

# 以三角形的基本結構搭配教具、軟體操作 導入三角形的全等概念教學

李祐宗

澎湖縣立湖西國民中學

## 壹、前言

以往在教導此單元時，大多數教師會直接引用課本的方法尺規作圖來直接說明兩三角形的全等，但隨著教具與資訊的進步，如今可以教具的操作及電腦軟體來作輔助教學，以期讓學生在學習此單元之前，可以先透過教具的操作瞭解三角形的基本構造及活動結構，再漸漸的引導至三角形的全等性質學習。此外教學過程中若輔以資訊軟體操作可以將教材作更標準、精緻化的呈現，讓學生看到的畫面都是最標準的，避免學生以往對教師板書不清楚的圖形或文字所產生的困擾。

### 一、教學資源

伸縮扣條、AMA 軟體、小畫家軟體、  
電子教科書

### 二、教學年級

國中八年級下學期

### 三、教學節數

2 節（90 分鐘）

## 貳、教學活動流程

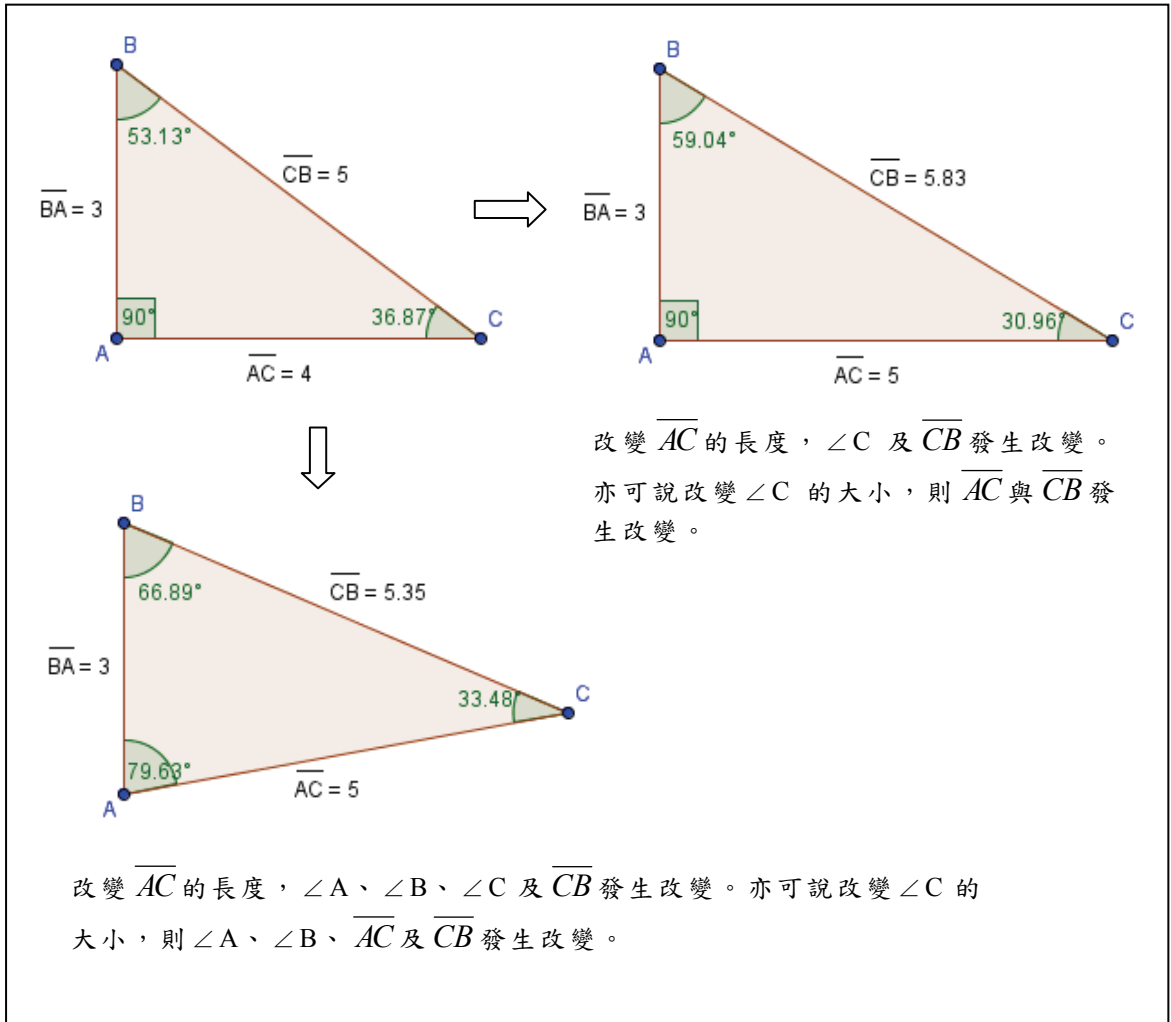
爲了讓版面篇幅可以讓讀者看的更清楚，以下的圖形均用電腦重新繪製來代替實際操作的扣條。

