

創意教學示例--談正多面體的補充教學

李祐宗

澎湖縣國教輔導團

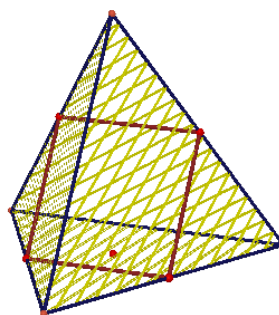
壹、前言

現行的國中八年級下學期數學教材中有立體幾何的單元，教師有時在進行此單元教學時會適時納入正多面體的教學。但以往教師在進行正多面體的組合時，大多藉由展開圖來組成，或是藉由百利智慧片來組成。雖然這是一項不錯的教學方式，但要準備的教具可能會很耗時。於是筆者發現了方便教師帶著走的「平面」教具，只要加上一條橡皮筋，「平面教具」化身一變就可馬上成為「正多面體」。

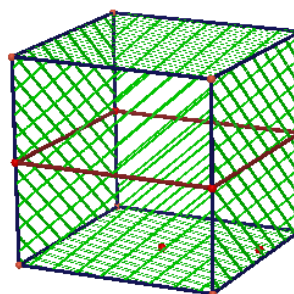
貳、設計流程

一、設計理念

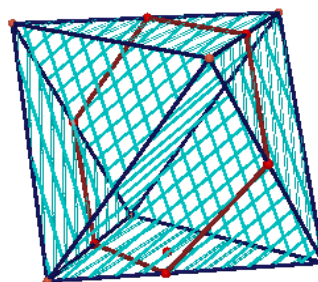
以往利用正多面體的平面展開圖組成立體時，需要在展開圖上預留邊作為黏貼的空間，不僅耗時又費工。有回筆者使用沒有預留邊的展開圖(以厚紙版製成的)用手大概固定出立體幾何的形狀時，偶然發現加上一條橡皮筋就可以固定出立體的形狀。所以筆者試著將五種正多面體找出橡皮筋適合的固定位置，發現橡皮筋的位置均可分別將五種正多面體切成空間均等的兩半，這就是筆者準備此單元教具的由來。以下以 cabri 3d 來呈現五種正多面體以橡皮筋固定的模式圖形：



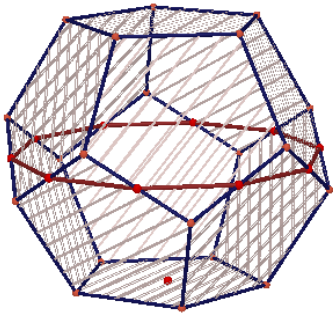
圖一、橡皮筋包正四面體



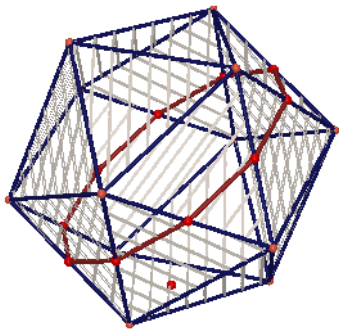
圖二、橡皮筋包正六面體



圖三、橡皮筋包正八面體



圖四、橡皮筋包正十二面體



圖五、橡皮筋包正二十面體

二、教學單元

國中八年級下學期數學科立體幾何單元。

三、適用對象

國中八年級學生。(小學五、六年級至國中九年級學生亦可學習，列為補充教材)

