

---

# 對國小六年級數學低成就學童在分數 乘除法錯誤類型的探討

黃寶葵<sup>1</sup> 劉曼麗<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>屏東縣太源國民小學

<sup>2</sup>國立屏東教育大學 數理教育研究所

## 壹、前言

九年一貫數學學習領域的基本理念中指出：「要把每一位學生都帶上來，是九年一貫及國家教育政策既有的理念。在數學教育裡，強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提昇厚實數學能力。」(教育部，2008)。但是，在教育現場裡，每位學童的素質不同，在有限的時間裡要兼顧每位學童，以期把每一位學童都帶上來，是有難度的。這時就需要教師們利用額外的時間針對低成就學童進行補救教學了。

目前各縣市政府都要求各國小舉辦課後扶助攜手計畫，而教育部為了配合十二年國教的推動，更規畫從 101 年起，將全國常模後 35% 的國中小學童，接受篩選測驗，經過篩選測驗未達基本學習標準的學童，就是屬於「學習低成就學童」，學校要進行補救教學，希望能藉此將學習弱勢學童都拉上來(林志成，2012)。在國小階段，分數是最難的教材(楊王孝，1989；林碧珍，1990；呂玉琴，1991；劉秋木，

1996；洪素敏，2004)，其中分數乘除法的概念又因會影響到往後比率、比值、百分率、機率等概念的學習，益加顯得重要。當學童在剛接觸分數概念時，分數代表一個量；在進行加減運算時，分數還是量的概念；但是進入分數乘除法運算時，分數表徵時而代表量，時而又代表關係(康桂瑛，2010)。可見分數乘除法的學習對國小學童來說是屬於比較抽象的，對低成就學童來說，更是抽象難懂。就筆者身教國小高年級多年的經驗，也常感於學童在此部分的學習成效不彰。學童往往對分數乘除法的意義不清，便流於算則的背誦，容易衍生出許多錯誤。

因此，我們希望藉由一份試題對目前國小六年級數學低成就學童進行施測，探討他們在分數乘除法的答錯情形，並嘗試分析他們在分數乘除法運算之錯誤類型或成因，以期作為教師進行分數補救教學之參考。

## 貳、筆試簡介

筆者的教學經驗中，在國小分數教學裏，分數乘除法是最抽象難懂的。在教育

---

\*為本文通訊作者

部公布的九年一貫數學課程綱要中的數學分年細目中，分數乘除法教學被安排在國小五、六年級時才進行教學。有關能力指標中分數乘除法的分年細目如表 1（教育部，2008）。

表 1 數學學習領域能力指標分年細目有關分數乘除法的部份

	分年細目	對照指標
5-n-07	能理解乘數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。	N-2-11
6-n-03	能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。	N-3-03
6-n-05	能作分數的兩步驟四則混合計算。	N-3-11 A-3-01

為了瞭解六年級低成就學童的學習表現，依據表 1 中的能力指標，選定了「分數乘法計算題」、「分數除法計算題」以及「分數乘除法文字題」等三個主題做為試題內容。試題內容參考『國小分數與小數的教學、學習與評量』一書（呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩，2009）。其中「分數乘法計算題」佔 4 題、「分數除法計算題」佔 3 題、而「分數乘除法文字題」佔 5 題，共計 12 題。在分數乘除法文字題部分，有四題只檢測學童是否會列式，並不要求計算出答案，而剩下一題分數除法的文字

題，因為題意直接明顯，故學童除需列式外，還需進行計算求解，所以此題也列入分數除法的計算題部分。筆試樣本是選取高屏地區 6 所國小，每校 5 位六年級低成就學童，總計 30 位學童。而這些數學低成就學童皆是來自課後攜手計畫的學童。

### 參、六年級數學低成就學童分數乘除法的錯誤類型及成因

分數乘除法的學習對國小學童來說是屬於比較抽象的，對低成就學童來說，更是抽象難懂，錯誤與迷思概念也較多元。以下是筆者將學童施測時答題的表現依「分數乘法的計算」、「分數除法的計算」與「分數乘除法文字題」等三部份來做分析。

