學概念結構。因此，數學探究能力是數學素養最核心的要素、最本質的特徵，數學探究能力的提升，也是透過數學思維能力的訓練，確實發展數學能力，提升數學素養。

由上述可知，數學探究與數學素養的關係非常密切，Deci (1995)認為孩子的好奇心是一個驚人的能量之源，這說明學

生富有好奇心、求知慾，對任何事都想親自去探究、去發現，因此數學探究教學就是利用好奇心及提供開放式問題來促進學生主動學習（引自 Carter, 2004），再者，荷蘭數學教育家 van den Heuvel-Panhuizen（2000）倡導教育應該引導學生經由做數學，而有再創造（re-invent）數學的機會，數學應作為一種活動來進行解釋和分析。因此在課堂過程中，應多設計一些能自主參與和實踐探究的活動，讓學生加強在實務中運用數學知識，以提升學生數學素養。

## 參、研究方法

### 一、研究設計

本研究採用準實驗研究法，台中市某國中七年級兩個班級的學生，編班依據 S 型常態編班，實驗組為曾參加過教師專業成長團體且長期進行數學探究教學的教師

所任教之班級（30 人），而控制組由與實驗組教師資歷相近的教師進行傳統講述教學（30 人）。在實驗教學前，兩組皆接受數學素養前測。實驗教學期間共十八週七十二節課，實驗組有三十六節課進行數學探究教學，其餘仍為一般教學；對照組全部皆為一般教學，兩班教學進度相同，實驗組與控制組之教學比較如表 1 所示。在實驗教學後，兩組皆接受數學素養後測。而研究者以觀察的方式來了解研究對象，為了觀察不同層次學生的表現，將實驗組學生依照數學素養前測成績由低至高排列，分為低（後 26%）、中（48%）、高（前 26%）三群，作為比較的參考。

本研究的探究教學是以小組合作的方式進行，按照異質性分組，上學期末段考成績將全班分高中低三群，以 S 型方式分組，共分六組，每組五至六人。

表 1、實驗組與控制組實施教學之比較

	實驗組	控制組
引起動機	教師提供情境問題讓學生思考	直接代入教學主題
發展活動	學生們透過分組討論，提出自己的想法進行解題	教師直接教導學生解題的技巧
綜合活動	小組討論後上報告，教師在報告時，適時協助學生澄清自己的想法	回顧上課的重點

表 2、教學範例

探究教學	教師活動	學生活動	時間
引發學生的興趣	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 在上課前督導學生完成小組座位的搬動。</li> <li>◆ 教師利用講述數學著作《孫子算經》的故事引出一個流傳甚廣的數學問題。</li> <li>◆ 教師請學生回答他們想法。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 學生於下課搬動座位</li> <li>◆ 學生朗讀並提問問題。</li> <li>◆ 學生思考問題情境。</li> <li>◆ 學生回答一開始的思考。</li> </ul>	5
數學化	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 教師針對學生的問題做概念解釋。</li> <li>◆ 教師提問，如何將已學的知識來解決問題。</li> <li>◆ 進行小組討論，檢驗自己的想法。</li> <li>◆ 教師巡視課堂並擔任引導的角色。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 分組討論，並把組員不同的想法記錄下來。</li> <li>◆ 凝聚組內共識、並做辯護及澄清。</li> <li>◆ 討論的結果及想法改變記錄下來</li> </ul>	30
分享及批判	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 進行小組發表，協助學生澄清自己的想法。</li> <li>◆ 教師主持發表並引導課堂進行思考。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 分組報告</li> <li>◆ 學生提問並聆聽別組的想法</li> <li>◆ 支持或反駁別人的想法，提出適當的理由</li> </ul>	10

## 二、研究工具

為達成研究目的，本研究所使用的研究工具包括：數學素養前後測、半結構晤談及錄影記錄。數學素養測驗乃是採用林福來等人（2011）依據情境脈絡、數學內容、數學過程，這三個向度來編製的《臺灣 2011 數學素養評量樣本試題》中選取不同類型題目，作為本研究的數學素養試題，此試題在實驗學校附近學校的七年級學生共 150 位進行預測，前測試題的平均難易度.34、平均鑑別度.46，後測試題的平均難易度.38、平均鑑別度.43，經試題分析後，最後選取的試題題目共有六題每題有一至三小題不等，皆採問答題方式實施，計分每題得分一至三分不等，最低 0 分，此標準依據林福來等人（2011）編製

