

PISA 2006 樣本試題一數學(I)

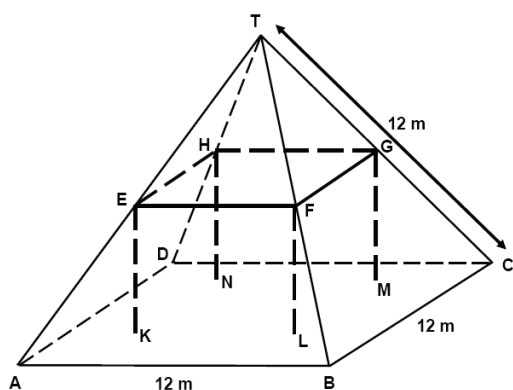
國立臺南大學 PISA 國家研究中心

M037：農場

在這你所看到的是一張有三角形屋頂的農場照片。



下面是一個學生依據對這個農場的屋頂做進一步測量結果所做出的數學模型。



在這個屋頂模型中地板 ABCD 是一個正方形。支撐屋頂的橫樑是四角柱 EFGHNKLM 的邊。E 是 \overline{AT} 的中點，F 是 \overline{BT} 的中點，G 是 \overline{CT} 的中點，且 H 是 \overline{DT}

的中點。在這三角錐模型中所有的邊長都是 12 公尺。

問題 1：農場

計算屋頂地板 ABCD 的面積。

屋頂地板 ABCD = _____ m

農場 問題 1 計分

滿分

代號 1：144 (已註明單位)

零分

代號 0：其他答案

代號 9：沒有作答

問題 2：農場

計算長方體的邊 \overline{EF} 的長度。

\overline{EF} 的長度 = _____ m

農場 問題 2 計分

滿分

代號 1：6 (已註明單位)

零分

代號 0：其他答案

代號 9：沒有作答

M047：地衣

全球性暖化會造成一部分冰川融化

的結果。約在冰川消失的十二年後，微小的植物—地衣，會開始在岩石間生長。

地衣生長的形式有如圓圈一般，圓圈的直徑與地衣的年齡之間關係約可用下列公式來表示：

$$d=7.0 \times \sqrt{(t-12)}, t \geq 12$$

其中， d 表示圓圈直徑(每毫米)， t 表示冰川消失後的年數。

問題 1：地衣

利用公式，算出冰川消失後 16 年的地衣直徑。寫出你的計算方法。

地衣 問題 1 計分

題旨：引出學生使用已知公式的能力。

滿分

代號 2：14 毫米 (單位非必要)。只要寫出正確答案 14，無論是否寫出計算過程，就評為代號 2。

部分分數

代號 1：部分反應包含：

- 代入公式的值正確，但答案錯誤或未寫出答案。
- 不完整的答案(如 $7\sqrt{4}$)。

零分

代號 0：其他答案
代號 9：沒有作答

作答範例

代號 2：

$$d=7.0 \times \sqrt{(16-12)}; \quad 14 \text{ 毫米}; \quad 14;$$

$$d=14$$

$$d=7.0 \times \sqrt{(16-12)} \quad (\text{注意此例的計算完全正確，但單位寫錯，我們視為是學生筆誤})$$

$$d=7.0 \times \sqrt{4}$$

$$d=14 \text{ 年}$$

代號 1：

$$d=7.0 \times \sqrt{(16-12)} \quad (\text{正確代入但答案錯誤})$$

$$d=16$$

$$d=7.0 \times \sqrt{(16-12)} \quad (\text{不完全的答案})$$

$$d=7\sqrt{4}$$

代號 0：

16

問題 2：地衣

安安測量出某地區地衣的直徑為 35 毫米。請問在這地區的冰川是多少年前消失？寫出你的計算方法。

地衣 問題 2 計分

題旨：引出學生使用已知公式的能力。

滿分

代號 2：37 年(單位非必要，無論是否寫出計算過程)

部分分數

代號 1：代入公式的值正確，但答案錯誤
或未寫出答案。
或
36 年或 38 年(學生可能用嘗諸錯誤法來算出這個答案。)