### 一、暖身運動

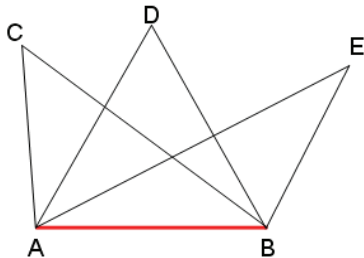
這次主題是兩個三角形的全等，也就是雙胞胎三角形。因此課堂之初可以跟同學一同討論雙胞胎的種種特徵，以及如何證明他們（或她們）是一對雙胞胎，這部份可請學生發表意見，此時有同學回答：驗血型、看出生證明、驗 DNA 或是看戶口名簿等等。接著，問學生「若有兩個三角形長得一模一樣，那麼它們有什麼共通的特點」。此部份主要是讓學生建立一個三角形有三個邊和三個角的特徵，並且知道若兩個三角形全等，代表它們的三個邊加上三個角都會相等。

### 二、牽一髮而動全身

首先每位同學發放伸縮扣條 3 條，任意排出一個三角形並觀察此時的各個邊長與角度，然後試著改變其中一條邊長（伸長或縮短），並請學生再次觀察經過這樣的變化後何者也會跟著改變。換個方式，若改變某一個角度，則會有哪些地方也會跟著改變，請學生回答。此步驟目的是讓學生瞭解三角形所有的邊與角都有連帶關係，這樣的操作可以幫助學生在接下來的學習更順利。如下圖所示：

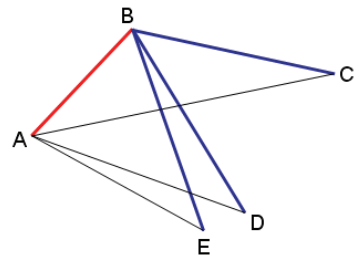


### 三、一條「邊」法



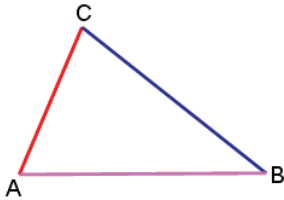
每位同學先拿出一條扣條並固定長度，並問學生：固定一個邊長可否固定一個三角形？答：不行，因為可以產生許

多不同的三角形，例如  $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ ，這些三角形都有固定的底邊。接下來再加上一根扣條，看看能否固定一個三角形？

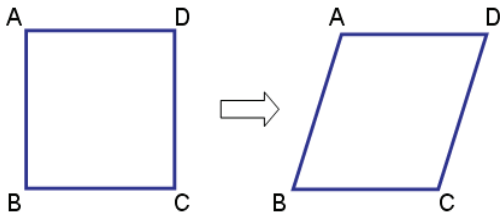


我們發現，即使固定其中兩個邊長（圖中紅、藍色部份），亦無法固定三角形，原因是兩扣條中間的夾角可以變動，所以產生的三角形不固定（ $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ ）。此部份的操作主要是讓學生瞭解在條件不足的情況下，三角形是無法固定的。

