

彈性碰撞實驗

周鑑恆

私立萬能科技大學 光電工程系

壹、前言

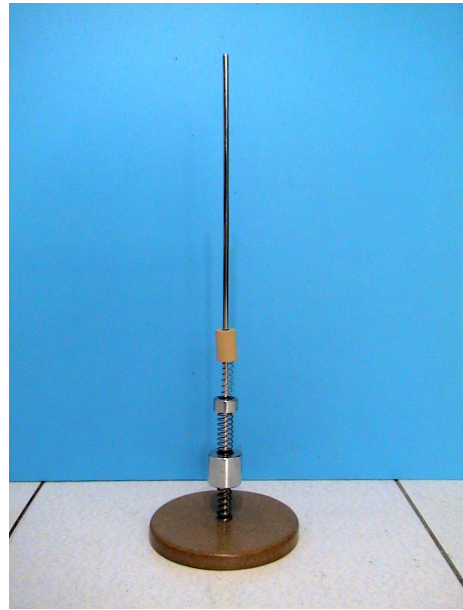
相信大家小時大概都玩過彈珠，陽光下晶瑩剔透的彈珠滾來滾去，撞來撞去，發出清脆的聲音，成為許多人永恆的兒時回憶。其實彈珠的碰撞，只是各種碰撞之一。小從人仰馬翻的車禍，引人入勝的撞球，午後悠閒的保齡球，大到造成恐龍滅絕的彗星撞地球或兩個星系之間的壯觀碰撞，都是碰撞的實例。

學理上的碰撞有較為嚴格的定義，只要在相對短的時間內，兩（或兩個以上的）物體除了相互間的作力之外，其他所受來自相互碰撞的物體之外的外力可以忽略，這兩（或兩個以上的）物體就算發生了碰撞，而不論兩物體之間的作用力到底為何。

貳、設計要點

本教具是一項原創性的作品，創作的靈感來自於靈活應用彈性碰撞的特性。也就是說：彈性碰撞過程中機械能守恆，在碰撞時暫時變成位能的能量，之後又會變成動能，而不論碰撞物體之間的作用力，到底是那一種力。因此，即可用不同密度的硬材質作為碰撞體，碰撞體之間，則利用彈簧提供碰撞時所需的力。

這樣的創新設計(如圖一)要點如下：



圖一、本教具實物攝影。

1. 各碰撞體均有一穿孔，並套在一根垂直的硬桿上，以便進行垂直地面的一維碰撞。各碰撞體與垂直的硬桿之間幾無摩擦力。
2. 愈下方的碰撞體質量愈大，比例約五倍以上。理論上，比例愈大，效果愈佳；但製作實務上有困難，五倍是考慮兩者之後的折中之計。亦即：如果最上方的碰撞體質量是 10 g，則其下方碰撞體的質量即是 50 g，再下方碰撞體的質量即是 250 g，依此類推。

3. 愈下方的彈簧之彈力係數愈大，比例也是約五倍以上。理論上，比例愈大，效果愈佳；但仍須考慮製作實務，五倍是搭配碰撞體之質量比例。亦即：如果最上方的彈簧之彈力係數是 100N/m ，則其下方彈簧之彈力係數即是 500N/m ，再下方彈簧之彈力係數即是 2500N/m ，依此類推。
4. 各彈簧於碰撞時，儘可能避免彈簧與碰撞體之間有滑動、摩擦。

此創新設計同時排除了原始設計的多項限制，其優點如下：

1. 碰撞體的材質較不受限制，鋁材、銅材、鐵材、木材、硬質塑膠均可使用，加工容易，且便於滿足各碰撞體之質量比例。
2. 碰撞體的形狀不一定非製成球形不可，圓柱體、立方體均可，但為加工方便與下墜時之安定性，圓柱體為較佳的選擇。
3. 碰撞體的數目不限於兩個。三個、四個，甚至更多都可以，更為突顯這項實驗的奇妙之處，並且將這項實驗之解釋，從單純之碰撞，擴展至類比海嘯的波動現象。
4. 除了是下方的彈簧固定於底座，最上方的彈簧與最上方的碰撞體分離之外，其餘各彈簧均與各碰撞體連接而不分離，如此一來，實驗時即使有三、四個碰撞體組成這實驗裝置，也只有最上方的碰撞體會濺射出去，實驗時相當方便，使這項實驗，可以根