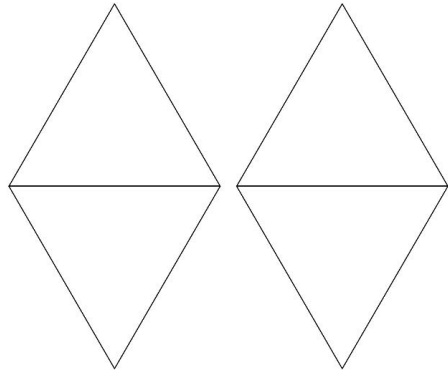
四、教學目標

- 1、認識正多面體的種類及其組成。
- 2、藉由「對稱」概念組成正多面體。
- 3、發現立體世界的尤拉定理。

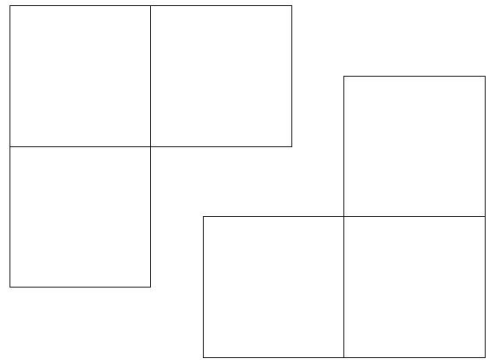
五、教具準備

正多面體底稿、厚紙板(較厚者效果愈好)、美工刀、橡皮筋。以上數量視課堂上的分組而定，每人一套亦可。

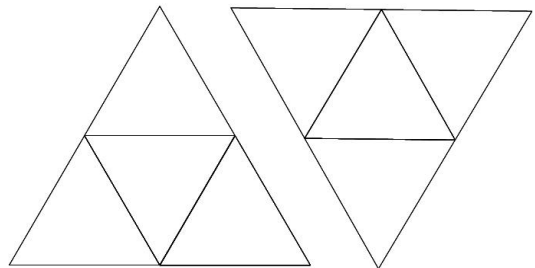
底稿圖片：(將底稿貼於厚紙板並沿線條剪開)