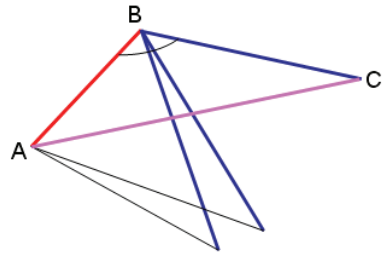
#### 四、SSS 固定性質



請學生拿出三個扣條並固定長度，彼此接在一起形成一個三角形  $\triangle ABC$ ，然後用手動動看，看看是否三角形為固定式還是可活動式？（答：會固定，無法變動。）此部份教師可以加進四個扣條組成的四邊形，並且移動扣條使四邊形產生變化，說明固定四個邊長所形成的四邊形是無法固定四邊形的，以比較三角形和四邊形的差別。

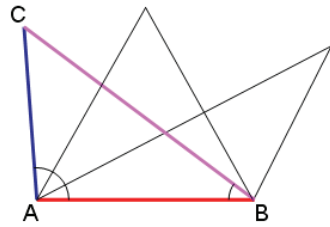


#### 五、SAS 固定性質



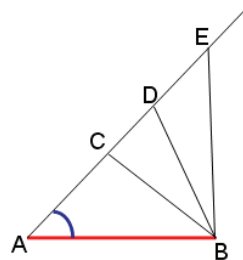
若固定兩個邊長加上中間的夾角，看看是否三角形會被固定？答案是的（ $\triangle ABC$ ），由此可見 sas 可以固定一個三角形。

#### 六、ASA 固定性質

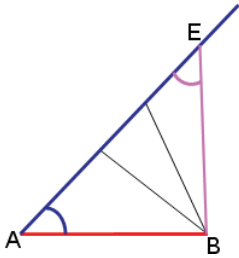


若固定一個邊加上旁邊兩個角，看看是否三角形會被固定？（會固定，即  $\triangle ABC$ ）

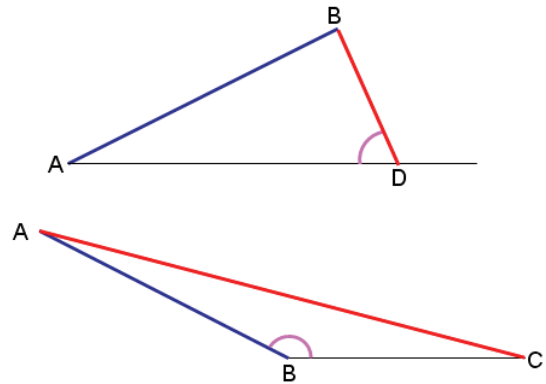
七、兩角加一邊，AAS 固定性質（此部份使用扣條操作較為複雜，建議使用電腦或圖表說明）



如圖，固定一個邊加上一個角還是無法固定這個三角形（ $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABE$ ）。但是再加上另外一個角呢？我們看看：

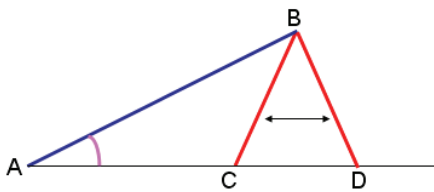


結果 AAS 可以固定一個三角形。（ $\triangle ABE$ ）

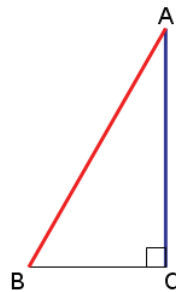


如上圖，結果可以固定三角形！接著順勢再問學生，若  $\angle A = 90^\circ$  度呢？可否固定三角形？

#### 八、SSA 的不確定性及 SSA $\rightarrow$ RHS



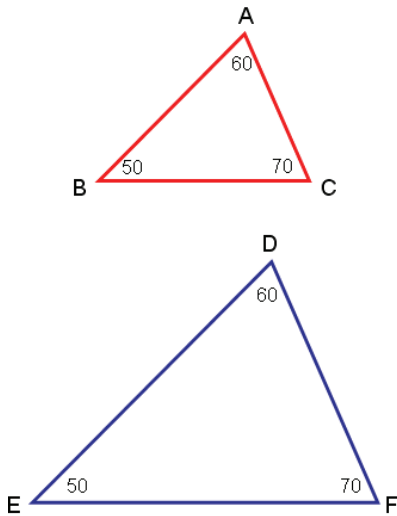
實驗發現，SSA 會產生兩個三角形（ $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABD$ ），也就是說，當 SSA 的 A 為銳角時，且  $\angle A$  位於較長邊（ $\overline{AB}$ ）的一側時，SSA 無法固定三角形；若角度固定在較短的一邊（紅色邊）時，此三角形會被固定，如下圖  $\triangle ABD$ 。此時教師可以問學生，還有沒有其他的條件可以讓 SSA 的三角形可以被固定。在我任教的班級有學生回答：鈍角的時候！好，我們來實驗看看：