零分

代號 0：其他答案
代號 9：沒有作答

作答範例

代號 2：

$$35=7 \times \sqrt{(t-12)} \quad 35 \div 7 = 5$$

$$5=\sqrt{(t-12)} \quad 7 \times 5=7 \times \sqrt{25}$$

$$25=t-12 \quad =7 \times \sqrt{25+12}$$

$$t=37 \quad =7 \times 37$$

∴ 37 年

35/7=5 (嚴格的說，代數符號
5²=25 寫法錯次，但我們知道
25+12=37 學生想表達的意思)

t = 15 d = 12.1 (注意此處的正确答案
t = 25 d = 25.1 37 已經在正确算式中
t = 40 d = 37.0 已出現)
t = 35 d = 33.6
t = 37 d = 35

故在這地區的冰川是 37 年前消失的

$$756=35=7 \times \sqrt{25}=7 \times 5=35$$

代號 1：

$$35=7 \times \sqrt{(t-12)} \quad 35=7 \times \sqrt{(t-12)}$$

$$35^2=7^2 \times \sqrt{(t-12)} \quad 5=\sqrt{(t-12)}$$

$$49t=1237 \quad 25=t^2-12^2$$

$$t=25 \quad t=13$$

$$35=7 \times \sqrt{(t-12)}$$

$$5=\sqrt{(t-12)}$$

$$5=\sqrt{t}-\sqrt{12}$$

太難了！

代號 0：

$$35=7.0 \times \sqrt{(t-12)}$$

$$28=\sqrt{(t-12)}$$

$$784=t-12$$

$$t=796$$

40 年

M124：步行

上圖代表一個男人步行的腳印。長度 P 表示兩個連貫腳步中後腳跟之間的距離。對於男人，下列公式表示 n 與 P 之間的大略關係：



$$\frac{n}{p}=140$$

n：每分鐘的步數

P：一步跨出去的長度(公尺)

問題 1：步行

此公式適用於海翔的步行，若他每分鐘步行 70 步，則他一步跨出去的長度為何？請寫出你的作法。

步行 問題 1 計分

滿分

代號 2：0.5 公尺 或 50 公分，1/2（不須填上單位）

$$\frac{70}{p}=140, 70=140p, p=\frac{70}{140}=0.5$$

部分分數

代號 1：將數字正確地代入公式，但答案不正確，或沒有算出答案。

$$\frac{70}{p}=140 \text{ (只將數字代入公式)}$$

$$\frac{70}{p}=140 \text{ (只將數字代入公式，但)}$$

$$70=140p \text{ 計算結果不正確)}$$

$$p=2$$

或

正確地運用公式 $P = n/140$ ，但之後的計算步驟不正確。

零分

代號 0：其他答案

- 70 cm

代號 9：沒有作答

問題 3：步行

建德利用公式知道他的每腳步長度為 0.8 公尺。請以每分鐘多少公尺以及每小時多少公里來計算出建德的步行的速度。請寫出你的作法。

步行 問題 3 計分

滿分

代號 31：分速（公尺/分鐘）與時速（公里/時）的答案都正確（不須填上單位）。

- $n = 140 \times 0.80 = 112$
- 他每分鐘步行 112×0.80 公尺 = 89.6 公尺。
- 他的速度是每分鐘 89.6 公尺。
- 所以他的速度是 5.38 或 5.4 公里/時。

只要兩個答案均正確（89.6 和 5.4），不論是否有寫出計算方法，便給予代號 31。注意因約分而造成的誤差是可以接受的。例如：每分鐘 90 公尺和 5.3 公里/時（ 89×60 ），兩個答案均可接受。

- 89.6， 5.4
- 90， 5.376 公里/時。
- 89.8， 5376 公尺/小時。[注意：若第二個答案沒寫單位，應給代號 22]

部分分數 (2 分)

代號 21：情況與代號 31 一樣，但沒有把答案乘以 0.80，即將每分鐘多少步轉換成每分鐘多少公尺。例如：他的速度是每分鐘 112 公尺和 6.72 公里/時。

- 112， 6.72 公里/時

代號 22：正確計算出步行速度為每分鐘多少公尺（每分鐘 89.6 公尺），但在把答案轉換成每小時多少公里時卻出現錯誤，或者沒有進行轉換。

- 89.6 公尺/分鐘， 8960 公里/時。
- 89.6， 5376
- 89.6， 53.76
- 89.6， 0.087 公里/時
- 89.6， 1.49 公里/時

