
TIMSS 2007 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討(上)

林碧珍

國立新竹教育大學 數理教育研究所

【轉載自：TIMSS 2007 國際數學與科學教育成就趨勢調查 (pp.100-137)】

自 1995 年起，國際教育成就評量協會 (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 簡稱 IEA) 每四年針對不同年級進行國際數學與科學教育成就趨勢調查研究 (Trends in International mathematics and Science Study, 簡稱 TIMSS)。四年級學生並非每次都是 TIMSS 研究的施測樣本，依據表 4.1 的資料顯示，四年級學生分別是在 1995、2003 和 2007 年參加 TIMSS 的研究。從 1995 年起至今，越來越多的國家參加 TIMSS 的研究，有 37 個國家的四年級學生參加 TIMSS 2007 研究，由此可見，越來越多的國家想要透過 TIMSS 的研究結果來瞭解自己國家的數學教育改革成效。

我國四年級學生分別於 2003 年和 2007 年參加 TIMSS 國際數學成就趨勢調查研究。這次 TIMSS 2007 的研究結果，不僅可以瞭解我國四年級學生的數學成就表現及其相關因素，而且研究結果能與 TIMSS 2003 年的研究結果作比較，以瞭解我國四年來的數學教育改革在學生數學成就表現的成效，提供作為檢討我國過去數

學教育的改革政策及未來推動改革的參考方針。

參與於 TIMSS 2007 的四年級學生樣本，其抽樣方式與 TIMSS 2003 一樣，以隨機抽樣方式抽取 150 個學校，每校一班，共計有 4131 位四年級學生於 2007 年 5 月底至 6 月初參加 TIMSS 2007 數學成就評量施測。

本章共分為五節，第一節是探討整體數學成就表現及趨勢。第二節是探討學生在數學內容領域及認知領域成就表現及趨勢。第三節是四年級學生在數學內容領域及認知領域的國際基準點表現。第四節是探討不同性別在數學整體表現及其各數學主題和認知領域的表現。第五節是探討影響學生數學成就表現的相關因素，諸如學習環境、情意、教師、教室和教學、及數學課程因素。第六節是依據前五節的研究發現提出結論與建議。本章所使用的基本數據資料都是取自 Mullis 等人 (2008) 編撰的 TIMSS 2007 International Mathematics Report。

表 4-1、國小四年級學生參加 TIMSS 1995 和 TIMSS 2003 和 TIMSS 2007 的國家

國小四年級學生							
國家或地區	1995	2003	2007	國家或地區	1995	2003	2007
阿爾及利亞			✓	韓國	✓		
亞美尼亞		✓	✓	科威特	✓		✓
澳大利亞	✓	✓	✓	拉脫維亞	✓	✓	✓
奧地利	✓		✓	立陶宛		✓	✓
臺灣		✓	✓	蒙古			✓
哥倫比亞			✓	摩洛哥		✓	✓
賽普勒斯	✓	✓		荷蘭	✓	✓	✓
捷克	✓		✓	紐西蘭	✓	✓	✓
丹麥			✓	挪威	✓	✓	✓
薩爾瓦多			✓	卡達			✓
英格蘭	✓	✓	✓	俄羅斯		✓	✓
喬治亞			✓	蘇格蘭	✓	✓	✓
德國			✓	新加坡	✓	✓	✓
香港	✓	✓	✓	斯洛伐克			✓
匈牙利	✓	✓	✓	斯洛維尼亞	✓	✓	✓
伊朗	✓	✓	✓	瑞典			✓
以色列	✓			泰國	✓		
義大利	✓	✓	✓	突尼西亞		✓	✓
日本	✓	✓	✓	烏克蘭			✓
哈薩克			✓	美國	✓	✓	✓
				葉門		✓	✓
合 計					22	23	37

壹、數學成就整體表現及趨勢

一、國小四年級學生的數學成就整體表現

圖 4-1 是我國四年級學生的數學成就整體表現分佈圖，顯示我國四年級學生在 TIMSS 2007 的數學成就表現分佈圖幾乎接近於常態分配，並未出現雙峰的現象，也就是我國四年級學生的數學成就表現沒有出現很好或很差的極端現象。

當與其他參與國家進行比較時，表 4.2 顯示出 37 個參與國家的平均量尺分數之間的差異很大，從平均得分最高 607 分（香

港）到最低分（葉門），兩者之間的差距高達 373 分，比 TIMSS 2003 年的最高與最低分差距（255 分）相差更大，而我國平均得分 576 分也遠超過國際平均得分 500 分。臺灣學生數學平均成績的國際排名為第三，僅次於第一名的香港和第二名的新加坡。

表 4.3 資料是四年級學生分別在 TIMSS 2003 和 TIMSS 2007 的數學成就表現排名前十名的國家，不論是在 TIMSS 2003 或在 TIMSS 2007，前四名都是亞洲接受華人文化的四個國家，香港、新加坡、臺灣、日本。