結果也可以固定三角形，但是固定的原理為何？如何具體的說明？答：因為直角三角形的兩邊固定之後，可以藉由畢氏定理來固定第三邊，可以說由 SSA  $\rightarrow$  SSS 的概念來固定三角形。爾後如有兩個三角形的固定條件是一條斜邊等長、一股等長及兩者都有直角的話，我們說它們是以 RHS 性質來說明全等，而不用 SSA 以避免產生不必要的紛爭。

### 九、AAA 的不固定性質

老師問：現在假使給你們三個角度：50、60、70。可否固定一個三角形？答：無法。為何？因為以此三個角產生的三角形可大可小（ $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ ），如下圖：所以 AAA 無法固定三角形。

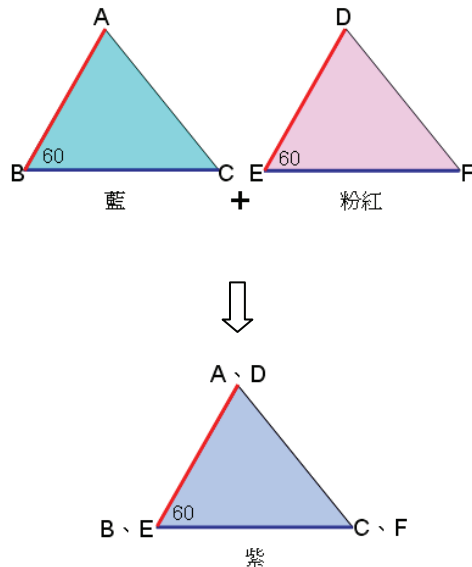


### 十、導入概念活動總結

由以上活動可以看出哪些重點？1、固定一個三角形至少要有三個條件（指的是三角形中的三個邊及三個角至少要固定其中三者）；2、這些條件當中至少要有一個邊長（Side）被固定。

有了以上的活動作暖身之後，接下來就以課本的尺規作圖來進一步說明兩三角形的全等性質。此部份的教學過程省略，參照各版本教科書，不過教學過程可利用 AMA（powerpoint 外掛程式）的操作來輔

助說明兩個三角形的全等性質（註一）。例如以 SAS 全等性質為例：



以相同條件作出的兩個三角形可以重疊在一起（圖中紫色部份），利用電腦的科技可以讓教學過程既清楚又順利！

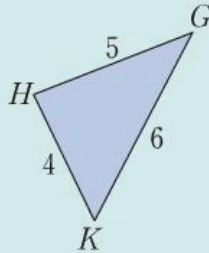
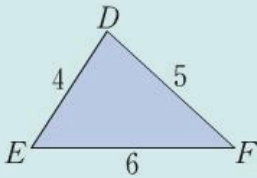
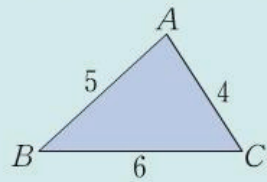
### 十一、課本例題講解的小幫手

以往教師在講解幾何題目時，大多會藉由板書來畫出所需要的圖形，此時可以運用科技的進步來幫助教師教學更順利，此時的幫手便是教材電子書及小畫家程式就可以了，舉例說明如下：

以例題一為例，將左邊的三角形  $DEF$  透過小畫家軟體將之剪裁複製後水平翻轉即可得到與三角形  $ABC$  相對應的位置，有助於學生觀察兩個三角形的對應關係，這點很重要！（註二）