的數學素養評量的標準給分。

## 三、資料處理與分析

本研究的資料處理與分析，乃採取「量化分析」輔以「質性分析」之方式進行，在量化分析方面，以 Microsoft Excel 及 SPSS20.0 進行描述性統計外，以此測驗的前測平均分數作為共變數，進行單因子共變數分析以考驗實驗與控制組在數學素養測驗之後測平均得分是否達顯著，以了解數學探究教學是否提升數學素養。

在質性分析部分，於實驗教學後，在實驗組素養高、中、低分群各取兩名學生進行訪談，並參考教學進行中的錄影及學習單等資料，以補量化資料不足之處。

## 肆、研究結果與討論

### 一、接受數學探究教學與傳統講述教學之七年級學生，其數學素養的差異

#### (一)接受數學探究教學的學生在數學素養表現顯著優於接受講述式教學

由表 3 結果發現，經過共變數分析檢定後，教學方法不同所造成的變異數 F 值為 12.12，p 值為 .00，達到小於 .05 的顯著水準，可見排除前測成績的影響後，實驗處理效果顯著，其表示經數學探究教學後，實驗組的數學素養（調整後的平均數等於 7.19）顯著優於控制組（調整後的平均數等於 4.88），也就是數學探究教學對於學生數學素養表現在統計上顯著優於講述式教學對於學生數學素養的表現。

另外，為了瞭解數學探究教學對數學素養影響的效果程度，本研究即試算其「效果量」，以驗證其實質效果強度，由表 3 中來自實驗處理與誤差之變異數平方和計算可知其  $\eta^2$  值為 .18，經計算後求得到 f 值為 .47 ( $f = \sqrt{\eta^2 / (1 - \eta^2)}$ )，根據 Cohen (1988, p284) 建議的標準，本研究中數學探究教學對數學素養影響的效果量為高效果，顯示數學探究教學對於數學素養的提升具有高度效果量。

另外，將實驗組和控制組分成不同程度學生進行數學素養提升程度之比較，經由學生數學素養前測成績作為共變數，分別對於高中低三個程度組別的後測平均數作共變數分析的結果如表 3，其結果發

現，實驗組和控制組在三個程度分組的平均數比較中，只有低成就學生達顯著差異，高、中分群的學生都未達顯著差異，但是高、中、低三群的實驗組學生經以共變數調整後的平均數皆高於控制組，且高、中分群雖未呈現顯著提升 ( $p < .05$ )，但高分群學生後測平均分數差異之效果量值有達到 .37 的中等效果量 (Cohen, 1988)，而中分群學生後測平均分數差異之效果量值也有達到 .27 的中等效果量。由以上資訊可透露出，實驗組無論是哪一群的學生在後測皆優於控制組的學生，因此若同時考慮本實驗設計因為偏低樣本人數（每一程度分組只有約十位學生左右）所導致的較低統計考驗力，因此實驗組所採用的數學探究教學法，雖然無法和傳統講述教學在數學素養測驗上與其有達顯著差異，但至少在成效上大致說來是有提升的。至於為什麼只有低分群學生數學素養有著顯著差異，研究者認為探究教學採用讓學生主動探索，使低分群學生願意主動參與課室，且不再完全吸收知識的情況下，相較於講述教學，實驗組的低分群學生顯著提升其數學素養。尤昭奇 (2009) 研究結果指出，對於低成就的學生而言，在傳統講述教學中無法進行個別適性指導，但透過數學探究教學中的小組分享討論，學生間互動學習比老師直接教導有效得多，且使低成就的學生提升對數學的學習興趣，也因提升低成就學生的學習興趣，以至於他們比較會投入在課堂中。

表 3、實驗組與控制組不同程度及性別的學生數學素養後測成績之共變數分析摘要表

項目類別	後測平均數 (實驗組/ 控制組)	調整後之後 測平均數 (實驗組/ 控制組)	F-value	p-value	淨相關 Eta平方	效果量 (關聯強度, $\eta^2$ )
全體	6.97/5.10	7.19/4.88	12.12	.00*	.18	.47
高分群	10.13/8.87	10.16/8.84	1.69	.22	.12	.37
中分群	6.50/5.21	6.73/4.99	1.98	.17	.07	.27
低分群	4.63/1.13	4.52/1.23	9.72	.01*	.43	.87
男	7.40/4.60	7.38/4.62	9.00	.01*	.25	.58
女	6.53/5.60	7.04/5.10	3.73	.06	.12	.37