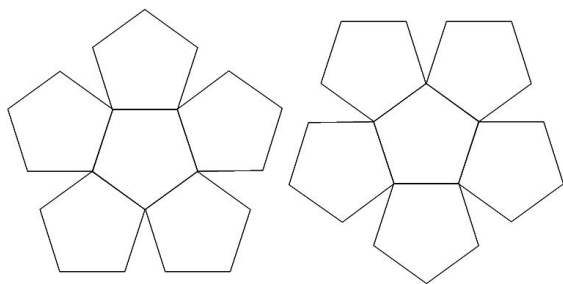
圖六、正四面體教具



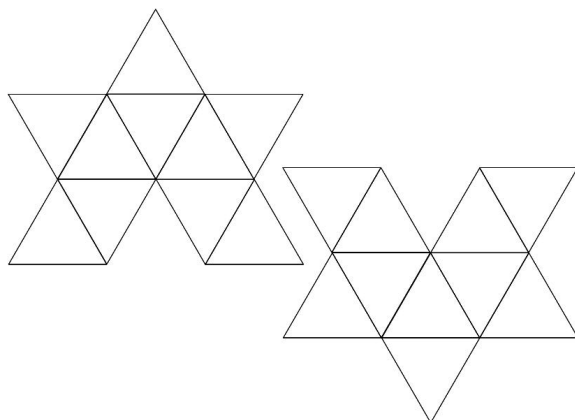
圖七、正六面體教具



圖八、正八面體教具



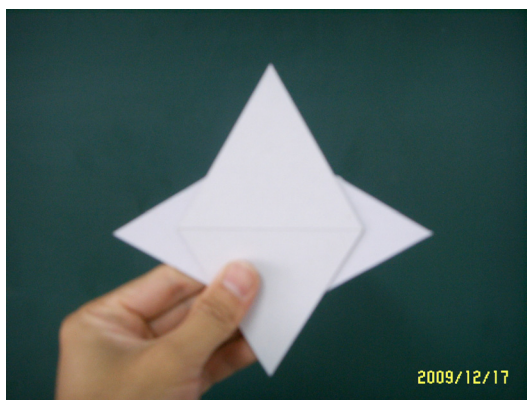
圖九、正十二面體教具



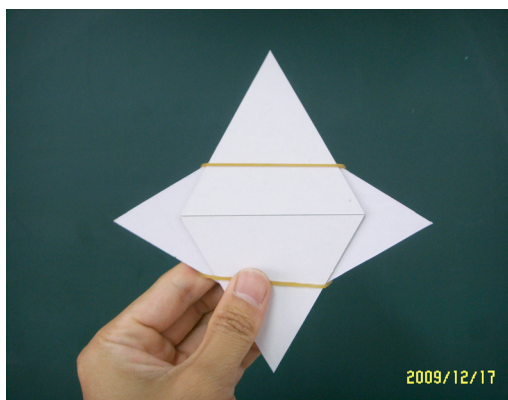
圖十、正二十面體教具

參、教學流程

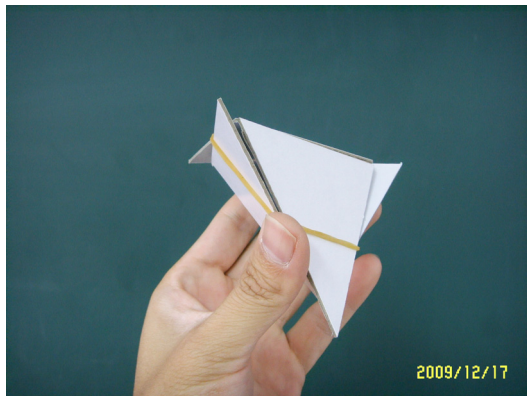
一、正四面體的組成：



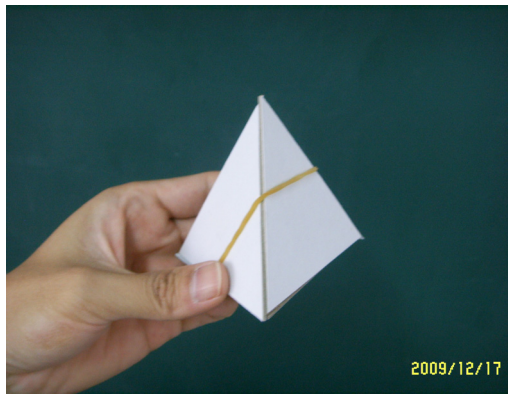
圖十一、重疊兩片平行四邊形



圖十二、套上橡皮筋

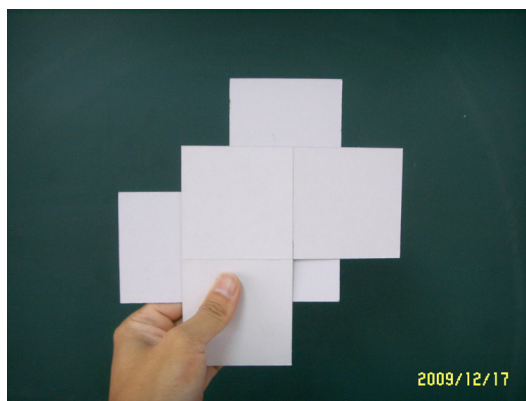


圖十三、用手稍作調整圖

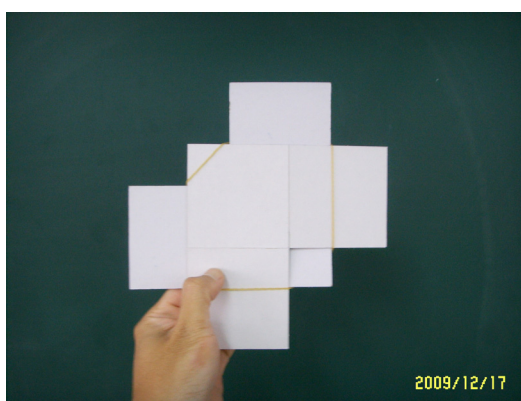


圖十四、完成正四面體模型

