數學提問教學之探討與應用

康淑娟 劉祥通*
國立嘉義大學 數學教育研究所

壹、前言

以往課室教學，易陷入「言者諄諄，聽者藐藐」的情境之中，師生間大多只是單向的互動，缺乏雙向的溝通，即教師「教」而學生「學」，然而在這樣鮮少互動的課堂教學中，教師如何判斷學生是否理解概念，抑或學生是否已釐清其錯誤概念呢？身為老師，面對學生答題錯誤抑或是觀念不清楚時，又該如何幫助學生釐清觀念呢？就現在的數學教學趨勢而言，已日漸傾向以學生為課室主角，而教師應當是扮演著輔助的角色，著重於學生解題的思維過程，以及概念的內化與否，而不再只是教導學生定理、解法，為既重視概念的建立，也教導學生面對問題的思考過程。

在數學課室中，有許多的教學策略，提問 (questioning)則是教師時常使用的策略之一。古語云：「善問者如攻堅木，先其易者，後其節目，及其久也，相說以解。」，由此可見提問確實是教師層層追問以促進學生釐清思考脈絡的一種良方。但是若只是問一些「是不是？」、「對不對？」、「懂不懂？」等封閉性的問題，或許學生可以不經思考回答問題，然而這樣的問題只不過是複習一次老師剛剛的說明或規則而已，實際上無從判斷學生是否真正理解概念。那麼，提問教學是什麼？教師又該如何提問才能落實以學生為中心的教學，並且將提問的精神發揮得淋漓盡致，直搗學生迷思的核心呢？這將是本文所欲探討的議題。

貳、提問教學的理論基礎為何

揭開了提問教學的序幕，首先我們要談的是提問教學的理論基礎。張春興 (1994)提到，許多心理學家們發現，兒童吸收知識時的思維方式與成年人不同，以往的教育方式就是以教師為中心，將成年人認為重要的知識教授兒童，由教師根據自己的經驗教導學生學習知識。但現代教育心理學者認為要教導兒童知識，必先瞭解兒童如何學習知識；要教導兒童思維，必先瞭解兒童如何思維。故研究者認為探討提問教學前，理應先理解孩童的認知發展，因此本文先從孩童在認知思維上究竟是如何發生與改變談起：

一、Piaget 知識發生論（gentic epistemology）-強調認知衝突

Piaget 認為個體是主動認識外在的世

*為本文通訊作者

界，而不是被動的吸收知識(Piaget, 1962)。在知識的形成過程中，Piaget 強調個體與外界”互動”的重要性，個體雖有某種認知結構存在，但並非是一成不變的結構，此認知結構在個體與外界的互動中將不斷的改變與成長，此即是認知的發展(陳淑敏，1996)。

Piaget 認為兒童的思考是一種衝突的關係，他們會修正自己的觀念，延伸新的邏輯策略，去精熟教師教導的概念。亦即當新舊知識的不同造成衝突產生不平衡狀態時，兒童會修改其既有的基模(schema)，從而取得平衡狀態的過程。由此我們可以發現，在 Piaget 的知識發生論中，認知衝突是個體一個重要的發展過程，透過這樣的過程，兒童得以達到認知的發展，此為 Piaget 理論的重心 (Berk & Winsler, 1995；1999)。為了促使兒童自我中心概念失衡及提供兒童有效的邏輯觀念之回饋，「同儕互動」扮演相當重要的角色，他相信藉由同伴間的互動思考，能相互刺激出認知上的衝突，增進彼此的認知成長。據此，在數學教學上，教師應藉由主動提出問題，或在師生對話互動中，適時提問學生，並提供進行思考與相互討論的學習情境，讓學生產生認知失衡，激發學生更高層次的思考活動，以尋求認知的平衡，進而促進認知的發展 (劉祥通，2007)。

由上述所敘，研究者認為教師在課堂中最首要的任務，即是塑造一個能激發孩童產生新舊知識衝突的學習情境，藉以幫助孩童提升其認知層次。教師如何能提出適當的問題，企圖讓孩童在認知失衡的狀態，給予學生釐清概念與重新思考的機會；或是佈題引導，穿針引線，營造同儕相互討論的情境，使得學生在激辯中激盪出更高層次的概念理解，認知重新取得平衡，促進其認知發展。

二、Vygotsky 的社會互動論-強調互動、語言的重要

Piaget 從知識發生的角度，探究兒童的思考發展；而 Vygotsky 則是從社會文化的觀點，探究兒童心理的發展，強調社會文化環境對個體心理發展的重要性，其關心的焦點在於「兒童如何透過與他人互動的歷程中獲得知識」 (引自張春興，1994)。而 Vygotsky 主張，兒童在學習的過程中，社會相互作用扮演著極為重要的角色。而 Baker、Schirner 和 Hoffman (2006) 研究指出，透過與社會相互作用是兒童最好的學習方法，另外，Berk 和 Winsler（1995；1999）主張社會相互作用對兒童認知能力方面；以及社會參與在轉換兒童思想方面是非常有利的影響，而刺激孩子認知成長最有效的社會經驗型態，則是「引導的參與（guided participation）」。

Vygotsky 提出兩個互補的觀點：1.認知是社會化的建構與共享。2.語言是介於社會與人類的心理功能層面間之重要的聯繫。Vygotsky 認為語言是介於社會文化層面與個人心智功能之間的重要橋樑，因此將語言視為孩子在心智發展上最重要的里