註：\*表示  $p < .05$

## 二、數學探究教學對實驗組七年級學生數學素養的影響

### (一)除了高分群以外，中、低分群在數學素養測驗上皆有顯著差異

除了實驗組與控制組數學素養的比較外，為了更進一步瞭解數學探究教學，因此對實驗組進行不同程度學生的數學素養提升的情形之探討，然而，由於分組樣本數不足 20 分，因此採用無母數檢定，來檢驗高、中、低三組學生數學素養測驗前、後測得分之平均數，其結果如表 4。由表 4 的結果中可以看出三個程度學生在數學素養測驗前、後測的平均得分，只有高分群的學生未達顯著提升，中分群與低分群學生皆達到統計上的顯著提升。研究者認為高分群的學生沒有顯著提升的主要原因，是由於高分群的分數再高也有極限，無法

再提升，即使有所提升，也較難達到顯著差異。由表 4 中，也可發現男生與女生接受數學探究教學都有顯著提升，因此可知數學探究教學並不會被性別所影響而造成差異，且在課堂中，無論男女都積極參與討論，在訪談時，教師也表示男、女生的表現並無差異。

(I：研究者，T：實驗組老師)

I：在教學過程中，男女生對此教學法的表現有何不同？兩者是否有差別？

T：男女在探究教學下兩者的表現並無特別差異，因異質性分組對於不同背景與環境、不同能力的學生之學習具備著包容與接納，因此在數學反應上男女差異反而不重要了。

(晤 1010706)

表 4、實驗組不同程度學生數學素養前後測成績差異情形之無母數分析摘要表

項目類別	平均數（前測/後測）	標準差（前測/後測）	Z檢定	漸近顯著性
全體	4.50/6.97	3.70/3.49	-3.63	.000**
高分群	9.63/10.13	1.85/2.17	-1.19	.234
中分群	3.86/6.50	1.46/3.41	-2.39	.017*
低分群	0.50/4.63	0.54/2.45	-2.38	.018*
男生	4.67/7.40	415/3.81	-2.67	.008**
女生	4.33/6.53	3.33/3.20	-2.42	.016*

註：\*表示  $p < .05$ ；\*\*表示  $p < .01$

## (二)探究教學對於實驗組學生數學素養之訪談資料

為了進一步了解實驗組學生接受數學探究教學的感受，及了解學生們的數學素養的展現，因此研究者對於接受數學探究教學的全班學生進行訪談，以下即針對訪談過程所收集的資料分成教學及數學素養測驗兩部分來進行分析與歸納，且將晤談數據分成高、中、低分群學生的方式呈現(表 5)，其綜合討論如下：

### 1. 學習數學的方式有所改變，遇到問題主動進行思考

高分群的學生都認為學習數學的方式都有所不同，因在以前的學習，都是以老師講述而學生一直聽，因此很容易遇到問題就放棄，而現在透過小組討論的方式上課，學生們變成會先主動思考、主動探索，且在相互討論中，可以加速其思考（朱銘裕，2012），且在同儕影響下，激發起自我學習。訪談中發現，低分群的

學生只有半數的學生認為有改變，沒有改變的學生們在討論時，大多在旁聊天，因此他們認為他們學習數學的方式並沒有改變。

高分群學生只要有討論，都會主動思考問題，中分群學生也會主動參與討論，但主動思考問題會視題目而定，比較簡單的題目才會進一步探討，較深的題目便較不會主動思考，而低分群的學生更有半數學生不太會主動思考，但也有半數願意主動思考問題，可能是害怕提出的想法不被接受，因此雖然會參與討論，卻不太敢提出自己的看法。老師使用數學探究教學，學生們大多願意在課堂中主動思考，也許無法主動提出他們自己的想法，但都願意在其他人提出想法後，進行驗證，驗證所提出的方法是否合理、是否正確。

### 2. 數學素養測驗富有挑戰性，增進學生思考

學生們皆覺得數學素養的試題很難，主要原因都是因覺得要思考，偏重於思考的題型，便覺得很困難，但高分群的學生普遍比較喜歡這樣的類型，因覺得數學素養試驗具生活化、不偏重於計算，著重於思考，且具挑戰性的活動及可普遍運用在日常生活的實用性問題，能夠吸引這些高成就學生的鬥志和求知欲，更有人覺得這樣的考題比較有價值、比較有意義，不會像考段考的感覺一樣，是為了考試而考試。但中分群的學生覺