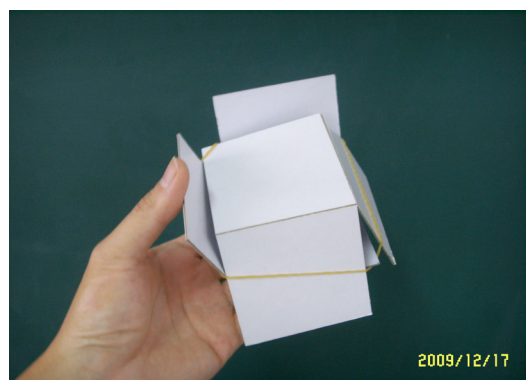
二、正六面體的組成：



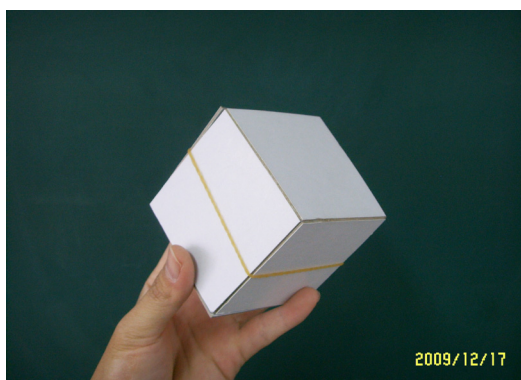
圖十五、重疊兩片厚紙板



圖十六、套上橡皮筋

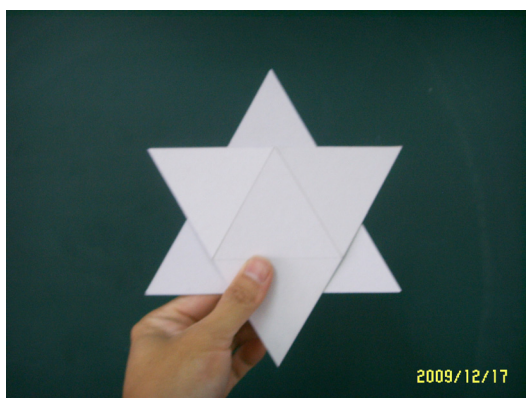


圖十七、用手稍作調整

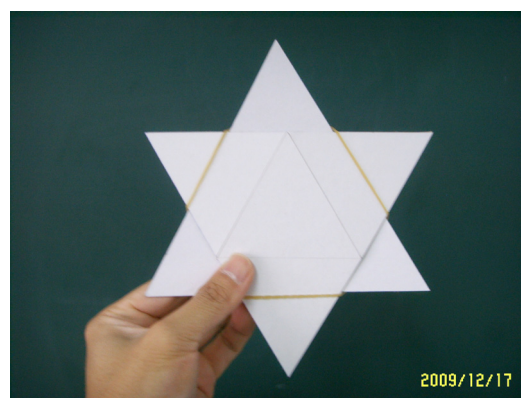


圖十八、完成六四面體模型

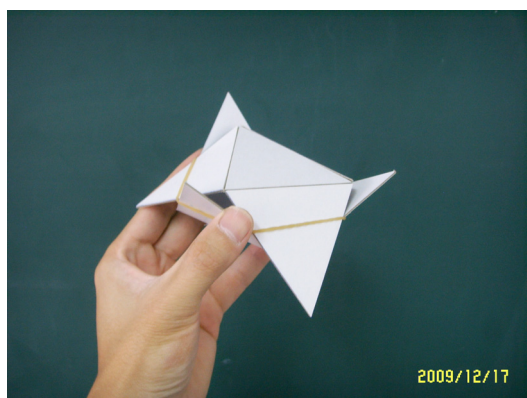
三、正八面體的組成：



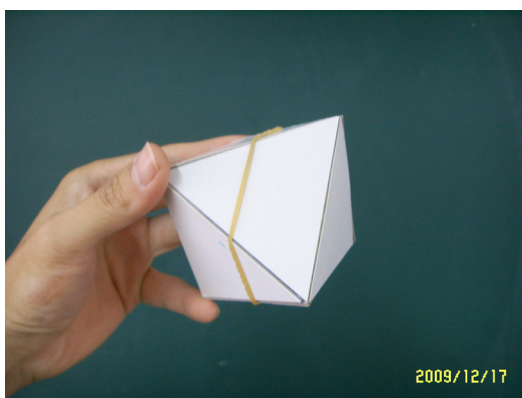
圖十九、重疊兩片厚紙板



圖廿、套上橡皮筋

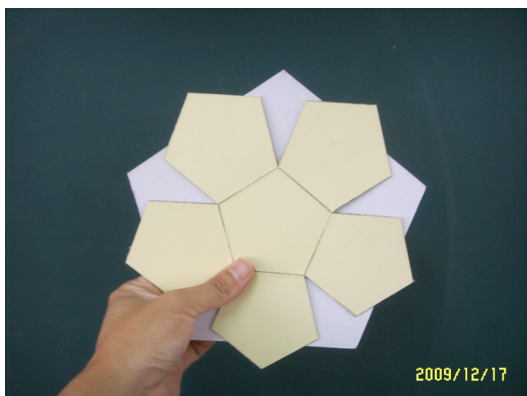


圖廿一、用手稍作調整

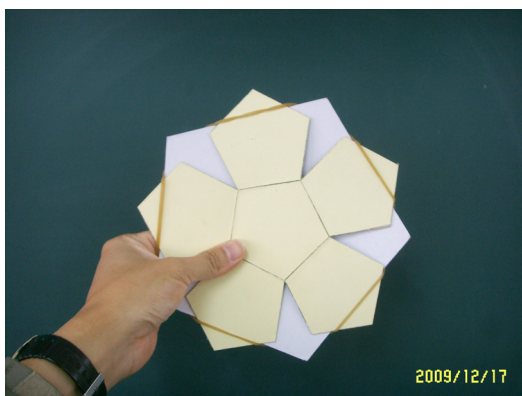


圖廿二、完成八四面體模型