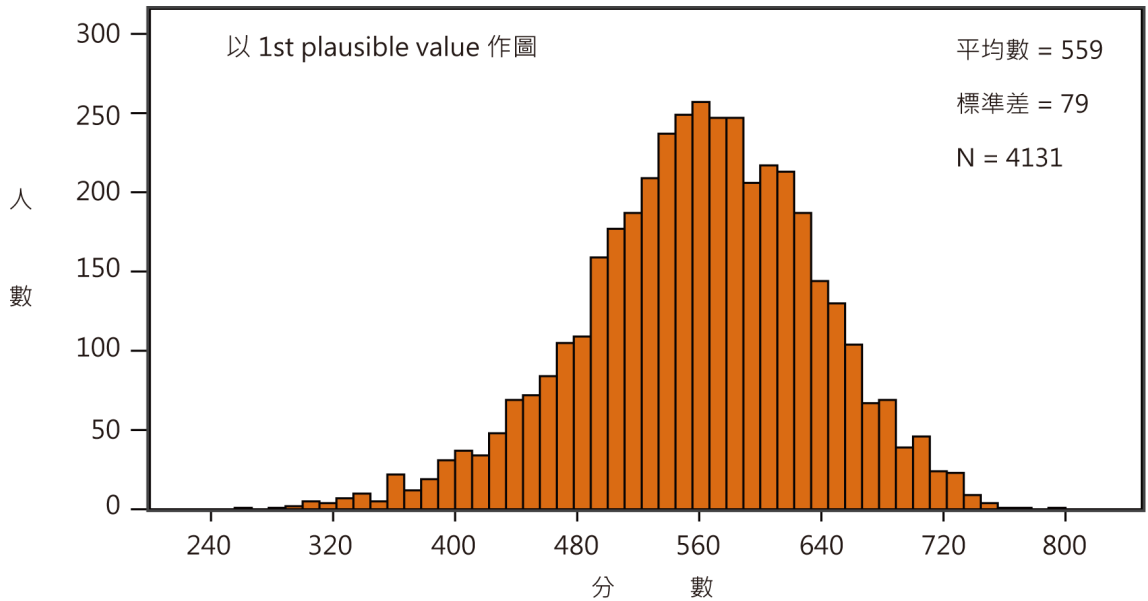


圖 4-1、我國四年級學生的數學成就整體表現分佈圖

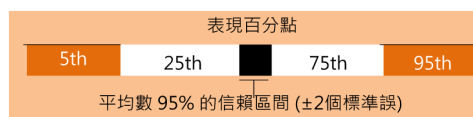
表 4-2、TIMSS 2007 四年級學生的數學整體成就表現 (引自 Mullis, et al., 2008, p.10)

國家或地區	數學成就分布	平均量尺分數	學校年級*	平均年齡	人文發展指數**
香港		▲ 607 (3.6)	4	10.2	0.937
新加坡		▲ 599 (3.7)	4	10.4	0.922
臺灣		▲ 576 (1.7)	4	10.2	0.932
日本		▲ 568 (2.1)	4	10.5	0.953
哈薩克		▲ 549 (7.1)	4	10.6	0.794
俄羅斯		▲ 544 (4.9)	4	10.8	0.813
英格蘭		▲ 541 (2.9)	5	10.2	0.946
拉脫維亞		▲ 537 (2.3)	4	11	0.855
‡ 荷蘭		▲ 535 (2.1)	4	10.2	0.953
立陶宛		▲ 530 (2.4)	4	10.8	0.862
2+ 美國		▲ 529 (2.4)	4	10.3	0.951
德國		▲ 525 (2.3)	4	10.4	0.935
† 丹麥		▲ 523 (2.4)	4	11	0.949
澳大利亞		▲ 516 (3.5)	4	9.9	0.962
匈牙利		▲ 510 (3.5)	4	10.7	0.874
義大利		▲ 507 (3.1)	4	9.8	0.941
奧地利		▲ 505 (2.0)	4	10.3	0.948
瑞典		503 (2.5)	4	10.8	0.956
斯洛維尼亞		502 (1.8)	4	9.8	0.917
TIMSS 量尺平均		500			
亞美尼亞		500 (4.3)	4	10.6	0.775
斯洛伐克		496 (4.5)	4	10.4	0.863
† 蘇格蘭		▽ 494 (2.2)	5	9.8	0.946
紐西蘭		▽ 492 (2.3)	4.5 - 5.5	10	0.943
捷克		▽ 486 (2.8)	4	10.3	0.891
挪威		▽ 473 (2.5)	4	9.8	0.968
烏克蘭		▽ 469 (2.9)	4	10.3	0.788
喬治亞		▽ 438 (4.2)	4	10.1	0.754
伊朗		▽ 402 (4.1)	4	10.2	0.759
阿爾及利亞		▽ 378 (5.2)	4	10.2	0.733