代號 23：方法正確（明確顯示），但有輕微計算錯誤（並未包括在代號 21 和代號 22 內）。兩個答案均不正確。

- $n=140 \times .8 = 1120$ ； $1120 \times 0.8 = 896$ 。他以 896 公尺/分鐘，53.76 公里/時步行。
- $n=140 \times .8 = 116$ ； $116 \times 0.8 = 92.8$ 。92.8 公尺/分鐘 \rightarrow 5.57 公里/時

代號 24：只寫出「5.4 公里/時」，沒有寫出「89.6 公尺/分鐘」（沒有顯示中間的計算過程）。

- 5.4
- 5.376 公里/時
- 5376 公尺/時

部分分數 (1 分)

代號 11： $n = 140 \times .80 = 112$ 。沒有顯示進一步的計算方法，或之後的計算步驟不正確。

- 112
- $n=112$ ， 0.112 公里/時
- $n=112$ ， 1120 公里/時
- 112 公尺/分鐘，504 公里/時

零分

代號 00：其他答案

代號 99：沒有作答

M136：蘋果

農夫將蘋果樹種在正方形的果園。為了保護蘋果樹不怕風吹，他在蘋果樹的周圍種針葉樹。

在下圖裡，你可以看到農夫所種植蘋果樹的列數(n)，和蘋果樹數量及針葉樹數量的規律：

X=針葉樹

●=蘋果樹

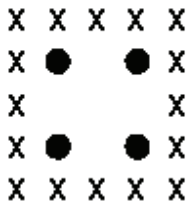
$$n = 1$$

```

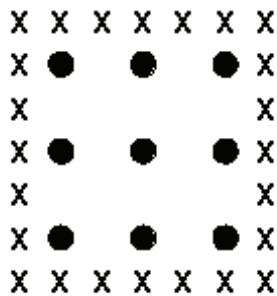
X X X
X ● X
X X X

```

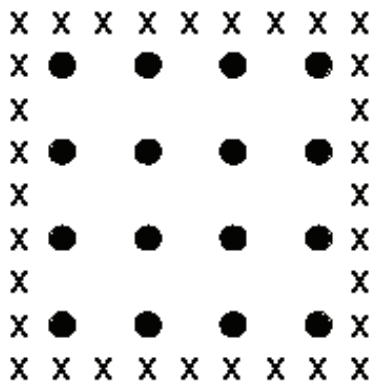
$n = 2$



$n = 3$



$n = 4$



問題 1：蘋果

完成下表的空格

n	蘋果樹數	針葉樹數
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

蘋果 問題 1 計分

完成下表的空格

n	蘋果樹數	針葉樹數
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

滿分

代號 21：7 格全對

部分分數

[表格中僅有一個錯誤/空白。其中，代號 11 是針對 $n=5$ 中的一個細格錯誤，代號 12 是 $n=2$ 或 3 或 4 中的一個細格錯誤]

代號 11：在 $n=2、3、4$ 時均答對，但 $n=5$ 答錯一格或未作答

- 最後一格「40」答錯；其餘均正確。
- 「25」答錯；其餘均正確。

代號 12： $n=5$ 中的數量均答對，但在 $n=2$ 或 3 或 4 中有一格答錯或未作答。

零分

[表格中有兩個或以上的錯誤]

代號 01：在 $n=2、3、4$ 均答對，但 $n=5$ 兩個空格全錯。

- 「25」和「40」都答錯；其餘均正確。

代號 02：其它答案

代號 99：沒有作答

問題 2：蘋果

你可以用以下的 2 個公式來計算上面提到的蘋果樹數量及針葉樹數量的規律：

蘋果樹的數量 = n^2

針葉樹的數量 = $8n$

n 代表蘋果樹的列數

當 n 為某一個數值時，蘋果樹數量會等於針葉樹數量。找出 n 值，並寫出你的計算方法。

.....

