
三階段學習環在數學領域之教學應用——以圓周率為例

許育彰

國立臺灣海洋大學 師資培育中心

壹、緒論

三階段學習環是 20 世紀 60 年代初期，由美國「科學課程改進研究」(science curriculum improvement study, 簡稱 SCIS) 首次開發出來的一種科學教學模式，最初稱為「探索－發明－發現」(Exploration-Invention-Discovery) (Karplus & Their, 1967)，後來有一些學者將其稱為「探索－概念介紹－概念應用」(Exploration-Concept Introduction-Concept Application) (Karplus, 1977)，但是到了 1980 年代後期，Lawson 等人 (Lawson, 1988; Lawson, Abraham, & Renner, 1989) 在建構主義思潮的影響下，認為概念是要靠學生自己去建構形成，而不是單方面由教師可以直接介紹給學生，因而特將此三個階段改稱為「探索－術語介紹－概念應用」(Exploration-Term Introduction-Concept Application)。此種說法一經提出，隨即受到學界普遍的認同與採用。

許多實徵研究更具體顯示，三階段學習環教學模式不僅能使學生對科學概念有較佳之理解及記憶外，而且還能夠發展學生的科學思維與過程技能，提高其推理能力及參與科學活動的積極性。(Lawson,

Abraham, & Renner, 1989; Musheno & Lawson, 1999; Gerber, Cavallo, & Marek, 2001; 譚幫換、胡緒, 2011)。儘管如此，三階段學習環在自然科學領域以外的教學應用，則仍屬少見。

本文一方面基於介紹與推廣 Lawson 三階段學習環的教學模式，而另一方面也基於嘗試探討該模式在數學領域的教學應用，所以不揣淺陋，特以國小高年級數學「圓周率」這一單元為例，說明這種移植式之教學應用的可能性。

貳、三階段學習環的內涵

Lawson 等人 (Lawson, Abraham, & Renner, 1989) 認為，教師在介紹新概念或新術語之前，讓學生先用他們自己的步調和既有概念 (preconceptions) 進行探索 (exploration) 是一件非常重要的事。在此前提下，他們主張在一般傳統二階段教學模式(指「講述告知－應用練習」)的前面，多增加一個「探索」階段，將有助於學生對新概念或新術語的理解與學習，因而提出「探索－術語介紹－概念應用」三階段的學習環教學模式，如圖 1 所示。茲簡要介紹 Lawson 三階段學習環的內涵如下：

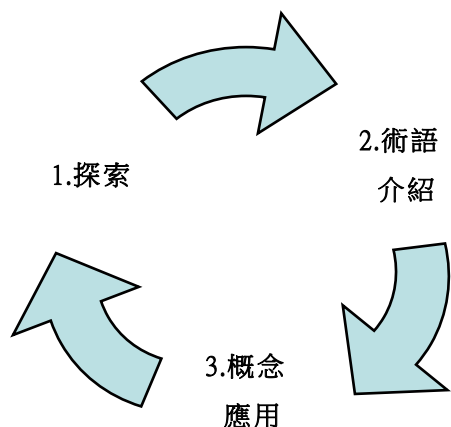


圖 1、Lawson 三階段學習環教學模式

一、探索階段

這個階段主要是以學生為中心的探索活動。教師在學生進行探索之前，只是簡單地賦予一項任務，抑或是提出一個問題，然後再鼓勵學生通過自己的探索活動（諸如：觀察、測量、預測、解釋、建構模型等）來達成任務或是求出問題的答案。學生在探索活動中可能會獲得一些結果，但也可能一無所獲，而這些都不是探索階段的主要考量；相反的，這個階段最重要的考量則是要儘量地想辦法讓學生獲得探索的經歷與體驗。

二、術語介紹階段

在這一階段，教師發揮了主導的作用，舉凡新概念的說明、術語的介紹、原理的證明、以及公式的推導等等，主要都由教師來做主導。儘管這一階段的教學方式與一般傳統的講述教學有些近似，但是

由於此時的學生多了前一階段的探索經驗（諸如：觀察、測量、預測、解釋、建構模型等），因而使得他們在相關概念的學習上，會比一般傳統的講述教學來得完整且深入。

三、概念應用階段

這是再次以學生為中心的概念應用與擴展階段，是學生將前一階段剛剛獲得的概念應用到新的問題情境，從而實現對新概念的鞏固和擴展的教學階段。此一階段的教學考量，不僅是為尚未充份掌握新概念的學生，提供一些額外的時間來鞏固概念，同時也是為已經掌握新概念的學生，提供一個可以應用與擴展概念的大好機會。