程碑 (Berk & Winsler, 1995)。當個體利用語言符號與他人溝通時，透過不同觀點的互動辯證，因而深化爲個人內在思想體系的一部份，這就是所謂語言的思考 (陳淑敏，1996)。

語言的交流與對話是個體認知發展的重要活動，新概念的吸取與內化藉著語言的對話展開建構，之後達到更高層次的認知水平。而建構的過程必須在兒童的「可能發展區（Zone of Proximal development）」內運作，才能有效搭起鷹架的功能。當兒童與教師談論作業和活動並且共同解決問題時，鷹架即能發生，而被給予一同工作的機會時，兒童則有機會修正他們的認知和社會能力，教師也能提供兒童鷹架以幫助其概念的發展 (Baker, Schirner, & Hoffman, 2006)。基於此，劉祥通 (2007) 談到數學教學中欲讓兒童進行思考，學習新概念，則需提供其進行語言辯證、相互討論的機會。身爲教師，應能爲兒童概念的建立搭起鷹架(支持透過知識的建造將一個概念和另一個連結起來)，而且提供兒童討論機會與較高成就的兒童互動中，去建立他們自己的鷹架 (Baker, Schirner & Hoffman, 2006)。

綜合上述論點，研究者認爲在課堂教學討論的情境中，教師應適時地藉由提問的教學方式，鼓勵學生表達自己的意見，藉由「語言的思考」將新的概念逐漸內化成新的心智架構，並透過師生彼此間的互動，傾聽學生的想法，瞭解其認知層次，如此才能引發學生「認知衝突」，協助學生釐清其迷思概念，而獲得數學概念的擴展。根據提問教學的理論基礎，我們可以發現提問教學是一種以學生想法爲中心的教學方式，那麼瞭解其中心概念後，我們再來談談什麼是提問教學呢？

參、什麼是提問教學

何謂「提問教學」？顧名思義即是提出問題，而其目的在於引發兒童的認知衝突 (Dantonio & Beisenherz, 2001)。而數學提問教學是考量學生認知的差異，探求學生的可能發展區，沿著數學的主軸逐層提問，促使學生產生認知失衡，再重新爲之搭鷹架，使學生能有效學習的教學方法。就心理學觀點言之，凡是能引發學生產生心智活動，並引導學生藉由回應，將概念重整而達成教學目標，皆可稱之爲數學提問 (NCTM, 2000)。

透過提問，教師可以有效察覺兒童的解題是否知其所以然，而不單只是知其然。但讓學生清楚地說出自己的想法是困難的，並且必須具備足夠的先備知識，因此需要教師的引導。鑑於此，身爲教師，應能辨識哪種提問方式更能引發學生的數學思考，例如問「有沒有其他描述的方法或是解釋你爲什麼這麼做？」如此可以給予學生在多元的模式下，選擇自己表達想法的方式；或問「你下一步要做什麼？」則只讓孩子聚焦在一種方法而獲得答案。比較兩個例子，我們可以很清楚發現前者的問法比後者來的好。故，提問雖然重要，但是能促進學生思考的好問題更是需要深思熟慮的 (Herbel－Eisenmann & Breyfogle, 2005)。

綜合以上所言，數學提問的目的在於能引發學生產生心智活動，進而促進學生思考數學問題。Wood (1998)建議教師應引導學生思考問題，而不是教導他們怎樣解決問題。因此，在課室的情境中，展示學生的想法是重要的，讓學生多點機會清楚說明他們的想法。而老師在討論、辯證的過程中適時的提問，一個好的問題不僅可以引發兒童挑戰的鬥志，更能在出現迷思概念時，及時修正與澄清，讓學生重新檢視想法，才不致於迷思方向。然而老師在提問教學過程中，又該掌握哪些原則，才能發揮教學效果呢？

肆、提問教學的主要考量有哪些

任何教學都應考慮教學目標，沿著主軸概念逐層剖析，並且考量學生的個別差異、學生的潛能，也就是學生的「近側發展區」。而數學提問教學也應當把握以下四點原則 (陳淑娟和劉祥通，2001; 2002；劉祥通，2007)：

一、考量教學活動的教學目標

NCTM (1991)將有價值的教學活動當成是課程的一部份，因此教師需注意提問和數學目標間的關係，在選擇數學問題時，教師也需考慮教學素料，選擇對於教學目標最有幫助者，並且將之組織成整體的提問教學，才能將學生的注意焦點集中在數學教學目標之中。教師進行提問是為了達成教學目標，因此在設計主要數學問題時，對教學目標需要充分瞭解，以讓兒童逐步達成教學單元目標。

例如：(見原案一，引自康淑娟，2008)。

【提問主軸：老師在設計此段教學時，心中的藍圖即是將等值分數以圖形表徵的方式呈現，因學生多以約擴分思維處理等值分數問題，所以老師想透過圖形的轉變讓學生看到為什麼可以使用約擴分找出等值分數。

基於上述的考量，老師在進行提問時，針對學生的學習情形設計了此次提問教學的主軸，也對此目標充分瞭解，因此能透過師生的問與答逐步讓學生習得老師所欲傳達的教學目標，也就是讓學生透過圖形切割的變化習得等值分數約分擴分的意涵。】