表 4-2、TIMSS 2007 四年級學生的數學整體成就表現 (續上頁)

國家或地區	數學成就分布	平均量尺分數	學校年級*	平均年齡	人文發展指數**
哥倫比亞		▽ 355 (5.0)	4	10.4	0.791
摩洛哥		▽ 341 (4.7)	4	10.6	0.646
薩爾瓦多		▽ 330 (4.1)	4	11	0.735
突尼西亞		▽ 327 (4.5)	4	10.2	0.766
⊥ 科威特		▽ 316 (3.6)	4	10.2	0.891
卡達		▽ 296 (1.0)	4	9.7	0.875
葉門		▽ 224 (6.0)	4	11.2	0.508
基準參照區					
麻塞諸塞州(美國)		▲ 572 (3.5)	4	10.3	-
2 † 明尼蘇達州(美國)		▲ 554 (5.9)	4	10.3	-
魁北克省(加拿大)		▲ 519 (3.0)	4	10.1	-
安大略省(加拿大)		▲ 512 (3.1)	4	9.8	-
亞伯達省(加拿大)		▲ 505 (3.0)	4	9.8	-
卑詩省(加拿大)		▲ 505 (2.7)	4	9.8	-
⊥ ‡ 杜拜(阿拉伯聯合大公國)		▽ 444 (2.1)	4	10	-

0 100 200 300 400 500 600 700 800



▲ 國家平均分數顯著高於 TIMSS 量尺平均

▽ 國家平均分數顯著低於 TIMSS 量尺平均

* 代表從ISCED Level 1求學以來的年數。

** 除了台灣，其餘資料取自聯合國開發計畫署之2007/2008人文發展報告，229-232頁。台灣的資料取自中華民國行政院主計處出版之2007年中華民國統計年鑑。英格蘭與蘇格蘭的資料皆為英國公布的數據。

† 僅在包括替代學校受測之後，學生參與比率才符合規定。(詳見國際報告 Appendix A)。

‡ 僅在包含替代學校後，學生參與率才幾乎滿足規定。(詳見國際報告 Appendix A)。

1 國家受測學生母群體並未全部涵蓋國際要求的母群體。(詳見國際報告 Appendix A)。

2 國家定義母群涵蓋包含90%~95%的國家要求母群。(詳見國際報告 Appendix A)。

⊥ 科威特、杜拜(阿拉伯聯合大公國)與其他國家測驗同一群學生，但2007年較晚，是在下個學年初才測驗。

() 括號內為標準誤，因為結果是最近接整數的近似值，所以有些會不一致。

- 破折號表示可以比較的資料無法取得。(詳見國際報告 Exhibit D.1)。

表 4-3、小四在 TIMSS 2003 和 2007 數學成就表現排名前十名的國家

名次	TIMSS2007			TIMSS2003		
	國家或地區	平均分數		國家或地區	平均分數	
1	香港	607	▲	新加坡	594	▲
2	新加坡	599	▲	香港	575	▲
3	臺灣	576		日本	565	▲
4	日本	568	▽	臺灣	564	
5	哈薩克	549	▽	比利時	551	▽
6	俄羅斯	544	▽	荷蘭	540	▽
7	英格蘭	541	▽	拉脫維亞	536	▽
8	拉脫維亞	537	▽	立陶宛	534	▽
9	荷蘭	535	▽	俄羅斯	532	▽
10	立陶宛	530	▽	英格蘭	531	▽
	國際平均	500		國際平均	495	

▲ 比臺灣國小四年級學生數學成就表現好的國家

▽ 比臺灣國小四年級學生數學成就表現劣的國家

表 4-4、亞洲地區四年級學生數學成就的比較

國家或地區	香港	新加坡	臺灣	日本
香港			▲	▲
新加坡			▲	▲
臺灣				▲

▲有顯著優於其他國家

當更進一步檢驗，表 4.4 顯示日本四年級學生在 TIMSS 2003 的數學平均成績略微高於臺灣（565 分 vs.564 分），但在這次 TIMSS 2007 臺灣四年級學生則顯著優於日本的學生表現（576 分 vs.568 分）。

二、四年級學生在 TIMSS 2007 與 TIMSS 2003 數學成就整體表現之趨勢

表 4.5 的資料是所有參加國家的四年級學生在 TIMSS 1995、TIMSS 2003 和 TIMSS 2007 的數學成就整體表現的趨勢分析。

從表 4.5 的資料顯示出前十名的國家中,有八個國家的四年級學生在 TIMSS 2007 的數學成就表現優於在 TIMSS 2003 的表現。前十名中進步最多的國家是香港（32 分），其次是臺灣（12 分），美國（11 分），英格蘭（10 分），也就是說排行前十名的國家中，香港、臺灣、美國、英格蘭的 2007 年的四年級學生的數學成就表現比四年前的學生的數學成就顯著地進步。前十名國家，僅有荷蘭和立陶宛的學生平均分數退步，但沒有達到顯著性的水準。整體而言，全世界參與的 37 個國家中，以