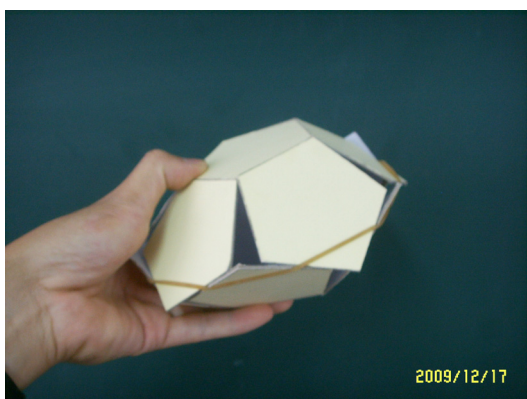
四、正十二面體的組成：



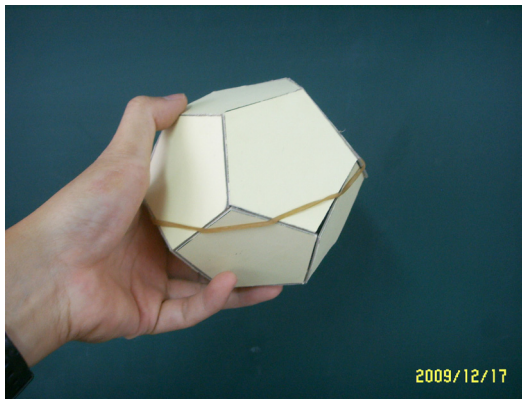
圖廿三、重疊兩片厚紙板



圖廿四、套上橡皮筋

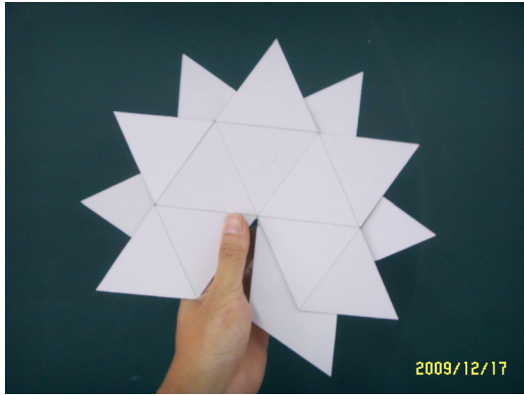


圖廿五、用手稍作調整

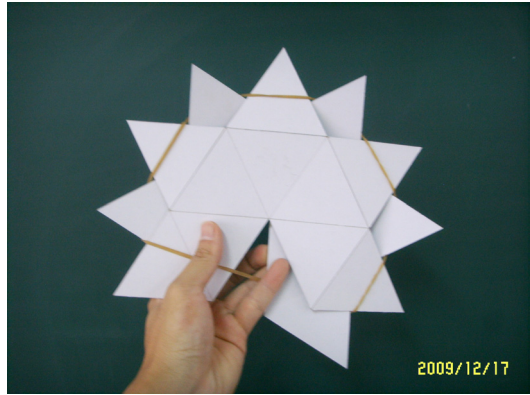


圖廿六、完成正十二面體模型

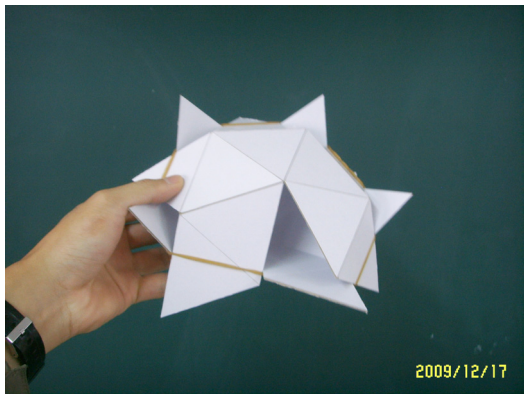
五、正二十面體的組成：



圖廿七、重疊兩片厚紙板



圖廿八、套上橡皮筋



圖廿九、用手稍作調整



圖卅、完成正十二面體模型

肆、教學注意事項：

- 一、考量各多面體的幾何結構，筆者建議正四面體、正六面體、正八面體及正十二面體使用較緊的橡皮筋效果較好；正廿面體使用較鬆的橡皮筋較好，如果橡皮筋過緊，整個結構不易支撐起來。
- 二、因結構的關係，正四面體、正六面體及正八面體的操作容易成型，過程中只要用手將各組的兩片頂點及邊對