101 T：好，小明是三分之一，小華是六分之二，那 S1，一個是三分之一，一個是六分之二，他們兩個吃的量，你覺得有沒有一樣多？

102 S1：有。

103 T：有一樣多，你可以告訴老師為什麼你覺的他們一樣多嗎？

104 S1：因為他們是等值分數。

105 T：請問你怎麼知道他們是等值分數？

106 S1：因為六分之二都除以二就等於是小明吃的量。

107 T：你可不可以上來寫寫看，六分之二都除以二就等於是小明吃的量（狐疑的表情）

108 S1：$\frac{2\div 2}{6\div 2}=\frac{1}{3}$

109 T：S1 說六分之二都除以二就等於是小明吃的量，跟這個三分之一是一樣的，可是 S1，就圖形來看的話，你這個六除以二，二除以二，這個三分之一對不對，六分之二在這裡嘛，那你把他都除以二之後變成三分之一，那你可不可以幫老師把這個圖形畫成三分之一（指六分之二的圖形），來畫畫看

110 S1：

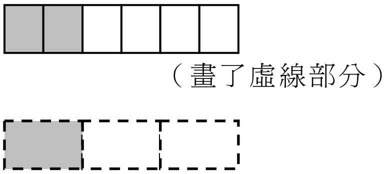

圖 1：S1 的畫法

111 T：S1，你有辦法〝直接〞在六分之二的圖形上畫出三分之一嗎？

112 S1 搖搖頭。

113 OK，沒關係，S6，他這個是又在下面畫一次對不對，那你有沒有辦法〝直接〞在六分之二這個圖形上直接畫給大家看。

114 S6：

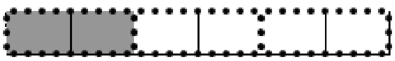

圖 2：S6 的畫法

115 T：剛剛有沒有看到 S6 的動作，S6 一開始怎麼做，告訴大家。

116 S6：就變成兩格算成一個。

117 T：好，他說如果是除以二的話，他就把他兩個兩個聚在一起，他剛剛是不是這樣做，大家有沒有看到，然後他來做了第二個動作喔，你把這兩個塗黑，為什麼這邊你還要塗黑？

118 S6：恩，因為三分之一是三份裡面的一份。

119 T：好，因為三分之一是三份裡面的一份，所以他把這個一份塗黑，所以呢，六除以二，二除以二，跟三分之一的量有沒有相等？

120 S：有。

二、考量兒童的「個別差異」

教師在思量提問的問題時，應考慮具有重要意義的數學、學生的知識、能力、興趣等特質，以及學生的個別差異(NCTM, 1991)。在教學活動中納入真實的情境脈絡，可以促進兒童更深層的認知(NCTM, 2000)。而適切的提問不僅促進學生的數學概念思考，更能激發學生的好奇心，吸引他進一步的思索，進而繼續從事數學學習，更可以促進有意義的班級討論。因此研究者認爲提問的語詞應考慮學生的程度與年級，以捉住兒童的注意力。

例如：(見原案二，引自康淑娟，2008)。

【提問主軸：請學生畫出長方形

的$\frac{3}{4}$。因學生在等值分數的單元，多以約分與擴分的程序性知識作答，所以老師特以一位能跳脫約分、擴分思維的學生（S3）解題作為教學的媒介，期能藉此幫助學生跳脫約擴分的桎梏。

而在以下教學過程中可以看到最後檢驗學生（S1、S2 與 S4）學習情形，老師提問三人之中較高程度的 S4 則以「不同於 S3 的方式」找出$\frac{3}{4}$（行號 212-213）此策略不僅可以檢驗其是否有學習到 S3 的解題方式；更可以挑戰他進而激發他去思考不一樣的解法，拓展其思維；面對較低程度的 S1、S2 則將原本的問題$\frac{3}{4}$改成$\frac{2}{3}$來進行檢驗（行號 214-216)，S1 與 S2 仍可依循 S3 的方式進行解題，此策略將可以有效的檢驗低程度的學生是否已經真的熟悉 S3 的解題想法。，由上述能發現老師考量學生的個別差異，以不同層級的問題分別提問不同程度的學生。】