參、數學教學的應用

一、學習環教學前的準備工作

在以 Lawson 三階段學習環教學模式進行「圓周率」的教學之前，教師應該事先做好以下的準備工作，然後才能從容地展開教學活動。茲分述如下：

(一) 場地佈置：

請學生依據組別，將教室裡的課桌椅重新編排過（六張課桌可以拼成一張大桌子），俾便學生操作及探索。

(二) 任務編組：

建議採異質性編組方式進行編組，並賦予每位學生一項探索的任務，諸如：操作手、記錄手、計算手，等等。

(三) 待測物品：

為每組學生準備數個有一定厚度（便於繞繩和滾動）、但大小不同的圓形物品，諸如：壹圓硬幣、拾圓硬幣、伍拾圓硬幣、光碟片、飛盤、水桶、垃圾桶蓋，等等。

(四) 測量器具：

發給每組學生一條棉線和一把直尺（或一個布捲尺）。

(五) 探索紀錄：

提供每組學生一張「圓的探索記錄單」及一部電子計算機。

二、學習環教學活動設計

(一) 探索教學活動設計

本階段的教學活動設計，旨在營造一個利於學生探索體驗的學習情境，好讓學生能夠直觀感受圓的周長及其直徑的倍數關係（或謂比率關係），並且從中累積動手操作技能及其他感性的經驗。而為了讓整個探索教學活動進行更為順暢，教師可在學生探索的過程中，適時地提出如下的問題。

1. 探索前的提問

在探索活動啟動之前，教師可先確認學生對於「圓周長」及「直徑」的認知情形，然後再提問：

Q1：你們組知道圓形物（諸如：硬幣、光碟片）的周長要如何測量嗎？

學生的方法可能有：用棉線繞圓形物一周或將圓形物滾一

周（二者皆是化曲線為直線），然後再用直尺測量棉線或圓形物滾過軌跡的長度。

Q2：你們組知道圓形物（諸如：硬幣、光碟片）的直徑要如何測量嗎？

學生的方法可能有：直接以直尺測量、描在紙上再以直尺測量、或利用直尺再搭配兩個直角三角形的板子夾擊測量，如下圖所示。



2. 探索中的提問

當確定每組學生知道如何測量圓形物的周長及直徑之後，接著，教師才可以放手讓學生進行探索活動，並且從中鼓勵他們盡力完成表 1 的探索登錄欄（指周長 C 與直徑 D 欄）及數據處理欄（指 $C+D$ 、 $C-D$ 、 $C \times D$ 、 $C \div D$ 欄）。其中值得一提的是，表 1「圓的探索記錄單」之設計，旨在培養學生成為一位真正懂得思考的「探究者」，而非唯命是從的「操作工」（李繼軍，2011）。過程中，教師可以提問：

Q3：你們組還有其他測量圓周長的方法嗎？若有，哪種方法比較準確？

Q4：你們組還有其他測量直徑的方法嗎？若有，哪種方法比較準確？

表 1、圓的探索記錄單

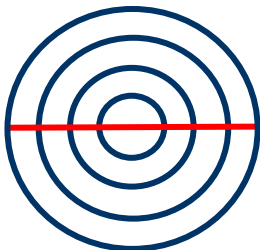
	周長 C	直徑 D	C + D	C - D	C × D	C ÷ D
1. 壹圓硬幣						
2. 拾圓硬幣						
3. 伍拾圓硬幣						
4. 光碟片						
5. 飛盤						
6. 水桶						
7. 垃圾桶蓋						

3. 探索後的提問

當學生完成表 1「圓的探索記錄單」後，他們不僅獲得了圓周長與直徑的感性認識，而且從填寫「探索登錄欄」及「數據處理欄」的過程中，相信他們也會有某種程度的發現。此時，教師便可以提問：

Q5：從表 1 的探索登錄欄中，你們組有什麼發現呢？

學生的發現可能是：圓的周長愈大，其直徑也跟著愈大，如下圖所示。



Q6：從表 1 的數據處理欄中，你們組有什麼發現呢？

學生的發現可能是：C ÷ D 欄的數

值（圓周長與直徑之比率）比較一致，大約為 3，而其他欄（指 C + D、C - D、C × D 欄）的數值，則呈現紛亂的狀態。

Q7：你們組認為圓的周長和直徑的比率會是一個定值嗎？

學生的回答可能是：會，比率是 3（不知道圓周率的學生）或比率是 3.14（已知道圓周率的學生）。

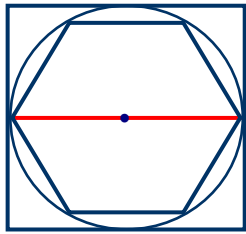
(二) 術語介紹教學活動設計

站在第一階段「圓的探索活動」的經驗基礎上，教師在術語介紹階段可以進行如下的教學：

1. 介紹及界定新的術語。例如：圓的外緣長度是為「圓周長」；橫跨圓柱或圓盤剖面之最長線段稱為「直徑」；在同一圓上任取兩條直徑的交點是為「圓心」；圓心至圓形邊緣的長度稱為「半徑」；圓周長與