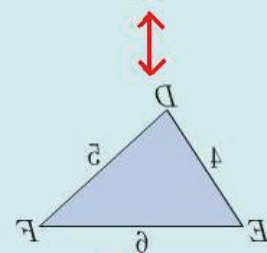
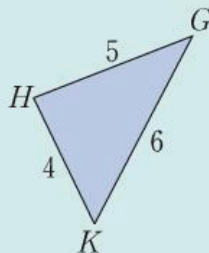
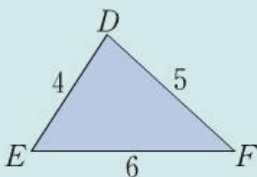
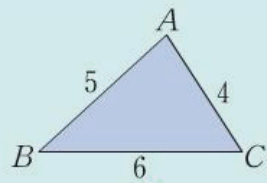
**例題 1** 認識 SSS 全等性質

右圖三角形邊上的數字表示該線段的長度，  
請問 $\triangle ABC$ 與下列哪些三角形全等？  
並指出 $\angle A$ 與哪些角對應相等。



**例題 1** 認識 SSS 全等性質

右圖三角形邊上的數字表示該線段的長度，  
請問 $\triangle ABC$ 與下列哪些三角形全等？  
並指出 $\angle A$ 與哪些角對應相等。



**參、教學省思與建議**

**一、活動設計的省思**

筆者經過這幾年此單元的教學後，覺得課本直接以尺規作圖說明三角形的全等有些唐突，忽略掉單一三角形本身的結構問題，所以在正式介紹三角形的全等性質

之前可以先加強此部份的概念，將有助於學生日後的學習及概念上的加深。

**二、教師教學的省思**

在教學的後半段部份，也就是例題講解部份，學生普遍缺乏空間概念，例如大部分

例題所給予的兩個三角形在擺放的角度上不會相同，一定要利用自身的空間概念將一個三角形固定不變，另一個三角形轉換成可對應到另一三角形的角度，可是有不少的學生在這方面缺乏概念，導致全等性質判斷錯誤（大部分是對應點發生錯誤）。所以日後教師在教學上可以單獨加強三角形旋轉與翻轉的概念，將有助於學生學習。

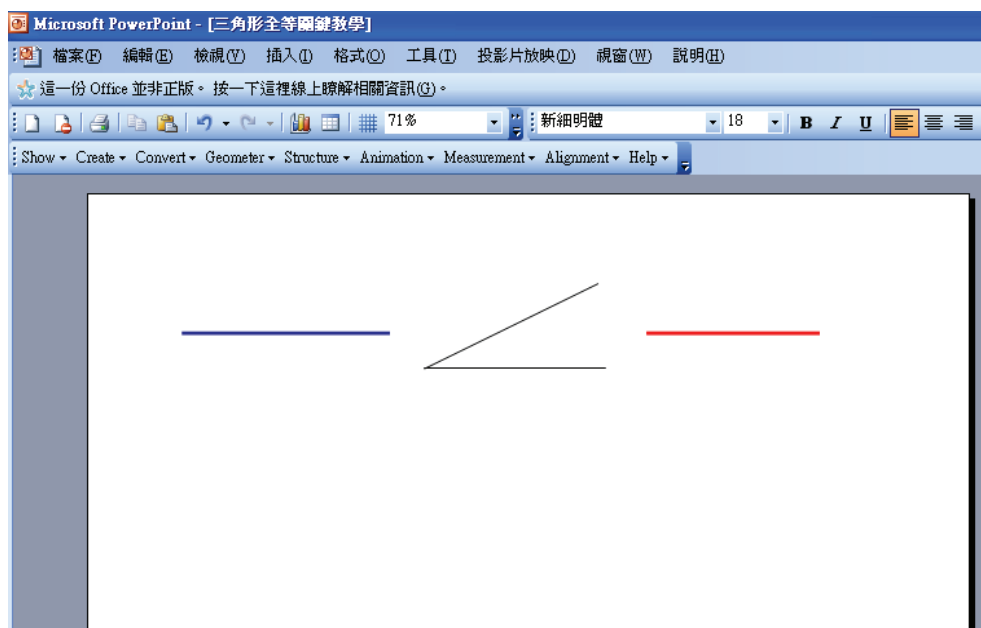
### 三、教學實施的建議

- (一) 建議教師準備充足的教具（伸縮扣條或一般扣條），若教具不足可以分組進行。
- (二) 多以電腦軟體操作輔助說明，畢竟電腦畫出來的圖形絕對比板書要來的好且節省時間。