201 S3：畫了圖 3

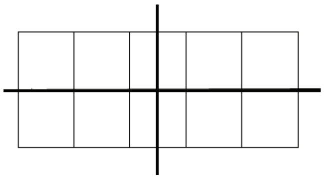

圖 3：S3 解題

202 T：好，先到這裡，老師問你，你這邊直的畫一條，橫的也畫一條，你的目的是什麼？

203 S3：分成 4 等份。

204 T：S3 說如果我直的切一條，橫的切一條，我可以分成 4 等份，你為什麼想到要分成 4 等份？

205 S3：因為分母是 4。

206 T：好，因為分母是 4，也就是全部要分成？

207 S3：4。

208 T：好，再繼續畫。

209 S3：(將四塊中的三塊填滿，如下圖)

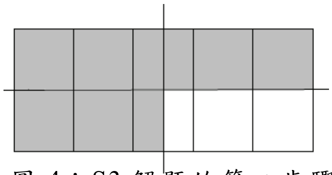

圖 4：S3 解題的第二步驟

210 T：好，為什麼要再塗這三塊？

211 S3：因為這是四份裡面的三份（指著$\frac{3}{4}$）

212 T：好，那 S4，你覺得你可不可以不要算他，直接畫出$\frac{3}{4}$，可是跟 S3 畫法不一樣喔！

213 S4：可以（畫了下圖）

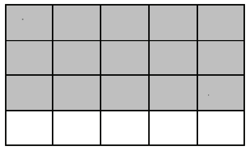

圖 5：S4 以不一樣的作法呈現$\frac{3}{4}$步驟

214 T：好，同樣的長方形，S1 要你畫$\frac{2}{3}$，你要怎麼畫，S2 你也試試。

215 S1：（畫了下圖）

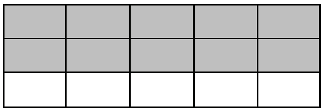

圖 6：S1 所表徵的$\frac{2}{3}$

216 S2：（畫了下圖）

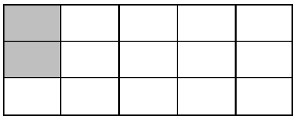

圖 7：S2 所表徵的$\frac{2}{3}$

三、考量兒童的「可能發展區」

根據 Vygotsky (1978)的論點，兒童在成人或更有能力的同伴協助下，得以完成比自己一個人可以完成的工作還要多，或是學到比一個人獨自能學到的知識更深入，兒童可擴展概念的一段區域即稱「可能發展區」。換言之，「可能發展區」是成人可協助兒童概念延伸的範圍，也就是兒童最佳的學習區域。因此，教師應找尋兒童的發展區，提供適合的問題以引導兒童，幫助兒童認知的成長。NCTM (1991)對提問教學的研究，亦建議將「學生智力上的可能發展區有多少」列入提問的考慮因素。

例如：(承上，原案二，引自康淑娟，2008)。

【提問主軸：學生解題錯誤，老師決定透過同儕幫助其產生認知衝突。S1 的解法是對的，因此老師先提問 S1，期藉由同儕的說辭，讓 S2 看到自己與 S1 的不同，而產生認知衝突，重新省思，且值得一提的是老師並未因此停住追問，仍繼續提問 S2 所畫的應是多少，依此檢驗學生是否真的知道錯在哪。】

217 T：好，我們先來看看 S1 的，你這個圖形跟$\frac{2}{3}$的關係你怎麼畫出來的？

218 S1：先把長方形橫切，分成 3 等份，再去畫 2 等份（詳如下圖）

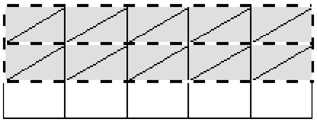

圖 8：S1 說明$\frac{2}{3}$中 2 的部份

219 T：好，那我們再來看看 S2 的，S2 你的 3 等份在哪，告訴老師。

220 S2：（指著小長方形的三個等份）

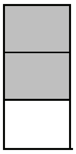

圖 9：S2 指著圖形中的一部份

221 T：好，2 勒，代表什麼？

222 S2：（發現畫錯，重改成下圖）

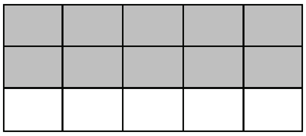

圖 10：S2 重新修改後的$\frac{2}{3}$

223 T：好，你現在畫的是$\frac{2}{3}$嘛，那你一開始畫的 2 格呢，是幾分之幾？

224 S2：$\frac{2}{15}$

四、考量主軸概念後，層層追問

什麼是主軸概念？即指教學內容中所呈現的主要概念。學生的想法及語言，在討論過程中無法一開始就論述的很精確，這是常有的現象。所以，在討論時常有許多脫離主軸概念的情形，教師應依據學生的發言，針對需要澄清或擴展的學習癥結，再進一步追問學生，亦即層層地追根究底，讓學生清楚的建構概念。

然而最重要的是，層層追問必須遵循教學活動的主軸概念逐步抽絲剝繭，才不至於迷亂方向。

例如：(見原案三，引自陳淑娟和劉祥通，2001)。

【教學目標：認識正方形是菱形的一種】

301 師：正方形是菱形嗎？為什麼？把它寫在小白板上。

【學生們立刻很興奮的討論著。……………四分鐘後。】

302 師：請第二組上台。

303 偉偉：正方形是菱形的一種，因為形成正方形的條件和菱形一樣。

304 師：那你可不可以把那個條件說一下？

305 偉偉：四個邊一樣長。

306 師：好！四個邊一樣長，有沒有同學要補充的？好，文哲。

307 文哲：2 雙對邊平行。

308 師：2 雙對邊平行，好。現在請第二組入列，有沒有同學要補充的？好，偉偉！

309 偉偉：正方形四個角都是直角，而四個邊都等長。

310 師：現在老師的題目是「正方形是菱形嗎？」但是，菱形沒有牽涉到直角，好，再來！

【學生有些猶豫不知道要接什麼，停頓約五秒鐘。】

在上面這段對話中，可以看到教師原來是要讓學生理解正方形也是菱形的一種，但是當偉偉回答「形成正方形的條件和菱形一樣」時（行號 303），教師未能及時察覺出偉偉的回答尚未完全釐清概念，因此並未再針對兩者間的條件和包含關係進一步追問下去。然而，偉偉後來兩度說明「四個邊一樣長」、「正方形四個角都是直角」（行號 310），事實上都只是形成正方形和菱形的條件敘述，並沒有真正說出正方形和菱形之間的包含關係，教師若抓

住時機繼續追問兩者間的關係，即可幫助偉偉釐清概念，但教師卻岔開關鍵問題，由文哲回答或只以「菱形沒有牽涉直角」來說明，錯失建立正確概念的好時機。

在這堂課接下來的對話中，依然出現這種情形：

【漫漫拿他們寫在白板的答案給老師看。】

311 師：現在第二組又補充一點，「對角線交叉可以形成一個直角」，（第二組小聲的說四個）好，四個直角，我們畫圖看看，不錯喔！漫漫提的這一點課本上沒有喔！漫漫提的菱形的對角線交叉可以形成四個直角，這樣子有沒有問題？