直徑之比率是為「圓周率」，等等。

2. 澄清某些矇矓、不完整的概念。例如：圓周率為什麼不是整數 3，而是比 3 還要大一點的數呢？此時，教師可利用下圖予以說明（提示：設圓的直徑為 1，則正六邊形與正方形的周長分別為 3 與 4）。



3. 推導公式與演算例題。教師可利用「乘除互逆」的基本性質，將圓周長和直徑的比率式子（即圓周長÷直徑＝圓周率）轉變成圓的周長公式（即圓周長＝直徑×圓周率，或是圓周長＝2×半徑×圓周率），並實際舉幾道例題做演算示範，抑或讓學生做練習。

(三) 概念應用教學活動設計

為了進一步鞏固及擴展學生圓周率的概念，使他們能靈活應用圓周長公式，所以在術語介紹教學活動之後，教師宜再提供一些「真實性的問題」（authentic problem）或是「非例行性的問題」（no-routine problem），供學生做進階的應用練習。參考的例子如下：

Ex1：本校活動中心兩側迴廊的圓柱，其直徑有多少公分？

學生的回答可能是：先以繩子量出圓柱的周長，然後再代入圓周長公式（ $C = 3.14 \times D$ ），求出圓柱的直徑。

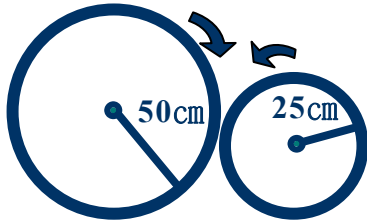
Ex2：位於臺北大直的美麗華摩天輪，總高度達到 100 公尺，直徑約 70 公尺。請你算一算，一“觀景廂”在空中旋轉一圈，大約移動了多少公尺？

學生的回答可能是： $C = 3.14 \times 70 \approx 220$ （公尺）。



Ex3：下圖，大輪子與小輪子緊貼並依相反方向旋轉，且已知大輪子的半徑為 50 cm，小輪子的半徑為 25 cm。請問：當大輪子旋轉 2 圈時，小輪子會旋轉幾圈呢？（假設兩個輪子在旋轉過程中沒有發生滑動的情形）

學生的回答可能是：大輪子旋轉 2 圈的長度÷小輪子旋轉 1 圈的長度 = $(2 \times 3.14 \times 50 \times 2) \div (1 \times 3.14 \times 25 \times 2) = 4$ (圈)。



肆、結語

學習數學是許多學生共同的夢魘，原因在於一般傳統的數學教學由於過度地強調形式語言，致使教學的內容常常與生活無關，長此以往，學生學習數學自然而然成了一件枯燥、甚至令人畏懼的苦差事。本文為了改善學生對數學的負面觀感（諸如：太過抽象、與生活脫節等等），協助學生建構正確的數學概念，嘗試從自然科學領域移植引進了 Lawson 三階段學習環教學模式。大體而言，Lawson 三階段學習環教學模式與一般傳統教學的最大不同點在於，前者比後者多了一個「探索」的教學階段，學生從探索活動中可獲取一些實做經驗與過程技能，包括觀察、測量、預測、解釋及建構模型等，而這些實做經驗與過程技能，對後續概念的學習與應用，著實起了關鍵的作用。職是之故，為了彌補一般傳統數學教學的不足，數學教師或可針

對較複雜、較抽象的概念，採用 Lawson 三階段學習環教學模式進行教學。

參考文獻

- 李繼軍 (2011)。如何引導學生從“操作工”到“探究者”——以“圓的周長”為例，談學習方式的改進。《中小學教學研究》，3，23-24。
- 譚幫煥、胡緒 (2011)。試論探究教學的“學習環”模式。《教育與教學研究》，25 (7)，38-40。
- Gerber, B. L. Cavallo, A. L. & Marek E. A. (2001). Relationship among informal learning environments, teaching procedures, and scientific reasoning abilities. *International Journal of Science Education*, 23(5), 535-549.
- Karplus, R. (1977). Science Teaching and the Development of Reasoning. *Journal of Research in Science Teaching*, 14(2), 169-175
- Karplus, R., & Their, H. D. (1967). *A new look at elementary school science*. IL: Rand McNally.
- Lawson, A. E. (1988). A better way to teach biology. *The American Biology Teacher*, 50(5), 266-278.
- Lawson, A., Abraham, M. & Renner, J. (1989). *A Theory of Instruction: Using the Learning Cycle to Teach Science Concepts and Thinking Skills*. Manhattan, KS: National Association for Research in Science Teaching (NARST).
- Musheno, B. V., & Lawson, A. E. (1999). Effects of learning cycle and traditional text on comprehension of science concepts by students at differing reasoning levels. *Journal of Research in Science Teaching*, 36(1), 23-37.