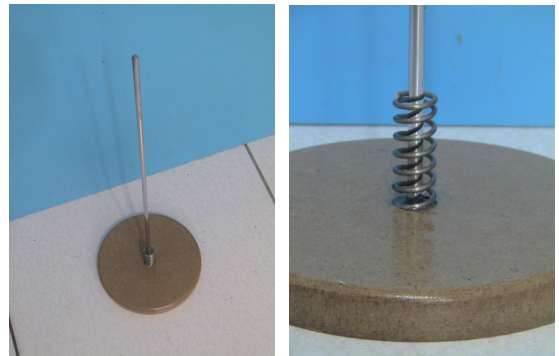
據碰撞理論加以解釋，也可類比演示某些特殊的波動現象。

參、所須的材料

1. 直徑約 6mm 的鋼棒，長約四十公分。
2. 一硬木板製成的底座。
3. 鐵製的圓柱體，中心軸鑽一直徑約 6.5mm 穿孔，重約 230g 。
4. 鐵製的圓柱體，中心軸鑽一直徑約 6.5mm 穿孔，重約 50g 。
5. 木製的圓柱體，中心軸鑽一直徑約 6.5mm 穿孔，重約 8g 。
6. 三個彈簧彈力係數分別約為： 10000N/m 、 2000N/m 、 400N/m

肆、製程重點

將直徑約 6mm 的鋼棒插入硬木板上預先鑽好的孔中，並用 AB 膠牢牢黏妥。此鋼棒要儘可能垂直木板，以便木板底座放置在桌面上時，此鋼棒能垂直地面。再把彈力係數最大的彈簧套住在鋼棒後黏在木板上，使此彈簧位於鋼棒底端(如圖二)。



圖二、垂直地面的鋼棒與底座上的彈簧。

在重約 230 g 的鐵製圓柱體上方，用 AB 膠黏牢彈性係數 2000N/m 的彈簧，在此彈簧上方再黏牢一個重 55 g 的鐵製圓柱體，此 55 g 的鐵製圓柱體的上方，再用 AB 膠黏上彈性 400N/m 的彈簧（如圖三）。這兩個鐵製圓柱體和這兩根彈簧，要能容納木板底座上直徑約 6mm 的鋼棒，並輕易順著這根垂直地面的鋼棒滑動。



圖三、兩鐵製圓柱體與兩彈簧結合成一體。

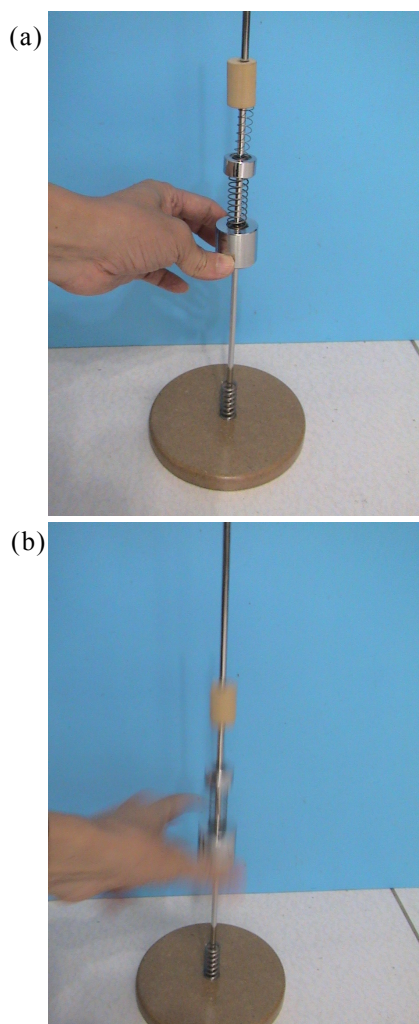
伍、操作要領

實驗時，先將兩個鐵製圓柱體和其連接的兩根彈簧，套在底座上的鋼棒，再將最輕的木製圓柱體也套住鋼棒，使三個圓柱體圓柱體隔著彈簧疊在一起。

用手舉起最下方的圓柱體，連帶舉起其上方較輕的兩圓柱體（如圖四）。然後鬆手，三圓柱體即一起下墜，最後撞到底座之彈簧，緊接著引起一連串之碰撞，最後，最高的木質圓柱體會被撞到比原先落下高度更高出許多的地方。