#### 一、分數乘法的計算

在國小分數的學習上，分數乘法是分數除法的基礎，尤其是在計算上，分數除法更需應用到分數乘法，因此分數乘法計算的學習是很重要。

從本測驗中的低成就學童在分數乘法計算題上的表現來看，答錯率約 41.7%。而這些學童在遇到整數與分數相乘的題型時，答錯情形比分數乘以分數的題型還嚴重。另外，在 30 位學童中有 19 位學童在分數乘法計算題發生錯誤，且錯誤情形非常多元。在這些錯誤當中，主要有「整數乘以分數時，用整數和分子約分」、「整數乘以分數時，用整數同乘以分母和分子」和「將乘數顛倒之後再相乘」等三種類型，

以下將分別說明之。

### (一) 整數乘以分數時，用整數和分子約分

本測驗中的低成就學童在分數的乘法計算中，最常出現的錯誤類型是「整數乘以分數時，用整數和分子約分」。以試題一「 $15 \times \frac{5}{9}$ 」為例，有一些低成就學童在計算時會發生找錯約分對象的情形，而將整數 15 和分數  $\frac{5}{9}$  中的分子 5 進行約分，而寫成

「 $15 \times \frac{5}{9} = \frac{3}{9}$ 」，如圖 1 中之下題。

$$\frac{7}{15} \times \frac{25}{49} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{5}{21}$$

$$15 \times \frac{5}{9} = \frac{3}{9}$$

圖 1 學童找錯約分對象的答題結果

一般的國小教師在進行分數乘法教學時，為了使計算簡單，都會教學童分子和分母能約分的就要先約分。在計算「 $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ 」的過程中，分子 a、c 可以和分母 b、d 約分（如圖 1 中之上題）。但從圖 1 中學童的錯誤表現來看，本測驗中有些低成就學童

在遇到整數乘以分數時，就弄不清楚是誰和誰才可以約分，找錯了約分對象變成整數和分子約分的情形。

另外，從圖 2 中之下題可以看到，還有學童在將整數 15 約分成 3 時，又再將其乘以乘數分母的雙重錯誤情形。探究其原因時，可能是這位學童的分數乘法算則背誦錯誤，才会有整數乘以分數時，整數直接乘以分母的情形。但經過比對不同類型的題目後，我們又發現這位學童在計算分數乘以分數的題目表現上卻是完全正確的，如圖 2 中之上題。

$$26. \frac{7}{15} \times \frac{25}{49} = \frac{5}{21}$$

$$= \frac{1}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{21}$$

$$15 \times \frac{5}{9} = \frac{1}{27}$$

$$= 15 \times \frac{5}{9} = \frac{1}{27}$$

圖 2 學童雙重錯誤的答題結果

由圖 1 和圖 2 中看到，這兩位低成就學童在分數乘以分數的題型作法上是完全正確的，但在整數乘以分數時作法卻出錯誤。可能是學童只會做基本型題目（分數乘以分數）的約分，一旦遇到整數乘以分數時，因為

和所記憶的不同，所以就找錯約分的對象了。如果在試題一中，這兩位學童能先將整數 15 寫成分數  $\frac{15}{1}$ ，則試題一的題型就變成和試題二的題型一樣，都是分數乘以分數的類型，學童可能就不容易做錯了。

在學童「整數乘以分數時，用整數和分子約分」的錯誤類型中，本測驗中的這類學童因為找錯約分的對象，才會造成整數和分子約分的情形；又有學童因為只會分數乘以分數的算則，才會衍生出整數乘以分母的情形。

## (二) 整數乘以分數時，用整數同乘以分母和分子

在分數乘法計算中，還有一種是「整數乘以分數時，整數同乘以分母和分子」的錯誤情形。以試題三「 $5 \times \frac{5}{9}$ 」為例，有些低成就學童將計算寫成「 $5 \times \frac{5}{9} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$ 」，也就是將被乘數的整數 5 同乘以乘數的分子和分母，計算後的結果還是乘數  $\frac{5}{9}$ ，如圖 3 中之下題。

此類低成就學童在做分數乘法時，有些是依賴「分子乘以分子，分母乘以分母」的口訣，當被乘數與乘數兩者都是真分數時，學童很容易套對，如圖 3 中之上題。但如遇到被乘

數是整數時，由於學童無法變通將整數先轉換為分數型態，又為了要配合口訣「分子乘以分子，分母乘以分母」，只好將缺位的分母也以整數補位，演變成「 $n \times \frac{a}{b} = \frac{n \times a}{n \times b}$ 」，也就是將乘數的分子和分母都同乘以 5，作為計算的結果。事實上此類學童所使用的方式正是之前所學過的「擴分」。