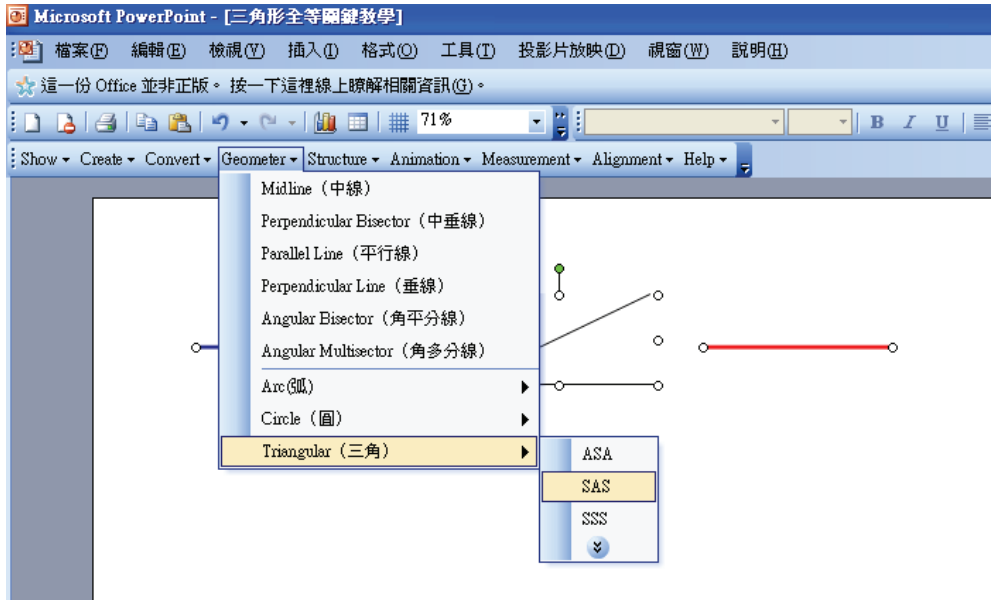
### 肆、附註

註一：AMA 為 microsoft office powerpoint 之外掛程式，為增強該軟體之繪圖功能，其中有一項便是可利用提供的直線和角度來作三角形的全等作圖，茲示範如下：

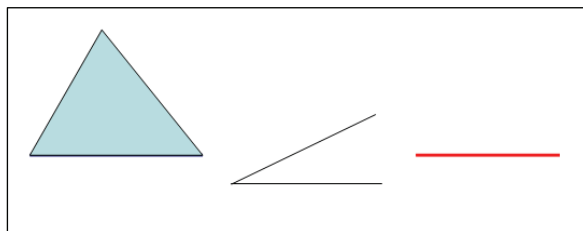
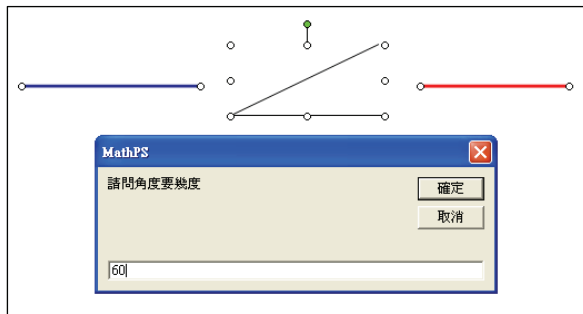
- (一) 首先先安裝 AMA 程式
- (二) 假設以 SAS 作圖為例，先給定兩條邊長及一個角，如下圖：