本文圖示的這具實驗裝置，其最高的木質圓柱體可輕易彈到一般教室天花板的高度。筆者曾製作過四個圓柱體的實驗裝

置，其最高的木質圓柱體可彈到三層樓的高度。



圖四、(a)用手舉起最下方的圓柱體，連帶舉起其上方較輕的兩圓體，讓三個圓柱體一起下墜。

(b)圖顯示圓柱體彈飛的瞬間。

陸、理論分析和教學應用

根據較簡單的彈性碰撞理論來分析，將底座視為質量極大的碰撞體，因此最下方的彈性球基本上就是反彈，假如落

地前三碰撞體的速度均為 $-V$ ，撞擊地面後，最下方碰撞體的速度先變為 V 。

最下方碰撞體（其質量假設為 M ）於是以 V 的速度，撞上中間正以 $-V$ 下落的中間碰撞體（其質量假設為 m ），根據彈性碰撞的公式（註 1），中間碰撞體被撞後的速度 V_{2f} 為

$$V_{2f} = \frac{2M}{M+m}V + \frac{m-M}{m+M}(-V) \approx 2V + V \approx 3V$$

於是中間碰撞體於是以 $3V$ 的速度，撞上最上方正以 $-V$ 下落的中間碰撞體，同理，最上方碰撞體被撞後的速度為 $7V$ 。

也就是說，如果碰撞是完美的彈性碰撞，各碰撞體質量相差甚大，此三碰撞體之中最上方的碰撞體，會被彈至原落下高度 49 倍的高度。

這個看似簡單的實驗，早期也曾有一部分學者用來解釋超新星爆炸：當星球核心的核反應產生的能量不足以支撐重力時，星球開始塌陷。由於星球內層密度較高，上層密度較低，互相碰撞的結果，就像這個實驗，外層較輕的星球物質就被拋向渺遠的太空（註 2）。

當然，利用彈簧提供彈性碰撞的作用力，也使這件教具應可以用波動理論加以解釋。就像在深海傳到淺灘的海嘯，在深海地區傳播時浪高可能只有幾十公分，最後湧上岸的浪頭可能高達十幾公尺（註 3）；地面撞擊產生的衝擊波，由下往上傳時，傳遞波動的介質質量愈來愈小，振動就愈激烈，於是最上方的撞擊體被撞得很高。

中央大學劉正彥教授團隊，發現臺灣九二一地震發生時，太空中有異常波動，並證實兩者有關聯性；劉教授認為（註 4）：『電離層約在離地表一百公里到兩萬公里，地震發生時，震動引發的聲波會向上傳送。由於大氣層空氣密度隨高度遞減，低層大氣跟太空就好似馬鞭，也有如相互連結的粗繩與細繩，只要輕甩手，馬鞭末梢就會有大幅度的甩動。地表空氣密度是太空中稀薄空氣的十億倍，地表震動傳至太空時，因為能量守恆，所以太空中稀薄空氣的震動就變得很激烈。若地震時地表錯動八公尺，太空中稀薄空氣會有八十公里的跳動，足以讓雷達偵測到，而太空稀薄空氣的波動同時也會干擾全球定位系統電波訊號的傳遞時間，偵測這些干擾，找出震央。』

由此可知，這項創新的教具，不但能更優越的取代原有的教具，還延伸出解釋更有趣現象的功能。

註釋：

- 註 1：Fundamentals of Physics 4th ed, chapter 10, D. Halliday, R. Resnick and J. Walker, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- 註 2：http://www.bamboo.hc.edu.tw/research_publish/textbook/astro01/chapter05/astrology-ch05-sec05.html
- 註 3：<http://www.ess.washington.edu/tsunami/general/physics/physics.html>
- 註 4：中央大學新聞網 www.ncu.edu.tw/~ncu7009/news/news/cat/2010/9