亞美尼亞的四年級學生進步最多（44 分），多數的國家在 TIMSS 2007 的數學成就表現比在 TIMSS 2003 的表現高。以國際平均分數而言，TIMSS 2007 是 500 分而 TIMSS 2003 是 467 分，平均分數的提高不知是 TIMSS 2007 的試題較簡單，還是全世界各國的數學教育改革走在正確的方向而提昇了學生的數學成就表現，其真正的因素值得更進一步探討。

從 TIMSS 1995 到 TIMSS 2007，這八年期間以排名第一的香港進步 50 分及排名第六的英格蘭進步 57 分，進步的幅度相當大，由此顯見，香港和英格蘭這兩個國家在數學教育改革對學生的數學學習的成效相當顯著，到底這八年來，香港在數學教育方面作了那些改革，值得我國進一步去瞭解、去學習。

值得一提的是，荷蘭的真實數學教育對國際數學教育有相當大的影響，荷蘭從 TIMSS 1995、TIMSS 2003 到 TIMSS 2007 有逐漸降低的趨勢，究竟是何原因，而導致四年級學生的數學成就表現退步，荷蘭的退步，也值得我們做借鏡及警惕，而勿重蹈覆轍。

表 4-5、四年級學生在 TIMSS 2007 與 TIMSS 2003 數學成就整體表現之趨勢(引自 Mullis, et al., 2008, p.16)

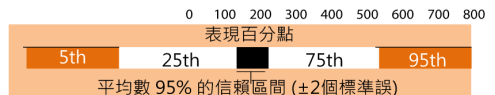
國家或地區	平均量尺分數	2003與2007的差異	1995與2007的差異	數學成就分布
香港				
2007	607 (3.6)			
† 2003	575 (3.2)	32 (4.8) ▲		
1995	557 (4.0)		50 (5.4) ▲	
新加坡				
2007	599 (3.7)			
2003	594 (5.6)	5 (6.7)		
1995	590 (4.5)		9 (5.9)	
臺灣				
2007	576 (1.7)			
2003	564 (1.8)	12 (2.5) ▲		
日本				
2007	568 (2.1)			
2003	565 (1.6)	4 (2.6)		
1995	567 (1.9)		1 (2.8)	
俄羅斯				
2007	544 (4.9)			
2 2003	532 (4.7)	12 (6.8)		
英格蘭				
2007	541 (2.9)			
† 2003	531 (3.7)	10 (4.7) ▲		
3 † 1995	484 (3.3)		57 (4.4) ▲	
拉脫維亞				
1 2007	537 (2.3)			
1 2003	533 (3.1)	4 (3.8)		
1 † 1995	499 (4.6)		38 (5.1) ▲	
荷蘭				
‡ 2007	535 (2.1)			
† 2003	540 (2.1)	-5 (3.0)		
† 1995	549 (3.0)		-14 (3.7) ▼	
立陶宛				
1 2007	530 (2.4)			
1 2003	534 (2.8)	-4 (3.7)		
美國				
2 † 2007	529 (2.4)			
† 2003	518 (2.4)	11 (3.4) ▲		
1995	518 (2.9)		11 (3.8) ▲	
澳大利亞				
2007	516 (3.5)			
† 2003	499 (3.9)	17 (5.3) ▲		
† 1995	495 (3.4)		22 (4.9) ▲	
匈牙利				
2007	510 (3.5)			
2 2003	529 (3.1)	-19 (4.8) ▼		
1995	521 (3.6)		-12 (5.1) ▼	
義大利				
2007	507 (3.1)			
2003	503 (3.7)	4 (4.8)		
奧地利				
2007	505 (2.0)			
† 1995	531 (2.9)		-25 (3.5) ▼	

0 100 200 300 400 500 600 700 800

表 4-5、四年級學生在 TIMSS 2007 與 TIMSS 2003 數學成就整體表現之趨勢 (續上頁)