得試題雖然此題目生活化、不偏重計算，但偏重於思考，也表示這樣的試題需要一直思考且影響作答試題的時間，這樣的堅持造成他不喜歡需要一直動腦的試題，而造成學生無形的壓力，因此較不喜歡這樣的題型，而低分群的學生覺得試題過於困難，而不去作答，就直接放棄，且也有人表示看不懂題目，如此造成覺得此類型的題目不知該如何作答，但也有少數的人認為雖然較難，但比較偏向生活的實例，可幫助自我學習。

表 5、高中低分群訪談資料

一、你覺得自己現在的學習數學方式與之前的有何不同？		
高成就	沒有不同	0
	有：以前遇到難題就放棄，現在會先想(3人)、比較會主動思考(5人)	8
中成就	沒有不同	1
	有：以前遇到問題就放棄，現在會先要知道解答(4人)、驗證答案是否正確(5人)、會主動提問(2人)、會認真上課(2人)	13
低成就	沒有不同	4
	有：現在比較會去思考(1人)、會幫忙驗證答案是否正確(3人)、	4
二、上數學課時，什麼樣的狀況會讓你主動思考？		
高成就	沒有	0
	有興趣的題型(1人)、每次討論都會(7人)	8
中成就	沒有	1
	比較簡單的題型(6人)、偏重思考的題型(2人)、有討論就會想(5人)	13
低成就	沒有	4
	簡單的題目(2人)、別人提出想法後(2人)、	4
三、這兩份數學素養測驗和平常老師出的考題有沒有不一樣？哪裡不一樣？		
高成就	一樣	0
	不一樣：比較深(3人)、要一直思想(2人)、比較多元化，可容納很多不同的算法(2人)、較生活化實際化(1人)	8
中成就	一樣	0
	不一樣：比較難(5人)、範圍廣(1人)、要一直思想(7人)、較生活化實際化(1人)	14
低成就	一樣	0
	不一樣：比較難(7人)、偏重思考與觀念(1人)	8

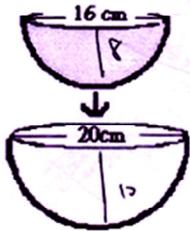
(三)實驗組學生的數學素養測驗之作答情形

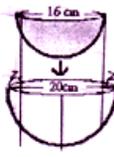
研究者檢視每個實驗組學生的數學素養測驗之作答情形，擷取部分學生的內容進行分析，而從這些學生的作答情形中，可以讓我們了解到學生數學素養的展現。前測以第一題「手續費」為例，後測以第一題「碗的疊放」為例。

1. 「手續費」

<p>滿分</p> <p><b>一、手續費</b></p> <p>來自台灣的容容、小日、靜靜準備結伴前往德國自助旅行。她們打算在銀行兌換一些歐元，以便在旅程中使用。小日在網站中查得當時兩國間的匯率為：<b>1 歐元=42.01 台幣</b>，手續費為兌換金額的 <b>0.3%</b>。</p> <p>(1)容容打算將 <b>10,000 元</b>台幣兌換為歐元，那麼她需要付多少手續費呢？</p> <p><math>10000 \div 42 = 238</math>  <math>238 \times 0.3\% = 0.714</math></p> <p><math>42.01 \times 238 = 9998.78</math>  <math>9998.78 + 71.4 = 10070.18</math>  <math>10070.18 \times 0.003 = 30.21</math>  <math>10070.18 + 30.21 = 10100.39</math></p> <p><b>答：0.714 歐元</b></p> <p>(前 1010215-S15)</p>	<p>說明</p> <p>只有少數學生接受到大量的資訊、數字，還能準確地找出題目所需的解決之道，且知道該如何進行換算。</p>
<p>零分</p> <p><math>10000 \times 42.01 \times 0.003</math>  <math>= 420100 \times 0.003</math>  <math>= 12603</math></p> <p><math>420100</math>  <math>12603</math>  <hr/> <math>418839.7</math></p> <p>(前 1010215-S16)</p>	<p>說明</p> <p>不少學生看到數字直接相乘，或者不知如何換算，也有不少學生看到題目中如此多的訊息直接選擇放棄作答。</p>