6.  $\frac{7}{15} \times \frac{25}{49} = \frac{5}{21}$

$5 \times \frac{5}{9} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$

圖 3 學童建構錯誤算則的答題結果

在學童計算整數乘以分數的問題中，會產生「整數同乘以分母和分子」的錯誤類型，正好呼應了 Brown 和 Vanlehn (1980) 所提出的「修補理論」。也就是有些學童因為其所學（分子乘以分子，分母乘以分母）不足以解決問題，為了要解決所面對的情境（整數乘以分數），學童乃主動建構出錯誤的算則（整數同乘以分母和分子）。

### (三) 將乘數顛倒之後再相乘

在分數乘法計算中，還有一種是「將乘數顛倒之後再相乘」的錯誤情形。以試題四「 $2\frac{1}{7} \times 14$ 」為例，低成就學童將計算寫成「 $2\frac{1}{7} \times 14 = \frac{15}{7} \times \frac{14}{1}$

$$= \frac{15}{7} \times \frac{1}{14} = \frac{15}{98}$$

」，如圖 4。

The image shows a student's handwritten solution for the problem  $2\frac{1}{7} \times 14$ . The student has written:  $2\frac{1}{7} \times 14 = \frac{15}{7} \times \frac{14}{1}$ . Below this, they have written  $\frac{15}{7} \times \frac{1}{14}$  and then  $\frac{15}{98}$ . This indicates a misunderstanding of the multiplication process, where the denominator of the second fraction was incorrectly taken as 14 instead of 1, and the numerator was incorrectly taken as 1 instead of 14.

圖 4 學童受分數除法影響的答題結果

就筆者身教國小高年級多年的經驗發現，這種錯誤類型在學童還沒有學習分數除法之前是不會存在的。推測此類低成就學童可能是受到分數除法口訣「分數除以分數時，將除數顛倒後再相乘」的影響，將乘數顛倒後再相乘，也就是「 $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} =$

$$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

」。在學童「將乘數顛倒之後再相乘」的錯誤類型中，學童可能是受到「倒攝抑制」的效應影響，也就是新經驗（分數除法）影響舊經驗（分數乘法）。導致學童使用分數除法的計

算方法來計算分數乘法：先將乘數顛倒之後再做分數乘法的計算。

## 二、分數除法的計算

在國小分數的學習上，分數的除法是最後才學習的部份，是最難也是最抽象難懂的。而分數除法又會影響學童在比率和比值的學習，因此分數除法計算的學習是重要。

從本測驗中的低成就學童在分數除法計算題上的表現來看，答錯率約 39.1%，與分數乘法計算題的答題表現是差不多的。但本測驗中的學童才剛學完分數除法，竟然還有近四成的低成就學童是錯誤或不會寫的，所以更值得補救教學的教師注意。而我們從這些低成就學童錯誤的答題表現來看，主要錯誤類型有「未將除數顛倒就相乘」、「整數除以分子」、「分母相同時，分母不變，分子相除」、「大的分子（母）除以小的分子（母）」等四種類型，以下將分別說明之。

### (一) 未將除數顛倒就相乘

有部分低成就學童在做分數除法計算時，未將除數顛倒後再和被除數相乘。以試題五「 $\frac{5}{6} \div \frac{5}{18}$ 」為例，

學童在計算時，未將除數  $\frac{5}{18}$  顛倒後再和被除數  $\frac{5}{6}$  相乘，而是直接寫成

$$\frac{5}{6} \div \frac{5}{18} = \frac{5}{6} \times \frac{5}{18} = \frac{25}{108}$$

」，如圖 5。

$$\frac{5}{6} \div \frac{5}{18} = \frac{15}{120}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{5}{18} = \frac{25}{108} \quad 9$$