國家或地區	平均量尺分數	2003與2007的差異	1995與2007的差異	數學成就分布
斯洛維尼亞				
2007	502 (1.8)			
2003	479 (2.6)	23 (3.2) ▲		
1995	462 (3.1)		40 (3.6) ▲	
亞美尼亞				
2007	500 (4.3)			
2003	456 (3.5)	44 (5.5) ▲		
蘇格蘭				
† 2007	494 (2.2)			
† 2003	490 (3.3)	4 (3.9)		
2† 1995	493 (4.2)		1 (4.7)	
紐西蘭				
2007	492 (2.3)			
2003	496 (2.1)	-3 (3.2)		
1995	469 (4.4)		23 (5.0) ▲	
捷克				
2007	486 (2.8)			
1995	541 (3.1)		-54 (4.0) ▼	
挪威				
2007	473 (2.5)			
2003	451 (2.3)	22 (3.5) ▲		
1995	476 (3.0)		-3 (4.1)	
伊朗				
2007	402 (4.1)			
2 2003	389 (4.2)	13 (5.7) ▲		
1995	387 (5.0)		15 (6.6) ▲	
摩洛哥				
2007	341 (4.7)			
2003	347 (5.1)	-6 (6.7)		
突尼西亞				
2007	326 (4.5)			
2003	339 (4.7)	-13 (6.5) ▼		
基準參照區				
明尼蘇達州(美國)				
2† 2007	554 (5.9)			
† 1995	516 (7.4)		38 (9.5) ▲	
魁北克省(加拿大)				
2 2007	519 (3.0)			
2003	506 (2.4)	13 (3.8) ▲		
1995	550 (4.2)		-31 (5.2) ▼	
安大略省(加拿大)				
2 2007	512 (3.1)			
2003	511 (3.8)	0 (4.9)		
2 1995	489 (3.5)		23 (4.7) ▲	
亞伯達省(加拿大)				
2 2007	505 (3.0)			
1995	523 (8.3)		-18 (8.8) ▼	

▲ 2007 顯著較高 ▼ 2007 顯著較低



† 僅在包括替代學校受測之後，學生參與比率才符合規定。

‡ 僅在包含替代學校後，學生參與率才幾乎滿足規定。

†† 無法滿足學生參與率的規定。

1 國家受測學生母群體並未全部涵蓋國際要求的母群體。

2 國家定義母群涵蓋包含90%~95%的國家要求母群。

3 國家定義母群涵蓋低於90%的國家要求母群。(但最少77%)。

趨勢註：因科威特並無前期之資料可供比較，故本表數據未將其包括在列。突尼西亞之數據不包含私立學校。

0) 括號內為標準誤，因為結果是最近接整數的近似值，所以有些會不一致。

貳、數學各主題成就表現及趨勢

一、四年級學生在數學各主題的整體成就表現及趨勢

TIMSS 2007 四年級試題所涵蓋的數學內容包含三大主題：數 (Number)、幾何圖形與測量 (Geometric Shapes and Measures) 及資料呈現 (Data Display) 在數主題中包括：全數、分數、小數、比、比值、數型和關係。幾何圖形和測量包括：邊和角、2 維和 3 維形體、全等與相似、位置和空間關係、對稱和變換、各種量的屬性、單位、工具、方法和公式。資料呈現則涵蓋資料的蒐集及組織，資料的表徵方式與解釋。

TIMSS 2007 的試題內容涵蓋三大主題，與過去的 TIMSS 2003 所涵蓋五大主題，在分類上略有不同，TIMSS 2003 所涵蓋五大主題，分別為數、測量、幾何、數型與關係和資料。

在數學各主題內容排名前十名的國家，請參見表 4.6。從表 4.6 得知，在 TIMSS 2007 排名前十名的國家中，在數學各主題的表現都由香港、新加坡、臺灣、日本領先前四名，在數、幾何圖形與測量、資料呈現三個主題皆由香港及新加坡躍居前二名。在幾何圖形與測量主題，日本排名第三，臺灣排名第四，日本在 TIMSS 2007 的表現顯然不如在 TIMSS 2003 的傑出表現(林碧珍、蔡文煥，2006)。在數主題中，臺灣排名第三，日本排名第四。

在排名第五到十名的國家中，哈薩克四年級學生的數學成就整體表現在國際排

名第五，當更進一步檢視在數學各主題內容表現，發現哈薩克在數主題的平均量尺分數 (566 分) 高於第四名的日本。但哈薩克在資料呈現的表現卻沒有擠進前十名，在幾何圖形與測量的表現排名第七。由此顯示，哈薩克在數學內容三大主題中，對數主題課程內容或教學值得其他歐美國家學習，相反地，哈薩克在資料呈現主題的課程內容及教學需要向英格蘭、美國學習。俄羅斯與哈薩克也有同樣的表現，在數、幾何圖形與測量兩個主題分別排名第六和第七，但在資料呈現主題中沒有擠進前十名。這樣的結果和在 TIMSS 2003 的表現一樣 (林碧珍、蔡文煥，2006)。