312 學生：沒有。

313 師：所以，老師再問一次，正方形是菱形嗎？

【學生猶豫，零零落落說：是】

314 師（不滿意）：正方形是不是菱形？

315 學生：是。

316 師：為什麼？

317 學生：因為它四個邊都等長，兩雙對邊平行。

318 師：好，另外還有漫漫提的這一點，對角線交叉後形成四個直角。

由於教師未能扣住主軸概念層層追問，雖然漫漫說出課本上所沒有的條件－「菱形的對角線交叉可以形成四個直角」（行號 311），依然不是「正方形是菱形」的真正原因，老師卻據此追問「正方形是菱形嗎？」（行號 313、314），並沒有切入問題的核心，以致學生只能兜著概念的外圍繞，並沒有幫助兒童釐清兩者的互屬關係，而從最後學生猶豫的情況來看，這一次的引導由於脫離了概念的主軸，反而讓兒童更模糊了。

由以上的例子，我們可以發現提問教學的重要，但如何正確地使用提問教學來幫助學生建立概念，在理解了提問教學的四大主要考量之後，研究者企圖將「教學實例」融入於提問教學類型中，期以讀者能從實務教學過程裡發現提問教學各個類型的意涵，以及瞭解如何依據學生的想法再做概念的延展或釐清。

伍、有哪幾種提問教學

提問教學在數學的教學上扮演著重要的角色，提問的模式與類型也影響學生的學習成效。Ainley (1987; 1988)提出教師不同模式的提問：假提問 (pseudo-questions)，即是教師要學生附和其講解內容，例如「$\frac{3}{4}$等於$\frac{6}{8}$，對吧？」真提問 (genuine questions)，即是教師要學生去探索不確定答案的資訊，例如「$\frac{3}{4}$和$\frac{6}{8}$ 有什麼樣的關係呢？」Ainley 甚至進一步針對提問提出三個子原則：檢核提問以確實引發探討；開放性提問以鼓勵探討；以及

架構提問以幫助學生組織他們的思考。而教師若能思考如何提問才能確切達到這三點原則，如此提問則能有效引發學生的數學學習與思考。Watson 和 Mason (1998)也指出，數學思考可以透過提問而發展，且他們認爲不同類型的提問與教師的教學目的有關。

根據 Mason (2000)主張：數學提問有三種類型，分別是聚焦式 (focusing)、檢驗式 (testing)與探索式 (enquiring)，各類型的意涵將分述如下：

一、聚焦式

當教師希望學生注意到教學內容的規律性 (pattern)、一般性 (generality)或特色 (feature)時，可採取聚焦式的提問方式。Mason (2000)指出，聚焦式提問可以有效讓學生注意問題的焦點，而不致於偏離主題。而 Bauersfeld (1994)主張聚焦式提問就如同漏斗式 (funneling)提問，教師透過一系列的提問，來幫助學生將注意力拉攏至教師所要強調的重點，如此提問往往是教導性的，且聚焦在教師自己的想法。

不過，Herbel-Eisenmann 和 Breyfogle (2005)更進一步將聚焦式提問與漏斗式提問加以區分，他們認爲兩者相似之處在於皆是透過一系列的提問，來達成教學目標。而差別在於聚焦式提問主要是提出開放性問題，教師必須真正傾聽學生的想法，再依據中心概念，進一步提出問題。因此即使有明確的目標，但卻是開放讓學生說出概念，而不是限定其回答的內容；至於漏斗式提問所運用的問題多爲封閉性、程序性或有確定答案的問題，教師心中已有確定的答題脈絡，按照脈絡，教師佈下一層層的問題，學生只要順著教師的步伐走，無須思考問題的前後關連，便能獲取答案。以下便以 Herbel-Eisenmann 和 Breyfogle (2005)所呈現的例子加以說明，在同樣情境下，漏斗式提問與聚焦式提問的差異：

【例如：原案四～漏斗式提問 (原案摘自 Herbel-Eisenmann 和 Breyfogle, 2005)】

401 T：(0,0) 和 (4,1)【在黑板座標圖形直線上的兩個點】很好，那請問斜率是多少呢？

【學生沈默一段時間，沒有回應】

402 T：在 Y 軸上從 0 到 1，那是上升了多少呢？

403 S：1。

404 T：那在 X 軸上從 0 移到 4？平移了多少？

405 S：4。

406 T：所以斜率是多少？

407 S：0.25【與教師所想要的答案一樣】

當學生無法回應教師的問題「斜率是多少呢？」教師便展開一系列的漏斗式提問，按照教師心中已設定好的教學步驟，設計一連串的問題進行提問，根據以上學生的回應，我們可以清楚發現，學生思考的焦點被教師提示的數據框住了，只是依據教師給予的數據間的關係回應提問，是被動的，而非學生主動思考的產物。研究

者認為漏斗式提問並非全然是不值得學習的，由上例可以發現教師的提問，依循著求取斜率的重要步驟，提示學生每個關鍵點，對於低成就的學生而言，此種步步為營的提問的確是一個幫助其建立概念的好方法。