圖 5 學童用乘法來計算的答題結果

一般國小教師在進行分數除法教學時，都會教學童「分數除以分數時，將除數顛倒後再相乘」，也就是

$$\left[ \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \right]$$

。在本測驗中的一些低成就學童雖然知道要將分數除法轉化成分數乘法來計算，但未將除數先顛倒就直接進行分數乘法計算，也就是「 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ 」。推測其因可能是此類低成就學童並不清楚為何分數除法要轉化成分數乘法來計算，純粹只是記憶算則，一旦記憶的算則多了之後，就很容易遺忘先將除數顛倒的步驟。

## (二) 將整數除以分子

本測驗中的低成就學童在進行分數除法計算時，除了直接用分數乘法計算之外；還有一種錯誤類型可能是受到整數乘以分數的影響。以試題六「 $12 \div \frac{4}{9}$ 」為例，學童在計算時，直接將整數除以分子後當分子，除數的分母當分母，而將答案寫成「 $12 \div \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$ 」，如圖 6 中之下題。

$$5 \times \frac{5}{9} = \frac{25}{9}$$

$$12 \div \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$$

圖 6 學童受整數乘以分數影響的答題結果

此類低成就學童中，有些學童可能認為在分數的乘法中，當被乘數為整數，乘數為分數時，則分母不變，被乘數的整數直接乘以乘數的分子

$$\left[ n \times \frac{a}{b} = \frac{n \times a}{b} \right]$$

。所以在分數除法時，也可以分母不變，以被除數的整數直接除以除數的分子來當答案的分子「 $n \div \frac{a}{b} =$

$$\frac{n \div a}{b}$$

」。推測低成就學童會發生此種錯誤類型，可能受到整數乘以分數的做法影響，而產生舊經驗的不當遷移。

## (三) 分母相同時，分母不變，分子相除

本測驗中還有一些低成就學童在做分數除法計算時，遇到相同的分母則將分母保留，只做分子間的相

除。以試題七「 $\frac{169}{187} \div \frac{13}{187}$ 」為例，學童將分母保留，只做分子「 $167 \div 13$ 」的計算，也就是「 $\frac{169}{187} \div \frac{13}{187} = \frac{169 \div 13}{187}$ 」  
 $= \frac{13}{187}$ 」，如圖 7。

圖 7 學童受分數加減法影響的答題結果

此類低成就學童，可能認為在分數加（減）法中，當分母相同時，則分母不變，分子相加（減）「 $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$ 」；所以在分數除法時，也是分母相同時，分母不變，分子相除「 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{b} = \frac{a \div c}{b}$ 」。推測此種錯誤類型可能是

學童受到分數的加（減）法影響，而產生舊經驗的不當遷移。

#### (四) 大的分子(母)除以小的分子(母)

分數除以分數時，我們發現本測驗中的一些低成就學童會自行建構出「分子除以分子，分母除以分母」

的方法，也就是「 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \div c}{b \div d}$ 」。以

試題七「 $\frac{169}{187} \div \frac{13}{187}$ 」為例，學童的作法是「 $\frac{169}{187} \div \frac{13}{187} = \frac{169 \div 13}{187 \div 187} = \frac{13}{1}$ 」。

而在試題五「 $\frac{5}{6} \div \frac{5}{18}$ 」時，有的學童也試著要使用此種方法，可是卻將計算寫成「 $\frac{5}{6} \div \frac{5}{18} = \frac{5 \div 5}{18 \div 6} = \frac{1}{3}$ 」，也就是大的分子（母）除以小的分子（母），如圖 8。

而在此類低成就學童中，有的學童也試著要使用此種方法，可是卻將計算寫成「 $\frac{5}{6} \div \frac{5}{18} = \frac{5 \div 5}{18 \div 6} = \frac{1}{3}$ 」，也就是大的分子（母）除以小的分子（母），如圖 8。

圖 8 學童用大的分母除以小的分母的答題結果

當被除數的分母（子）和除數的分母（子）相除之後是整數時，學童使用「分子除以分子，分母除以分母」的方法是可行的。但是當被除數的分母比除數小時，因為學童沒學過分母是分數的情形，所以學童自然就會想