在數學整體成就表現排名第七名的拉脫維亞，在數學內容的三個主題中分別排名第七、第十、第八名。幾何圖形與測量的表現比數主題和資料呈現稍劣。在數學整體成就表現排名第八名的荷蘭，數學內容三個主題中幾何圖形與測量沒有擠進前十名，數主題與資料呈現分別排名第八和第七名，而澳大利亞的數學成就整體表現沒有列入前十名，但是在幾何圖形與測量與資料呈現卻都排行第九名。

在數主題，臺灣排名第三平均得分 581 分，與排名第一名的新加坡 (611 分) 和第二名的香港 (606 分) 皆有顯著性的差異，且顯著高於第四名的日本，而第一名的新加坡與第二名的香港在數主題的表現沒有顯著性的差異，所以臺灣在數主題的表現雖排名第三但位於第二領先群 (Mullis et al., 2008; Exhibit B.1)。

在幾何圖形與測量主題，臺灣排名第四，得分為 556 分，僅次於香港(599 分)，新加坡(570 分)、日本(566 分)，經過進一步統計參考，香港顯著高於新加坡和日本，而第二名的新加坡和第三名的日本在幾何圖形與測量主題的表現沒有顯著性差異，日本顯著高於臺灣，所以臺灣在幾何圖形與測量主題的表現雖排名第四但位於第三領先群(Mullis et al., 2008; Exhibit B.2)。

在資料呈現主題上，臺灣排名第四，得分為 567 分，僅次於香港(585 分)、新加坡(583 分)、日本(578 分)。經過進一步統計參考，香港並未顯著高於新加坡和日本，而第二名的新加坡則顯著高於第三名的日本，日本又顯著高於臺灣，所以臺灣在資料呈現主題的表現雖排名第四但位於第三領先群(Mullis et al., 2008; Exhibit B.3)。

表 4.6 是以主題為主，將國家排名，而表 4.7 是以國家為主分析各主題的排名列出前五名的國家四年級學生在數學各主題的成就表現。表 4.7 的資料顯示，新加坡、香港、臺灣、日本是四年級學生在數學各主題表現排行前四名的國家，在不同主題下，前二名都是香港和新加坡，而第三、四名都是臺灣和日本。香港在幾何圖形與測量與資料呈現的排名躍居全球之冠，而數主題則由新加坡領先，香港在 TIMSS 2007 的表現比 TIMSS 2003 的表現亮麗了許多，在 TIMSS 2003 香港在幾何圖形與測量與資料呈現的排名分別為第四名和第三名(林碧珍、蔡文煥，2006)。臺灣在

TIMSS 2007 的數主題、幾何圖形與測量、資料呈現分別排名第三、第四和第四名。四年級學生在 TIMSS 2007 各主題的表現與在 TIMSS 2003 的表現相似。然而日本在數主題、幾何圖形與測量與資料呈現主題的表現分別是第四名、第三名、第三名，在 TIMSS 2003 三個主題的排名分別為第四名、第一名、和第一名。相較之下，日本四年級學生在幾何圖形與測量與資料呈現的表現在名次上退步了許多。而荷蘭只有數主題排名第八，但是幾何圖形與測量與資料呈現都沒有擠進前十名，與 TIMSS 2003 相較之下，荷蘭在三個主題排名分別為第六名、第六名、第五名，由此可見，荷蘭學生在 TIMSS 2007 的表現在國際排名也退步了許多，但反觀英格蘭，英格蘭在 TIMSS 2007 的數、幾何圖形與測量與資料呈現三個主題的排名分別為第十名、第五名、第五名；與在 TIMSS 2003 相較之下，顯然在國際排名也進步了許多。

TIMSS 2007 在各主題的表現，香港和英格蘭在國際排名進步最多，這兩個國家的數學課程改革及教學值得其他國家學習，而日本及荷蘭卻明顯的在幾何圖形與測量這個主題上退步了，為何退步？也值得這兩個國家加以檢討反省及改進。

二、四年級學生在認知領域的整體表現

四年級數學試題架構除了數學內容外，亦考量認知領域，認知領域包含：知識(Knowing)、應用(Applying)、推理

表 4-6、國小四年級學生在數學各主題內容排行前十名的國家

名次	數學各主題內容的平均量尺分數 (標準差)					
	數		幾何圖形與測量		資料呈現	
1	新加坡	611 (4.3)	香港	599 (3.1)	香港	585 (2.7)
2	香港	606 (3.8)	新加坡	570 (3.6)	新加坡	583 (3.2)
3	臺灣	581 (1.9)	日本	566 (2.2)	日本	578 (2.8)
4	日本	561 (2.2)	臺灣	556 (2.2)	臺灣	567 (2.0)
5	哈薩克	566 (6.6)	英格蘭	548 (2.7)	英格蘭	547 (2.5)
6	俄羅斯	546 (4.4)	丹麥	544 (2.6)	美國	543 (2.4)
7	拉脫維亞	536 (2.1)	哈薩克	542 (7.4)	荷蘭	543 (2.3)
8	荷蘭	524 (2.9)	俄羅斯	538 (5.1)	拉脫維亞	536 (3.0)
9	立陶宛	533 (2.3)	澳大利亞	536 (3.1)	澳大利亞	534 (3.1)
10	英格蘭	531 (3.2)	拉脫維亞	532 (2.6)	德國	534 (3.1)
	國際平均	500	國際平均	500	國際平均	500