(三) 全選物件後選擇功能列的「Geometer」的 Triangular 的 SAS，如下圖：



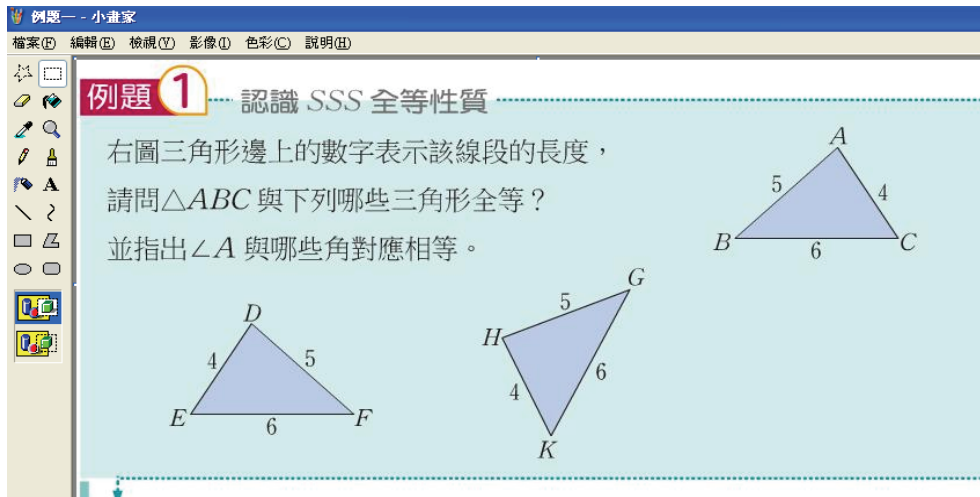
(四) 之後螢幕會出現要求輸入夾角的度數，假設輸入的是 60 度的角(如下左圖)，按下確定後螢幕就會在其中一條邊上出現所繪製的三角形，現在可以將這個三角形移到旁邊，接著再依據相同條件作一個，結果將會發現這兩個三角形會重疊，也就是這兩個三角形全等。