辦法將分母湊成整數；也就是像此題的分母應該是「 $6 \div 18$ 」，但是學童發現分母不是整數，為了將分母湊成整數，就改以大的數 18 除以小的數 6。在國小教學分數除法算則時，並沒有教導學生「分子除以分子，分母除以分母」的方法，推測此類型的學童可能是受到分數乘法算則「分子乘以分子，分母乘以分母」的影響。當被除數的分母（分子）是除數的分母（分子）倍數時，是沒有問題的。但如果不是，因為學童沒有學過分子或分母是分數的情況，學童可能就會自己建構知識，而發生像例題五中，以「大的分子（母）除以小的分子（母）」的錯誤類型。

### 三、分數乘除法文字題

從整體表現來看，低成就學童在分數的乘除法文字題的解題是有困難的，其答錯率高達 88%，其中空白率竟佔了約 21.3%，可見在文字題部分有很多學童是放棄的。張景媛(1994)指出語言知識可能形成兒童瞭解數學的障礙。而在林麗華(2006)研究中也證實數學文字題測驗與中文閱讀理解測驗達顯著相關。學童在其不瞭解題意之下，主要錯誤成因有「受單位多而錯亂」、「使用關鍵字解題」、「受多餘資訊的干擾」等三種。

#### (一) 受單位多而錯亂

Euclid 曾提出：所謂的「單位」是指存有而被稱為「一」的事物(Ning,

1992)，亦即為只要能被測量後被稱為一的物件，不管它的內涵量是多少，都稱為單位。而內涵量的部分主要可以分為連續量和離散量，連續量是指連通可分割的物件作為整體量，例如：面積、長度、重量…等；離散量則是指不可分割的物件，例如：幾個水餃、幾顆糖果、幾枝鉛筆…等。不論是連續量或離散量的題目，都必須先瞭解單位之間的關係，然後才能正確的列式。以試題八為例：

試題八  $\frac{3}{4}$  條緞帶長  $2\frac{1}{2}$  公尺，問一條緞帶長多少公尺？  
算式：\_\_\_\_\_

學童必須先瞭解「條」和「公尺」之間的關係，然後知道題目問的是「一條緞帶長多少公尺？」，最後才能列出正確的式子： $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ 。但是本測驗中有些學童卻將式子寫成： $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$ ，也就是將被除數和除數互換，如圖 9。

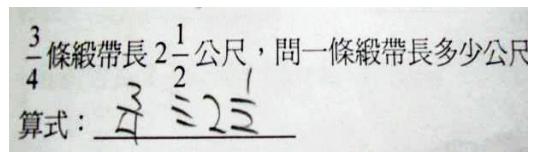


圖 9 學童受單位多而錯亂的答題結果

此類低成就學童可能是不清楚



「條」和「公尺」這兩個不同性質的單位之間的關係，而直接按照題目敘述順序來寫，才會出現此種錯誤。除了像試題八的連續量題目會受影響之外，在離散量的題目中，受單位多而錯亂的情形更加嚴重。以試題九為例：

**試題九** 15 塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$  盒裝一

盤，問  $\frac{2}{5}$  盒是多少盤？

算式：\_\_\_\_\_

正確的列式應該是「 $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3}$ 」。但是學童受到「塊」、「盒」和「盤」等單位多而錯亂，不僅是出現「 $\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$ 」的錯誤情形，甚至還出現「 $15 \div \frac{2}{5}$ 」、「 $15 \div \frac{2}{3}$ 」和「 $15 \div \frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$ 」等多種錯誤，如圖 10。

8. 15 塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$  盒裝一盤，問  $\frac{2}{5}$  盒是多少盤？

算式： $\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$

、計算題：(請寫出計算過程)

9. 15 塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$  盒裝一盤，問  $\frac{2}{5}$  盒是多少盤？

算式： $15 \div \frac{2}{3}$

、計算題：(請寫出計算過程)

15 塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$  盒裝一盤，問  $\frac{2}{5}$  盒是多少盤？

算式： $15 \div \frac{2}{3}$

計算題：(請寫出計算過程)

15 塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$  盒裝一盤，問  $\frac{2}{5}$  盒是多少盤？

算式： $15 \div \frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$

計算題：(請寫出計算過程)

圖 10 學童受單位多而錯亂的答題結果

由圖 10 可知，學童在離散量的問題情境中，當涉及的單位多了，學童更難釐清單位之間的關係，造成單位錯亂。而且在試題九中，低成就學童沒有一位是答對的，所以學童受單位多而錯亂是造成文字題表現不佳的重要原因之一。