表 4-7、在數學各主題內容表現前五名的領先群國家

國家或地區	各主題內容					
	數		幾何圖形與測量		資料呈現	
	分數 (S.E)	排名	分數 (S.E)	排名	分數 (S.E)	排名
新加坡	611 (4.3)	1	570 (3.6)	2	583 (3.2)	2
香港	606 (3.8)	2	599 (3.1)	1	585 (2.7)	1
臺灣	581 (1.9)	3	556 (2.2)	4	567 (2.0)	4
日本	561 (2.2)	4	566 (2.2)	3	578 (2.8)	3
哈薩克	566 (6.6)	5	542 (7.4)	7	-	-
荷蘭	535 (2.2)	8	-	-	543 (2.3)	7
英格蘭	531 (3.2)	10	548 (2.7)	5	547 (2.5)	5
俄羅斯	546 (4.4)	6	538 (5.1)	8	-	-
國際平均	500		500		500	

(Reasoning) 三個層次。知識是指對數學基本事實的瞭解，這些基本事實是數學思維的基礎，過程是將基本事實應用到解決日常生活問題的一個橋樑。知識的認知行為包括回憶事實、認識、計算、檢索、測量、分類或排序。應用是指當概念理解後，能有效地應用概念進行解題。應用的認知

行為包括：選擇、表徵、模式、執行、解題。推理是指有系統性的邏輯思考。推理的認知行為包括：分析、一般化、綜合、驗證、解非例性題。

表 4.8 是四年級學生在認知領域排行前十名的國家。認知領域的三個層次中，香港和新加坡皆為前二名，而臺灣則均為

第三名，日本則均列第四名。而哈薩克、俄羅斯、英格蘭、拉脫維亞、荷蘭五個國家在認知領域的三個層次也都排行在前十名內，美國在知識的認知領域表現較應用及推理等二項認知領域為突出，擠進國際掛名第七名。

當更進一步檢證各國之間的差異性，發現香港和新加坡對基本事實的理解之成就表現有顯著性差異，新加坡和臺灣有顯著性差異。由此可見，臺灣學生對於解基本概念的數學問題之表現落在第三領先群。

對於解應用的數學問題，新加坡和香港沒有顯著性差異，但香港和臺灣則有顯著性差異，由此可見，臺灣在應用的認知領域，落在第二領先群。同樣的，臺灣學生在推理認知領域，落在第三領先群。

表 4.9 是依國家來檢視在不同的認知領域的排名，知識及應用兩個認知領域排行前五名是香港、新加坡、臺灣、日本、哈薩克，哈薩克的學生解推理問題的表現排行第六名，其次是俄羅斯，英格蘭、拉脫維亞各荷蘭。

表 4-8、四年級學生在認知領域排行前十名的國家

名次	認知領域的平均量尺分數 (標準差)					
	知識		應用		推理	
1	新加坡	620 (4.0)	香港	599 (3.4)	香港	589 (3.5)
2	香港	617 (3.5)	新加坡	590 (3.7)	新加坡	578 (3.8)
3	臺灣	584 (1.7)	臺灣	569 (1.7)	臺灣	566 (1.9)
4	日本	565 (2.1)	日本	566 (2.0)	日本	563 (2.1)
5	哈薩克	559 (7.3)	哈薩克	547 (7.2)	俄羅斯	540 (4.8)
6	英格蘭	544 (3.6)	俄羅斯	547 (4.8)	哈薩克	539 (6.1)
7	美國	541 (2.6)	英格蘭	540 (3.1)	英格蘭	537 (3.1)
8	俄羅斯	538 (4.5)	拉脫維亞 5	540 (2.5)	拉脫維亞	537 (2.5)
9	拉脫維亞	530 (2.2)	荷蘭	540 (2.0)	荷蘭	534 (2.4)
10	荷蘭	525 (2.2)	立陶宛	539 (2.4)	德國	528 (2.5)
	國際平均	500	國際平均	500	國際平均	500