2. 「碗的疊放」

<p>滿分</p> <p><b>碗的疊放</b></p> <p>有兩個半圓球形狀的不鏽鋼空碗，假設厚度均勻且厚度不計。如果大碗的直徑是20cm，小碗的直徑是16cm。如果，收納方式為將小碗正立並鉛直放入大碗中，如右圖所示。</p> <p>◎試問兩碗如此疊放後，疊放後的總高度為幾公分？寫出你計算的方式。</p> <p><math>16 \div 2 = 8</math>  <math>20 \div 2 = 10</math>  <math>10 + 8 = 18</math></p> <p><b>18 公分</b></p>  <p>(後 1010615-S28)</p>	<p>說明</p> <p>此題首先需要判斷碗疊放後的情況，還需要注意到題目給的數字是直徑，而非為碗的高度，因此只有少數學生有兼顧這兩點，而做出正確的解題。</p>
--	---

<p>零分</p> <p>20 cm 20 &gt; 16</p> <p>因為小的高沒大的大所 以就算重疊也不 會看到小碗</p> <p>(後 1010615-S17)</p>  <p>16 ÷ 2 = 8 20 ÷ 2 = 10</p> <p>8 + 10 = 18</p> <p>A = 18 cm</p> <p>(後 1010615-S30)</p>	<p>說明</p> <p>大多數的學生沒有兼顧到兩個重點，而只注意到其中一部分，其中有部分學生能夠很詳細地解釋或正確地表達出疊放後的情形，但沒有發現到碗是半圓球形狀，其高度即是半徑，而另一部分學生是錯誤的判斷疊放的情況，認為疊放後小碗在大碗上面，忽略碗為空碗，小碗不可能在大碗上面，所以此部分的學生沒有考慮到實體碗的真實情況，而造成雖有注意到高度為半徑，但沒有注意到碗疊放後的情形，因此此題如果只注意到其一的條件，便無法做出正確的判斷。</p>
---	--

(四)雖無法呈現完整數學素養，但願意寫出想法

在檢視每個實驗組的學生前、後測，研究者發現，高、中成就大多數的學生後測比前測高，但仔細檢視個別學生的作答情形後，發現到部分學生雖然在數學素養測驗的題目中無法得到分數，並不是因沒有數學素養，主要原因是因數學素養試題主要是採問答題的方式，偏重於思考而較少計算的部分，且不只需要有概念還需要完整的想法，然後在最後的步驟能正確地作答，然而這樣需要完整的能運用數學素養的人才能得到該題的分數，而這也就是部分學生雖然有想法，但在某些概念忽略、計算錯誤或沒有考慮詳細，最後無法正確作答而得不到分數，以「碗的疊放」與「手續費」為例。

<p>「手續費」</p> <p>一、手續費</p> <p>來自台灣的容容、小日、靜靜準備結伴前往德國自助旅行，她們打算在銀行兌換一些歐元，以便在旅程中使用。小日在網站中查得當時兩國間的匯率為： 1 歐元 = 42.01 台幣，手續費為兌換金額的 0.3%。</p> <p>(1)容容打算將 10,000 元台幣兌換為歐元，那麼她需要付多少手續費呢？</p> <p>10000 ÷ 42.01 = 238</p> <p>238 × 0.3% = 0.714</p> <p>A = 714</p> <p>(前 1010615-S25)</p>	<p>說明</p> <p>此題的配分只有一分，因此要正確地計算出答案才給分，但 S25 有正確地列出算式，故可以知道該名學生具有此題的匯率轉換的概念，但在百分率的轉乘分數時出錯，而造成無法正確解答。</p>
---	---

<p>「碗的疊放」</p> <p>一、碗的疊放</p> <p>有兩個半圓球形狀的不鏽鋼空碗，假設厚度均勻且厚度不計。如果大碗的直徑是20cm，小碗的直徑是16cm。如果，收納方式為將小碗正立並鉛直放入大碗中，如右圖所示。</p> <p>◎試問兩碗如此疊放後，疊放後的總高度為幾公分？寫出你計算的方式。</p> <p>【答】</p>  <p style="text-align: right;">(後 1010615-S01)</p>	<p>說明</p> <p>此題具有須注意到兩部分的概念，其一為疊放後的情況，其二為高度為半徑，該名學生有考慮到其中一部分，且用畫圖的方式來呈現自己的想法，但忽略了高度為半徑的部分，而無法完整展現數學素養，造成沒有得到分數。</p>
---	---