## (二) 使用關鍵字解題

本測驗中的部分數學低成就學童在數學學習時，只是記誦數學知識而忽略了理解知識，一旦遇上不瞭解題意的文字題時，學童就會很容易「使用關鍵字解題」。例如文字題中出現「共」或「倍」字時，則學童選擇使用乘法或加法進行解題。以試題十為例：

**試題十** 一條緞帶有  $3\frac{1}{2}$  公尺長，每  $\frac{1}{2}$  公尺分成 1 小段，總共可以分成幾小段？答：\_\_\_\_\_

正確的列式為「 $3\frac{1}{2} \div \frac{1}{2}$ 」，但有些低成就學童可能是受到「共」字的影響，而出現「 $3\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ 」或「 $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 」的錯誤，如圖 11。

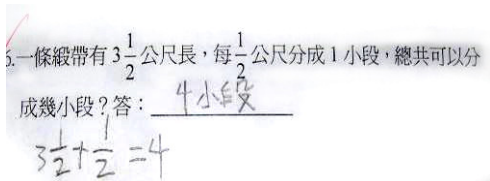
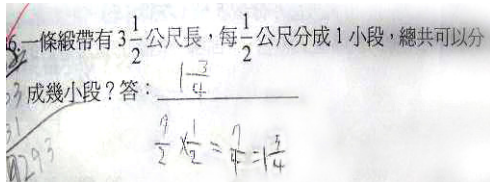


圖 11 學童受關鍵字解題影響的答題結果

另外，如果文字題中出現「用」、「剩」、「差」、「裝」字時，則學童選擇使用除法或減法進行解題。以試題十一為例：

**試題十一** 伯父有一塊田地，他用  $\frac{4}{5}$  塊田地種水果，種水果的田地中有  $\frac{2}{3}$  是種梨子，請問伯父用多少塊田地種梨子？

算式：\_\_\_\_\_

正確的列式為「 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ 」，但有些低成就學童可能是受到「用」字的影

響，而出現「 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ 」或「 $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$ 」的錯誤，如圖 12。

本測驗中有很多的low-achieving students可能是依賴關鍵字來解題，當他們沒有掌握整個問題情境時，則很容易選擇錯誤的運算符號進行解題。所以教師在面對學童依賴關鍵字解題時，不可不慎。

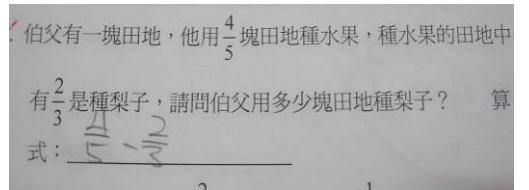
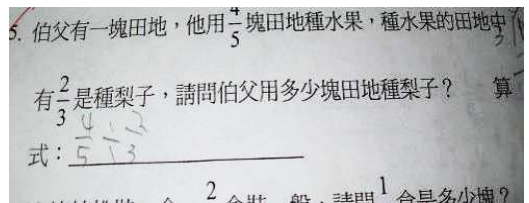


圖 12 學童受關鍵字解題影響的答題結果

### (三) 受多餘資訊的干擾

低成就學童沒有掌握整個問題情境時，除了容易受到關鍵字影響外，也容易受到多餘資訊的干擾。以試題十二為例：

**試題十二** 12 塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$  盒裝一盤，請問  $\frac{1}{6}$  盒是多少塊？

算式：\_\_\_\_\_

正確的列式為「 $12 \times \frac{1}{6}$ 」，但在此題中，本測驗中的低成就學童很容易受到多餘資訊「 $\frac{2}{3}$ 盒裝一盤」的影響，而寫成「 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$ 」或「 $12 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$ 」，如圖 13。

16. 12塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$ 盒裝一盤，請問 $\frac{1}{6}$ 盒是多少塊？  
算式： $\frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$

16. 12塊核桃裝一盒， $\frac{2}{3}$ 盒裝一盤，請問 $\frac{1}{6}$ 盒是多少塊？  
算式： $12 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$