表 4-9、在認知領域前五名的領先群國家

國家或地區	各主題內容					
	知識		應用		推理	
	分數 (S.E)	排名	分數 (S.E)	排名	分數 (S.E)	排名
新加坡	620 (4.0)	1	590 (3.7)	2	578 (3.8)	2
香港	617 (3.5)	2	599 (3.4)	1	589 (3.5)	1
臺灣	584 (1.7)	3	569 (1.7)	3	566 (1.9)	3
日本	565 (2.1)	4	566 (2.0)	4	563 (2.1)	4
哈薩克	559 (7.3)	5	547 (7.2)	5	539 (6.1)	6
荷蘭	525 (2.2)	10	540 (2.0)	9	534 (2.4)	9
英格蘭	544 (3.6)	6	540 (3.1)	7	537 (3.1)	7
俄羅斯	538 (4.5)	8	547 (4.8)	6	540 (4.8)	5
拉脫維亞	530 (2.2)	9	540 (2.5)	8	537 (2.5)	8
國際平均	500		500		500	

參、四年級學生數學成就的國際基準點

一、各等級國際基準點的說明

TIMSS 國際研究中心使用定錨法來描述學生在 TIMSS 2003 和 TIMSS 2007 的成就基準點 (Benchmarks)，是一種訂定標準點的方式來描述學生在 TIMSS 的成就表現。TIMSS 2003 和 TIMSS 2007 皆訂出四個等級的基準點；優級基準點是 625 分，高級基準點是 550 分，中級基準點是 475 分，而初級基準點是 400 分。達到各等級基準點的學生之數學能力及表現內容整理為表 4.10。

二、各等級國際基準點的範例及學生的表現

(一) 優級的(advanced)國際基準點-625 分

達到優級基準點的學生能將知識與理解應用到複雜的情境並解釋其理由。以下的範例試題都是 TIMSS 國際研究中心挑選出來的。

表 4.10 顯示在數主題中，達到優級基準點的學生有能力找出一個規則來描述數字關係的規律性。範例一是數主題認知領域屬於推理的優級試題，四年級學生普遍的答對率都不高，國際平均答對率為 15%，排名第一名的香港，答對率為 39%，臺灣的平均答對率只有 33%，排名第五，因為臺灣的四年級教材中鮮少出現找兩組數量關係的規則之教材內容。

表 4-10、TIMSS 2007 四年級數學成就的四個基準點和對應的表現內容

國際基準點	學生的數學能力	表現內容
優級基準點 625 分	學生能將知識理解應用到複雜的情境並解釋其推理	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能應用比例推理來解決各種情境。 2. 能選擇適當的訊息解決多步驟文字題。 3. 能形成或找出一個規則來說明數形規律性。 4. 能運用 2-維和 3-維形體的幾何知識來解決各種幾何問題。 5. 能組織、解釋和呈現資料。
高級基準點 550 分	學生能運用知識和理解來解題	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能解決整數的多步驟文字題。 2. 能解決除法各種問題。 3. 能理解位值概念和簡單的分數。 4. 能找出樣式的規律性並求出下一項 5. 能有基本的幾何知識 6. 能利用及解釋圖表的資料來解題。
中級基準點 475 分	學生能應用基本的數學知識於相關的情境	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能理解整數。 2. 能擴展數字和圖形的規律性。 3. 能熟悉 2 維形體。 4. 能報讀及解釋相同資料的各種不同圖表呈現。
初級基準點 400 分	學生具有部分的基本數學能力	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能理解整數的加法和減法。 2. 能熟悉三角形及非正式的座標系統。 3. 能報讀簡單的長條圖及表格資料。

範例一：數主題的優級範例題

ID：M031227

數學主題：整數

認知領域：推理

阿信利用相同的規則從△內的數字得到□內的數字。請問阿信的規則是什麼？
答：_____

試題：M031227		選答百分比 %	
編碼	回答	臺灣	國際
10	將三角形內的數字兩倍加 1 (比如說, 兩倍加 1; 乘以 2 加 1)	32.5	17.6
19	其他正確的答案, 包括將三角行中的數字加上其下一個整數(比如, 4 + 5 = 9)	0.4	3.1
79	不正確的 (包括劃掉/擦掉, 不相關的記號、不正確的或是離題的答案)	47.3	53.2
99	空白	19.8	26.1

排序	國家或地區	正確答題率 (%)
1	香港	39 (2.7)
2	日本	38 (2.1)
3	新加坡	36 (2.1)
4	亞美尼亞	35 (2.9)
5	臺灣	33 (2.4)
6	英格蘭	28 (2.3)
7	哈薩克	28 (4.2)
8	匈牙利	28 (2.4)
9	俄羅斯	23 (3.1)
10	美國	23 (1.4)
	國際平均	15 (0.3)

表 4.10 顯示在資料呈現主題中，達到優級基準點的學生有能力組織、解釋及呈現資料。範例二是推理認知層次的資料呈現主題的優級試題，國際平均答對率為 32%，香港和新加坡皆為 63% 排名領先，臺灣的平均答對率為 47%，居國際排名第四，因為臺灣四年級學生的統計圖表只學習長條圖及折線圖，還沒有學過圓形圖，導致臺灣不到一半的學生答對此題。

(待續)