## 伍、結論

### 一、探討數學探究教學與傳統講述教學之七年級學生，其數學素養的差異

經統計分析結果顯示，數學探究教學之學生的得分高於傳統講述教學之學生，並達到顯著差異，其表示在數學探究教學下的學生，其數學素養的表現優於在傳統數學教學下的學生，且待作答表現分析，也發現在數學探究教學下的學生較願意表達自己的想法，因此數學探究教學有助於提升其數學素養的表現。探究過程中，學生主動構建自己的知識，助於學生理解所涉及的數學概念(Brown, Wilson, Fitzallen, 2007)，因此使用數學探究，可以提高學生用數學語言來解釋他們的數學思維和探究過程，且較能夠提出完整的方案且能解釋、推論結果。

### 二、實施數學探究教學，對實驗組學生數學素養的影響

透過 t 檢定，只有高成就的學生未達顯著提升，中成就與低成就學生皆達到統計上的顯著提升，也發現男生與女生接受數學探究教學都有顯著提升，因此數學探究教學並不會被性別所影響而造成差異。因透過數學探究教學使得學生的想法越多元化，也會對學生自己所提出的看法、想法進行重新驗證，Peressini 與 Knuth(2000)認為在探究的課室中，可以培養學生的概念理解，開放性問題，可能會導致學生產生意想不到的解決方案和理由。因此，在較開放的教學環境下，學生們透過小組合作、小組討論的方式來解決任務，學生們不再只是呆坐著聽課，而是積極參與課室內的活動，並在互動下，主動發表自己的想法、也提出自己的解決方案讓大家參考，而低成就學生雖然不會主動發表，但也會主動參與課室活動。

訪談中可知，數學素養試題比較有挑戰性，可包含多元化的想法，幫助自我學習，此與陸昱任（2005）的論點相同，認為數學素養試題與生活經驗有很大的關係，並具有挑戰性，雖與學校試題有所差異，但對學習有所幫助。但試題偏重於思考，中、低分群大多數的學生往往只會從老師教過的或補習班教過的算法去思考，無法跳脫固定的思考模式，如此的學習方式造成只會運用教過策略來解決，一旦遇到沒有嘗試過的題型，就直接放棄。Breen、Cleary 和 O'Shea（2009）的研究中也發現當試題讓學生不能依賴於標準的算法、需要為自己的想法時，往往無法發展出新的戰略。

## 參考文獻

- 尤昭奇、秦爾聰（2009）。以臆測為中心的讀寫算 3R 探究教學發展七年級學生數學能力之行動研究。發表於 **2009 數理教師 PCK 應用與實務研討會**，中原大學（2009 年 5 月 6 日，桃園中壢）。
- 秦爾聰、劉致演、楊讚文（2010）。以臆測為中心的探究教學對高中學生數學素養影響之研究。發表於 **全球華人科學教育會議 2010 (Global Chinese Conference of Science Education 2010 [GCCSE 2010])** (Poster presentation)，香港教育學院（2010 年 12 月 20-21 日，香港）。
- 秦爾聰、林勇吉、林晶珮、段曉林（2009）。數學探究教學對數學解題能力提升之個案研究。**科學教育研究與發展季刊**，**55**，83-116。
- 陳欣民、劉嘉茹、柳賢（2011）。小六學童在探究教學中的樣本空間概念發展。**臺中教育大學學報：數理科技類**，**25**(1)，67-91。
- 教育部（2001）。國民中小學九年一貫課程九年暫行綱要—數學學習領域。取自：<http://teach.eje.edu.tw/9CC/context/90-03-3.htm>。
- 教育部（2003）。國民中小學九年一貫課程十二年課程綱要—數學學習領域。取自：<http://teach.eje.edu.tw/9CC/92-3-2.php>。
- Brown, N., Wilson, K., & Fitzallen, N. (2007, November). Using an inquiry approach to develop mathematical thinking. *Paper presented at the meeting of AARE 2007 International Educational Research Conference - Fremantle, Adelaide, Australia.*
- Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35*(4), 258-291.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Organization for Economic Co-operation and Development. (2009). *PISA 2009 Assessment Framework Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: Author.
- Peressini, D. & Knuth, E. (2000). The role of tasks in developing communities of mathematical inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 391-397.
- Richards, J. (1991). Mathematical discussions. In E. Von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 13-51). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institute CD-rom for ICME9*. Utrecht: Utrecht University.
- Whitin, P. (2006). Meeting the challenges of negotiated mathematical inquiry. *Teaching and Learning: The Journal of Natural Inquiry and Reflective Practice*, *21*(1), 59-83.