圖 13 學童受多餘資訊干擾的答題結果

在此題中，本測驗的低成就學童是全部答錯的，而不管錯誤的型態為何，有超過九成以上一定會受到多餘資訊的干擾，也就是學童幾乎都會將多餘資訊「 $\frac{2}{3}$ 」放入算式中。由此題可知，低成就學童受到多餘資訊的干擾有多嚴重，對於教師來說，更是需要特別去注意的。

國內外一些相關研究顯示，國小學童的數學理解能力遠落於其計算能力之後。學童可以「複製」教師所

給的數學計算算則，再經過機械式訓練後熟練，但卻未必能理解算則背後的真正意義(李秋華, 1997; 黃芳玉, 2002; Kerslake, 1986)。因此低成就學童在未理解的情況下，其文字題的錯誤表現，經常是混合著多種的錯誤類型，以試題十二來看，除了「受多餘資訊的干擾」之外，還有很多學童是混合著「單位錯亂」和「使用關鍵字解題」。在例題十二中，問題出現「塊」、「盒」和「盤」等多種單位，容易造成學童「單位錯亂」；加之題目中又出現「裝」字，讓學童很容易受其影響，而選擇除法來運算。所以學童在文字題的錯誤經常是混合型而且是多元的，而教師在看學童的錯誤時，當然也就必須更加小心了。

#### 肆、個案舉隅

另外，我們發現本測驗中的低成就學童在分數乘法與除法的計算題部分，有很多學童可能是只靠背誦的算則來解題，如果背誦的算則太多，尤其是遇到算則彼此間的雷同性高時就很容易搞混而出錯。為此我們選出 S1 學童來說明此種現象。另外，有些學童縱使會做分數乘除法的計算，但在文字題解題時，卻會因「單位錯亂」、「使用關鍵字解題」和「受多餘資訊的干擾」而列式錯誤。為此我們選出 S2 學童來說明此種現象。表 2 是這兩位學童 S1 和 S2 的答題表現。



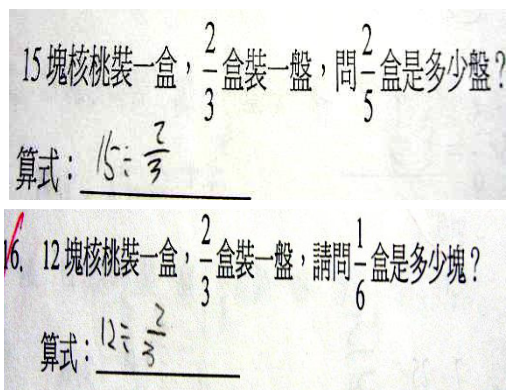


圖 15 學童 S2 在分數乘除法文字題的答題結果

學童 S2 在分數乘除法文字題時，因為不清楚題目要求什麼，所以就可能容易使用關鍵字來解題，例如在圖 15 最上面的一題中，使用乘法計算，在圖 15 最下面的兩題中使用除法計算，猜測學童可能是看到「共」和「裝」字，才分別使用乘法和除法。另外，學童 S2 也可能因為不清楚題目中單位之間的關係，所以在圖 15 的這四題中列式時，不知要將哪一個數字寫在前，哪一個數字寫在後。甚至在題目出現多餘資訊時，還會受到干擾而挑選了錯的數字，例如圖 15 最下面兩題中的「15 塊核桃裝一盒」及「 $\frac{2}{3}$  盒裝一盤」。由上猜測學童 S2 在分數乘除的文字題中，錯誤成因可能是多元的，甚至在同一題中可能有兩種以上的錯誤成因。所以老師在教導此類學童時，必須更加小心。