【例如：原案五～聚焦式提問 (摘自 Herbel-Eisenmann 和 Breyfogle, 2005)】

501 T：(0,0) 和 (4,1)【在黑板座標圖形直線上的兩個點】很好，那請問斜率是多少呢？

【學生沈默一段時間，沒有回應】

502 T：當我提到斜率時，你會想到什麼呢？

503 S1：直線的角度。

504 T：那直線的角度是什麼意思？

505 S1:角度就是 X 軸跟 Y 軸做比較。

【停頓，讓學生思考】

506 T：你們覺得 S1 的意思是什麼？

507 S2：我知道，就像我們測量餐廳的樓梯和音樂教室的樓梯，他們角度不同。

508 T：喔，怎麼知道他們的角度不同呢？

509 S2：因為音樂教室的樓梯比較陡啊！

510 T：怎麼確定音樂教室的樓梯比較陡？

511 S3：我們可以測量樓梯的深度跟高度，然後把兩個數相除。

512 T：S3，你可不可以畫個圖說明你的意思呢？

513 S3：好啊。【畫了幾層樓梯，深度是 12 吋，高度也是 12 吋】所以陡度是 12 除以 12，等於 1。

514 T：好的，那問你們囉，如果高是 10 吋，深 12 吋，那麼那個樓梯比較陡呢？

515 S4：老師，我覺得前一個樓梯比較陡，因為深度一樣啊，新的樓梯高度比較小，所以他的陡度比較小。

516 T：嗯，S5，你同意嗎？

517 S5：我同意，因為新的樓梯的陡度是 $\frac{10}{12}$，比舊的樓梯 1 還小。

由上例，我們可以發現教師的立場是開放的，主要以學生的想法為根基，來引導其進入主題概念。聚焦式提問不像漏斗式那般，直接告知上升、平移的數字，而是以「提到斜率時，你會想到什麼呢？」作為提問的起頭，讓學生先發表自己的想法，依其回應再做提問，協助學生思考、組織概念。

根據上述，研究者認為漏斗式提問中出現的問題多類似於 Ainley (1988)所提出的假提問(pseudo-questions)，學生只是附和教師所強調的重點，此種提問方式，容易使教師與學生陷入一問一答的模式，而喪失引導聚焦的效果，但對於低成就學生概念的建立仍有一定程度的幫助。聚焦式提問中呈現的問題則是站在學生的角度，以學生腦海真正的想法為基礎，如此的提問才能有效使學生將概念吸收，並加以內化。

二、檢驗式

檢驗式提問的目的是爲了檢驗學生對於問題的理解程度，促使其表達自己的想法 (Mason, 2000)。透過這般提問，教師可以有效地評估學生對於問題是否真正理解。檢驗式提問不只是以學生的答題正確爲依據，而是去探詢學生對於問題真正的想法，它不僅是教學的一部份，更是評量的一種方式。而 Robinson 和 Bartlett (1995) 也強調，具有檢驗性質的提問伴隨著教學，可發揮的檢驗功能比紙筆評量更有及時性與功能性 (引自劉祥通，2007)。故，檢驗式提問可以說將評量與教學活動兩者完美結合的策略。舉例如下：

【例如：原案六～檢驗式提問 (康淑娟，2008)】

題目：圖 11 為四公尺的布，請標示出五分之一段。

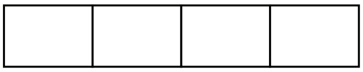

圖 11：原案三的題目

601. T：S2，你告訴大家你畫的方法是什麼？【S2 的畫法如圖 12】

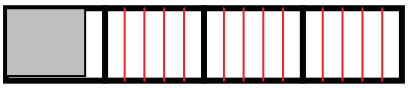

圖 12：S2 的畫法

602. S2：就把全部分成二十份啊。
603. T：為什麼要畫成二十份？
604. S2：因為是四跟五的公倍數啊。
605. T：S2，你告訴大家為什麼你要畫四跟五的公倍數？
606. S2：嗯……..。【停頓，不知如何回答】
607. T：好，那你為什麼會知道塗黑的部分是五分之一？
608. S2：因為二十份啊，除以五份啊，一份就是四格，那就是五分之一。
609. T：喔，那就是這樣囉！（寫下 $20 \div 5 = 4$）那麼我在黑板這樣寫，妳看出來為什麼要找公倍數了嗎？
610. S2：因為可以除以五，也可以除以四啊。
611. T：為什麼要除以五，還要除以四？
612. S2：因為它分五份，又要分成四份啊
613. T：喔，就妳這樣說，四公尺，要把它分成五份，也要分成四份，所以要是它們的什麼？
614. S2：公倍數。

在這個例子中，我們可以看到藉由教師的提問，評量與教學能有效地結合。教師所提出的問題「為什麼要畫成二十份？」能評量學生對其解題策略是否瞭解；是否能清楚說明自己的想法。但可以從學生的回應發現，學生對其解題策略不甚理解，只知道要找出兩數的公因數，此時提問的另一角色--教學，便加了進來，教師經由提問與板書的提示，來幫助學生知其所以

然。因此教師並不會因爲學生答題正確，而忽視學生是否真的理解，進而失去揭露或澄清學生迷思概念的契機。

三、探索式

Mason (2000)的研究指出，學生若能真正地思考探索，那麼對於概念的辨識與知識的內化是重要的過程。而探索式提問與 Ainley (1987)所提出的引導式提問有異曲同工之妙，期望藉由提問使學生能更進一步的思考，以拓展其概念理解的層次。但要讓學生能真正進行探索思考，學生的答案應避免是眾所皆知的，或是經常被使用的答案 (Mason, 2000)，亦即要跳脫例行性或封閉性的提問形式，以免學生的答案受到限制，如此學生才有更多思維的空間，得以達到探索知識的目標。舉例如下：