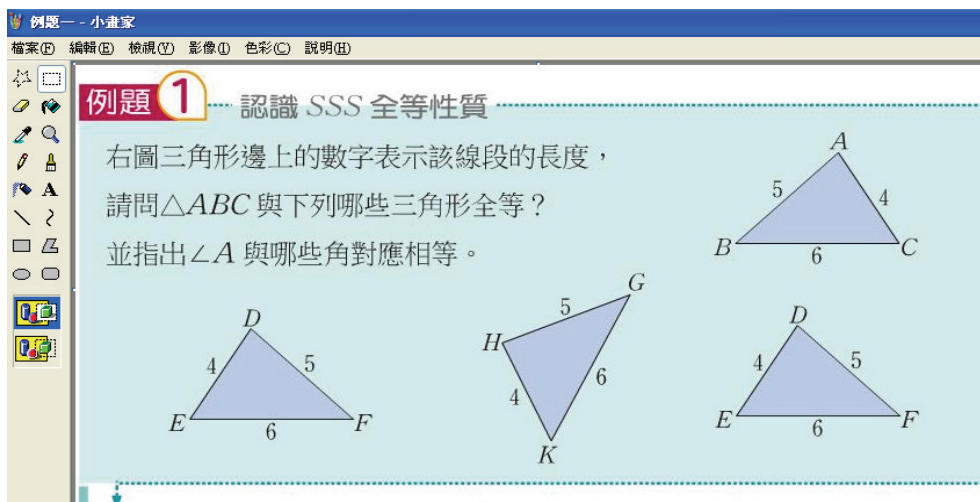


註二：如何將電子書的圖形利用電腦來作轉換呢？舉例說明如下：

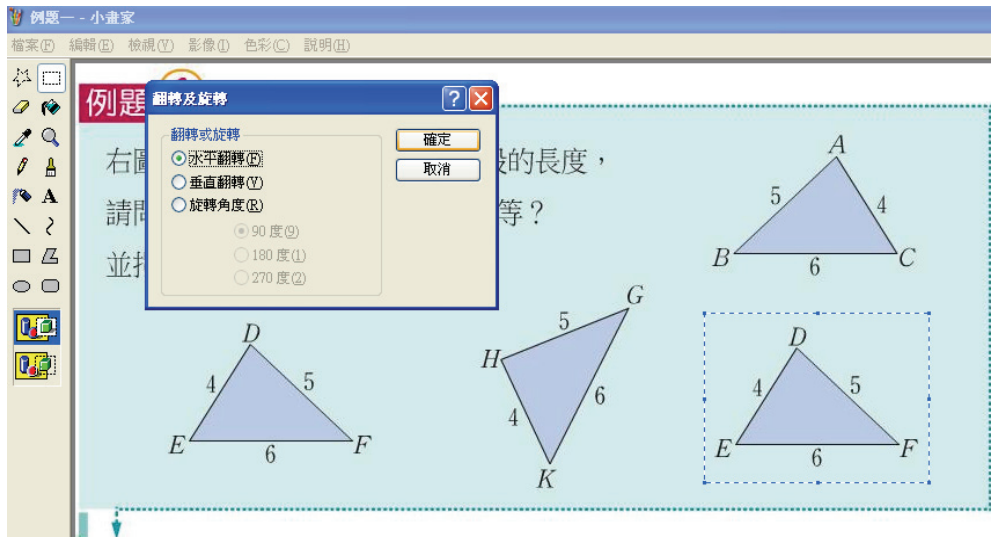
- (一) 首先將所需要調整的圖形按下鍵盤的 **Prt Scr** 鍵來複製螢幕，然後到小畫家軟體貼上，如下圖：



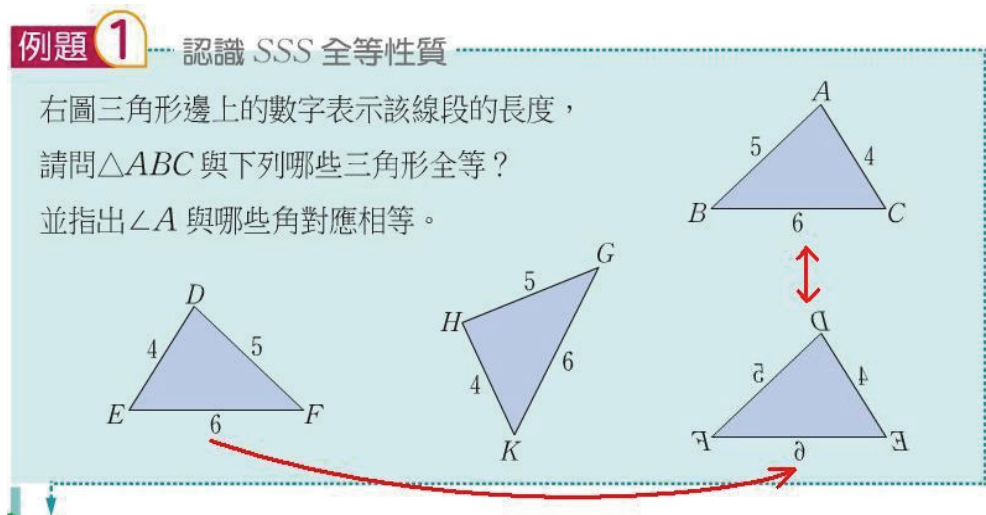
- (二) 假設我們選擇 $\triangle DEF$  來作翻轉，則選取左邊功能列的剪裁工具將之框起來之後，按下滑鼠右鍵選擇複製，並貼到題目中 $\triangle ABC$  的下面空白位置（此步驟是爲了保留原有的 $\triangle DEF$ ，所以選擇另外複製而不影響原圖形），如下圖：



- (三) 假設我們選擇 $\triangle DEF$  來作翻轉，則選取左邊功能列的剪裁工具將之框起來之後，按下滑鼠右鍵選擇複製，並貼到題目中 $\triangle ABC$  的下面空白位置（此步驟是爲了保留原有的 $\triangle DEF$ ，所以選擇另外複製而不影響原圖形），如下圖：



(四) 假設我們選擇 $\triangle DEF$ 來作翻轉，則選取左邊功能列的剪裁工具將之框起來之後，按下滑鼠右鍵選擇複製，並貼到題目中 $\triangle ABC$ 的下面空白位置（此步驟是爲了保留原有的 $\triangle DEF$ ，所以選擇另外複製而不影響原圖形），如下圖：



**參考文獻**

陳冒海主編（2010）：國民中學第四冊。台南市：南一。P.113~P.129。  
 國家教育研究院籌備處主編（2010）：國民中學第四冊。台南市：部編。P.82~P.113。