應好，就不容易變形；正十二面體的效果最佳，有魔術般的感覺與效果。另外正廿面體在操作時，需要花多點時間將之調整成型，較不易操作。

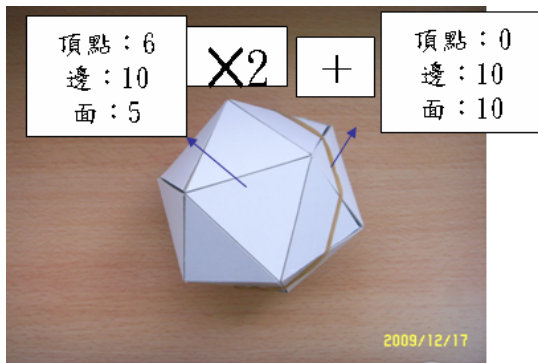
- 三、紙張盡量採用最厚的厚紙板，結構較不易變形。

伍、正多面體的尤拉定理

以往教師在教導學生數正多面體的頂點數、邊數及面數的時候，必須先花一

段時間將正多面體「組好」、「黏好」，而好不容易模型做好時，偏偏不是那麼好數。理由是組好的模型每個每個面、每個視角看過去皆相同，當您數完眼前區塊的點、線、面時，很難保證下一階段不會重複數到，除非在數的過程可以對正多面體作記號，不過又得考慮復原的問題。

現在這種模型可以派上用場，以最難數的正廿面體來說，由於多面體中間正好有一條橡皮筋作對稱，無論是數點、線、面均很容易數，不易重複，如圖卅一。



圖卅一、正廿面體的尤拉定理

以橡皮筋為分界線，將一側之頂點、邊、面統計後，另一面也是一樣的數目；

另外橡皮筋上的頂點、邊、面單獨數一次，兩者相加後就是整個多面體的頂點、邊、面的數目。現在筆者將五種正多面體的頂點數、邊以及面的數目整理如表一。

陸、科學與藝術的結合

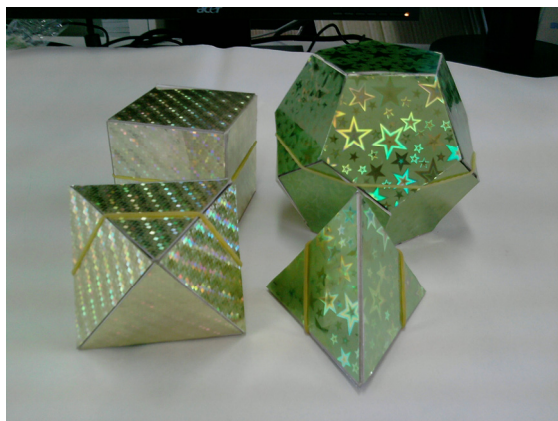
由於筆者使用的教具是白色厚紙板，視覺上不免有些單調，此時可以結合包裝紙將正多面體變身為藝術品。或是手邊沒厚紙板的話，也可利用不要的紙箱剪下，再搭配包裝紙一樣可以達到不錯的效果，如圖卅二~卅五。

柒、後記

由操作過程中可以發現，每一組教具都是由兩片形狀一樣的平面所組成。也就是說正多面體的面數皆為偶數。這樣的教具不僅可以隨時拆裝、教師攜帶方便，在教導尤拉定理時也容易拆回平面圖形研究討論，同時學生對於正多面體的組成更加一目了然，可謂一舉數得。小小巧思發揮有效的教學，讓師生一同歡樂的沉浸在正多面體的世界中！

表一、正多面體的尤拉定理

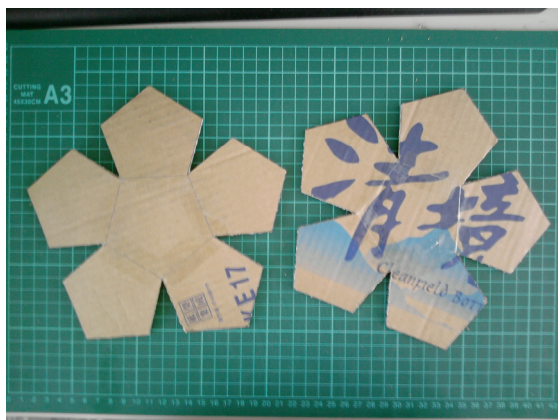
正多面體	面數 (F)	邊數 (E)	頂點 (V)	F + V - E
正四面體	4	6	4	2
正六面體	6	12	8	2
正八面體	8	12	6	2
正十二面體	12	30	20	2
正二十面體	20	30	12	2



圖卅二、正多面體穿包裝紙



圖卅三、一堆正多面體



圖卅四、用紙箱剪裁模型



圖卅五、紙箱作成的正多面體