【例如：原案七～探索式提問 (康淑娟，2008)】

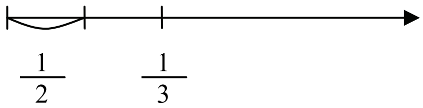

圖 13：S4 的錯誤解法

【教師藉由提問「二分之一跟三分之一，誰比較大」，成功引導學生發現其解法錯誤的癥結且學生對於如何利用三分之一找出一，再求取二分之一的位置，其概念十分清楚，故教師隨即針對學生一開始所畫的點，其數值為何，與題目所要求的正確答案，做一比較與概念的擴展。】

701 T：S4，老師問你一個問題，剛剛我們要你畫二分之一的位置，對不對？你就直接切一半是二分之一，那順便考考大家，S4 畫的這個位置應該是多少？

【學生一陣討論】

702 T：有誰想試試看，會是多少呢？

703 S4：六分之一。

704 T：喔，六分之一，怎麼來的？

705 S4：因為是三分之一的一半啊，所以要除以二。

706 T：三分之一除以二等於六分之一，所以題目要你畫二分之一跟你畫的三分之一裡面的二分之一，是一樣的東西嗎？

707 S3：兩個是不一樣的東西，一個是二分之一，一個是六分之一。

708 T：很好，是不一樣喔，這樣瞭解了嗎？

當學生已經清楚如何先找出 1，再判斷 $\frac{1}{2}$ 正確位置後，教師能針對學生容易出錯的關鍵點進一步提問，引導學生探討「三分之一的一半爲何？」並與題目所要求的 $\frac{1}{2}$ 做比較，使學生產生認知衝突，能比較兩者之間的差異，進而有更深層的思考。

由教學實例中，我們可以清楚各個提問教學類型的主要精髓，因此我們開始思考如何「提問」，才能串起一場精彩又有互動的課室教學呢？所以，我們應當更深入地瞭解提問教學有哪些提問的技巧？以及

如何應用這些提問技巧，以達成我們所想要的教學演出。

陸、如何應用數學提問教學

Greenes 和 Mode (1999)則認爲透過不同的提問技巧，教師能給學生一個問題觀點，並在解題的過程中，予以判斷該授予學生什麼樣的內容。而 Resnick (1995)更提出，教師需要使用的數學提問的技巧有複述(repeatition)、回應(revoicing)、追問(question)與挑戰(challenge)四種提問技巧，而研究者認爲「複述」與「回應」,「追問」與「挑戰」皆各有異曲同工之妙，因此可以將其合併探討，個別詳述如下：

一、複述與回應

「複述」，顧名思義，即是將學生所說的話重新敘述一次。「回應」則是當學生的概念正確，但是卻無法清楚說明或是表達不夠完整時，教師用以修正、改述其說詞的一種提問技巧。雖然兩種提問技巧不盡相同，但研究者認爲兩者皆具有接納、綜合學生說法及想法的功能，並且可以使得學生的發言更完整清晰地傳達給其他同學。Berk 和 Winsler (1995)也認爲教師若能綜合學生所提出的論點，將學生所陳述的內容更清楚地呈現，那麼課室的討論則較易產生。如此的提問技巧不僅可以補足學生音量不足、闡述不清楚等等的缺點，也可引發其他學生的注意，進而共同參與思考與討論正在進行的議題。

二、追問與挑戰

「追問」是依據先前的提問或是學生的答覆，再提出延續性的問題 (follow up questions)，去幫助學生澄清及擴展概念 (Mewborn & Huberty, 1999)。因此，追問是一個“教師提問-傾聽學生回應-再次深入提問”的過程。「挑戰」則是針對學生有疑惑、需要澄清的地方，重新以不同的角度提問。研究者認爲兩種提問方式皆對於學生概念需要澄清、擴展的部分著手，具有引發學生的認知衝突，以促成學生認知失衡，而引發深層思考的功能。而在這兩種的提問過程中，教師應要確實掌握概念的主軸，需要熟悉概念的架構、關鍵性的過程，以及概念的癥結點，如此才能有效準確地幫助學生釐清其概念 (Greenes & Mode, 1999)。以下研究者擷取一段提問教學(詳見原案二，因再次陳述，則刪除部分內容以及學生的作圖，僅擷取所需部份)，來說明四種提問技巧的使用：

801 S3：畫了圖(在長方形內部多加了直線與橫線，分成四塊)

802 T：好，先到這裡，老師問你，你這邊直的畫一條，橫的也畫一條，你的目的是什麼… 追問

803 S3：分成 4 等份

804 T：S3 說如果我直的切一條，橫的切一條，我可以分成 4 等份，你為什麼想到要分成 4 等份……………… 回應，再追問

805 S3：因為分母是 4

806 T：好，因為分母是 4，也就是全部要分成………　複述，再追問

807 S3：4

808 T：好，再繼續畫

809 S3：（將四塊中的三塊填滿）

810 T：好，為什麼要再塗這三塊………………………………追問

811 S3：因為這是四份裡面的三份（指著 $\frac{3}{4}$）

812 T：好，那 S4，你覺得你可不可以不要算他，直接畫出 $\frac{3}{4}$，可是跟 S3 畫法不一樣喔………挑戰

813 S4：可以

814 T：好，同樣的長方形，S1 要你畫 $\frac{2}{3}$，你要怎麼畫，S2 你也試試………………………………挑戰

(S1 與 S2 作圖)