本測驗中的低成就學童在分數乘除法算則原理不瞭解的情形之下，遇到分數乘法計算題時，有些學童或許還可以靠背誦算則來解題。可是遇到分數乘除法文

字題時，這些學童就很容易因為看不懂題意而導致錯誤答題或放棄答題了。

## 伍、結語

本文從 12 個試題和學童的答題表現來瞭解六年級數學低成就學童在分數乘除法計算題與文字題的學習情況。在分數乘除法計算題方面，學童的錯誤率大約四成。而在 30 位學童中卻有高達 23 位學童是有錯誤的，而且錯誤類型很多元。我們發現學童出現了一些迷思概念，主要是因為低成就學童死背算則但不求甚解，就容易混淆算則而發生張冠李戴的情形。例如本測驗中有些學童在分數乘法會受到新經驗分數除法的算則影響，而產生將乘數顛倒之後再相乘的情形。又如有些學童在分數的除法計算中，知道要將分數除法換成分數乘法來計算，但是因為混淆所背的算則而沒有將除數顛倒後再相乘。另外還有些學童在解題遇到僵局時，會用學童法或自行建構錯誤的知識而發生像修補理論中的情形。例如有些學童在整數乘以分數的計算中，為了配合其所背的口訣「分子乘以分子，分母乘以分母」，而自行建構出將整數同乘以分子和分母的情形。因此建議教師們在進行新的分數教學前，應先複習學童的舊經驗。在進行分數教學時，則應該讓學童建立正確的分數概念，不應讓學童強記算則或口訣。而在教學後，應將舊經驗與新經驗做一個有效的連結和比較，以避免學童做錯誤類推的情形。在實施分數乘除評量前，再三叮嚀學童對分數乘除算則要辨識釐清，特別是整數乘以分數和

整數除以分數的情形。

在分數乘除法文字題方面，本測驗低成就學童的答錯率將近九成，空白率約兩成，學童的表現更是有待加強。另外我們發現到，學童可能會依賴「關鍵字解題」。如看到「共」就使用加法，看到「用」就使用減法；如果找不到關鍵字時，學童就會無所適從。因此教師在教學時應儘量避免使用關鍵字解題。此外，「受單位多而錯亂」和「受多餘資訊的干擾」也是導致學童發生錯誤的原因。因此，本文建議教師在教學時，應該讓低成就學童將題目仔細看過一次，先釐清題目要求什麼，並將題目中出現的重要單位圈出來，然後藉由圖像表徵來釐清這些單位之間的關係，接著再以釐清後的單位關係來對照題目，以便刪除多餘資訊。這樣一步一步的帶著學童做題目，相信對學童在解文字題時，應該會有所幫助。

國小六年級的分數教學，是由具體到抽象的過渡期，也是國小六年分數教學的總和與國中分數教學的基礎，因此如何讓低成就學童學好分數，是我們教師重要的責任。

## 參考文獻

- 呂玉琴 (1991)。分數概念：文獻探討。  
**臺北師院學報**，第4期，575-603。
- 呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩 (2009)。  
**國小分數與小數的教學、學習與評量**。台北市：五南。
- 李秋華 (1997)。國小六年級學生對分數乘法意義的理解程度之研究。**國立台南師範學院學生學刊**，18，136-163。
- 林碧珍 (1990)。從圖形表徵與符號表徵之間的轉換探討國小學生的分數概念。**新竹師院學報**，4，259-347。
- 林麗華 (2006)。國小數學不同成就學生對數學文字題的閱讀理解能力之探討。國立臺南大學特殊教育學系碩士論文，未出版。
- 林志成 (2012年2月7日)。全國後35%國一生可參加補救教學。**中時電子報**。取自 <http://news.chinatimes.com/>。
- 洪素敏 (2004)。國小五年級學童分數迷失概念補救教學之研究。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，未出版，嘉義市。
- 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北市：教育部。
- 張景媛 (1994)。數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念之研究。**教育心理學報**，27，175-200。
- 康桂瑛 (2010)。國小六年級學生對分數乘除法教材題意理解之分析。國立台中教育大學教育學系碩士論文，未出版。
- 黃芳玉 (2002)。國小六年級學生數學表徵能力與計算能力之研究。國立嘉義教育大學數學教育研究所碩士論文，未出版。
- 楊王孝 (1989)。國中小學生分數概念的**發展**。國科會專題研究計畫成果報告(編號：NSC-78-0111-S-003-06A)。執行單位：國立台灣師範大學數學系。
- 劉秋木 (1996)。國小數學科教學研究。台北：五南圖書出版公司。
- Brown, J. S., & Vanlehn, K. (1980). Repair theory: A generative theory of bugs in procedural skills. *Cognitive Science*, 2, 379-426.
- Kerslake, D. (1986). Fractions: Children strategies and errors: A report of the strategies and errors in Secondary Mathematics Project. Winder, UK: NFER-NELSON.
- Ning, T. C. (1992). *Children's meanings of fractional number words*. Unpublished doctoral dissertation. The University of Georgia, Athens, GA.