815 T：好，我們先來看看 S1 的，你這個圖形跟 $\frac{2}{3}$ 的關係你怎麼畫出來的呢？………………

816 S1：先把長方形橫切，分成 3 等份，再去畫 2 等份

817 T：好，那我們再來看看 S2 的，S2 你的 3 等份在哪，可以告訴老師嗎？……………………………追問

818 S2：（指著小長方形的三個等份）

819 T：好，2 勒，代表什麼？…追問

(S2 發現畫錯，重改）

820 T：好，你現在畫的是 $\frac{2}{3}$ 嘛，那你一開始畫的 2 格呢，是幾分之幾…………………………………挑戰

821 S2：$\frac{2}{15}$

綜觀上述所提的三種提問教學類型與四種提問教學技巧，研究者認為：「複述」可以適度引發同學注意；「回應」則可以將學生的想法以較數學性的用語呈現，皆具有「聚焦」至主軸概念的功能。「追問」則可以不斷地探究學生對於概念的真正想法，在「檢驗」式的類型中是個不錯的技巧與策略。而「探索」式提問類型，則主要是促進學生進一步思考，以拓展其理解層次，「挑戰」的提問技巧能不斷地刺激學生思考，正與探索式提問的精神不謀而合。

因此，在課室討論過程中，教師可以依據想要達到什麼樣的教學目的，來進行什麼樣的提問類型，而提問類型就如同花店裡的花束，提問技巧就如同一枝枝的花朵，依照客人的需求，是要送情人亦或是探病等等，來判斷使用哪些花朵組合成花束，而提問類型也一樣，看看老師的教學方向為何，再依著大方向來決定採用哪些提問技巧以達成教學目的。因此可說，每種提問類型是由一個個提問技巧所堆砌而成的提問串，例如文中所提出的各個提問教學案例皆是由各種不同的提問技巧所組成，並也透過這些技巧的運用以達到教師

預期的教學目標，而這即是提問教學的最終目的。

參考文獻

康淑娟（2008）。國小教師提問教學決定之探究。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文。

張春興（1994）。**教育心裡學-三化取向的理論與實踐**。台北：東華。

陳淑娟、劉祥通（2002）。國小班級數學討論活動可行方案之探討。科學教育學刊，10 (1)，頁 87-107。

陳淑娟和劉祥通 (2001)。國小班級數學討論的困難之處。教育研究資訊雙月刊, 9(2),125-146。

陳淑敏 (1996)：**從社會互動看皮亞傑與維高斯基的理論及其對幼教之啓示**。皮亞傑與維高斯基的對話會議手冊。台北市立師範學院 兒童發展中心出版。

劉祥通（2007）。**分數與比例問題解題分析-從數學提問教學的觀點**。台北：師大書苑。

Ainley, J. (1987). Telling questions. *Mathematics Teaching,* 118, 24-26.

Ainley, J. (1988). *Perceptions of Teacher's Questioning Styles,* in Barbas, A. (Ed.), Proceedings of the 12th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Veszprem, (pp.92-99). Hungary.

Baker, Schirner & Hoffman, (2006). Multiage Mathematics：Scaffolding Young Children's Mathematical Learning, T*eaching Children Mathematics*. 19-21.

Bauersfeld, H. (1994). *Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom,* in R. Biehler, et al. (Eds.), The Didactics of mathematics as a scientific discipline. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherland.

Berk, L. E., & Winsler, A.（1999）。**鷹架兒童的學習：維高斯基與幼兒教育**（谷瑞勉譯）。台北：心理。(原著出版於 1995）。

Dantonio, M., & Beisenherz, P. C. (2001). *Learning to question, questioning to learn: developing effective teacher questioning practices*. Boston, MA : Allyn and Bacon.

Dantonio, M., & Beisenherz, P. C. (2001). *Learning to question, questioning to learn: developing effective teacher questioning practices.* Boston: Allyn and Bacon.

Greenes, C. and Mode, M. (1999). *Empowering Teachers to Discover, Challenge and Support Students with Mathematical Promise.* In L. Sheffield (Ed.), Developing Mathematically Promising Students (pp. 121-132). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Greenes, C. and Mode, M. (1999). *Empowering Teachers to Discover, Challenge and Support Students with Mathematical Promise.* In L. Sheffield (Ed.), Developing Mathematically Promising Students, Chapter 10, 121-132. Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.

Herbel-Eisenmann,B.A., & Breyfogle, M. L. (2005). Questioning our patterns of questioning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 10(9), 484-489.

Herbel-Eisenmann,B.A., & Breyfogle, M. L. (2005). Questioning Our Patterns of Questioning. *Mathematics teaching in the middle school,* 10(9), 484-489.

Mason, J. (2000). Asking mathematical

questions mathematically. *International Journal of Mathematic Educational in Science and Technology,* 31(1), 97-111.

Mewborn, D. S., & Huberty, P. D. (1999). Questioning your way to the standards. *Teaching Children Mathematics,* 6(4), 226-227, 243-246.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). P*rinciples and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Piaget, J. (1962). *Play, dreams, and imitation in childhood.* New York: Norton. (Original work published 1937).

Resnick, L. B. (1995). *Inventing arithmetic: Making Children's intuition work in school.* In C. A. Nelson (Ed.), Basic and applied perspectives on learning, cognition, and development (pp. 75-101). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Watson, A., & Mason, J. (1998). *Question and prompts for mathematical thinking.* Derby, UK：ATM.

Wood, T. (1998). *Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing?.* In Heinz S., Maria G. (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (pp.167-178). Reston, Va: NCTM.