蘋果 問題 2 計分**滿分**

[以下這些代號是指使用不同的方法，正確答出 $n=8$]

代號 11： $n=8$ ，用明確的代數方法解出答案。

- $n^2=8n$ ， $n^2-8n=0$ ， $n(n-8)=0$ ， $n=0$ 或 $n=8$ ，所以 $n=8$

代號 12： $n=8$ ，用不明確的代數解法，或沒有呈現出計算方法。

- $n^2=8^2=64$ ， $8n=8$ ， $8=64$
- $n^2=8n$ 。得 $n=8$
- $8 \times 8=64$ ， $n=8$
- $n=8$
- $8 \times 8=8^2$

代號 13：用其它方法算出 $n=8$ ，如用規律延伸或畫圖。

[以下這些代號是表示使用不同的方法，正確回答 $n=8$ ，但也回答 $n=0$]

代號 14：如同代號 11(明確的代數解法)，

但答案寫 $n=8$ 或 $n=0$ 。

- $n^2=8n$ ， $n^2-8n=0$ ， $n(n-8)=0$ ， $n=0$ 或 $n=8$ ，所以 $n=8$ 或 $n=0$ 。

代號 15：如同代號 12(不明確的代數解法)，但答案寫 $n=8$ 或 $n=0$ 。

零分

代號 00：其它答案，包含只回答 $n=0$

- $n^2=8n$ (重覆題目陳述)
- $n^2=8$
- $n=0$ 。兩種樹木數不可能相等，因為種 1 棵蘋果樹就要種 8 棵針葉樹。

代號 99：沒有作答

問題 3：蘋果

若農夫想要種更多列，做一個更大的果園，當農夫將果園擴大時，那一種樹會增加得比較快？是蘋果樹的數量或是針葉樹的數量？解釋你的想法。

.....

蘋果 問題 3 計分**滿分**

代號 21：正確答案(蘋果樹數)，並做有效的解釋。例如：

- 蘋果樹數為 $n \times n$ ，針葉樹數為 $8 \times n$ ，兩個公式都有因數 n ，而蘋果樹有另一個 n ， n 可以越來越大，但針葉樹另一個因數還是 8。所以蘋果樹數量增加的比較快。

- 蘋果樹數量增加的比較快，因為當 $n=8$ 時，就變為平方數。
- 蘋果樹數是二次函數。針葉樹是線性函數。所以蘋果樹數量會增加的比較快。
- 用作圖證明當 $n=8$ 之後， n^2 會大於 $8n$ 。

[注意代號 21 的前提是，學生有寫出 n^2 和 $8n$ 的公式，並作代數的解釋]

部分分數

代號 11：正確答案(蘋果樹)，以特例說明，或以表格的延伸進行說明。

- 蘋果樹數會快速增加，因為若我們使用表格(前頁)，可以發現蘋果樹數量比針葉樹數量增加的更快。特別是在兩種樹數量一樣之後。
- 表格顯示蘋果樹數量增加得比較快。

或

正確答案(蘋果樹)，用部分證據來說明已知 n^2 與 $8n$ 的關係，但並沒有像代號 21 清楚地表達。

- $N > 8$ 之後的蘋果樹
- 在 8 列之後，蘋果樹數量會增加得比針葉樹數量快。
- 針葉樹，直到 8 列後，會有比較多的蘋果樹。

零分

代號 01：正確答案(蘋果樹)，但解釋缺乏、不充分或者錯誤。

- 蘋果樹
- 蘋果樹，因為它們種在內圍，比外圍的數量更多。
- 蘋果樹，因為他們被針葉樹包圍。

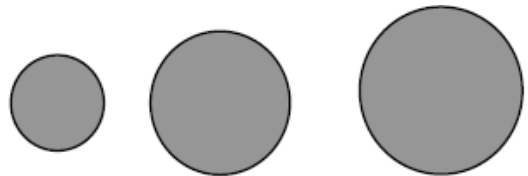
代號 02：其它答案

- 針葉樹
- 針葉樹，因為你每種 1 列蘋果樹，你需要再種很多針葉樹。
- 針葉樹，因為每種 1 棵蘋果樹就要種 8 棵針葉樹。
- 我不知道。

代號 99：沒有作答

M143：硬幣

你被要求設計出一套新的硬幣。所有硬幣都是圓形，且顏色都是銀色，但是有不同的直徑。



研究者發現了一個理想的硬幣系統，其符合以下要求：

- 硬幣直徑不可小於 15 毫米，且不可大於 45 毫米
- 每個硬幣的下一個硬幣的直徑必須比它大至少 30%。
- 鑄造的機械只能生產出直徑為整數的硬幣(如：可以製造 17 毫米，但無法製造 17.3 毫米)。

問題 1：硬幣

請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？

硬幣 問題 1 計分

題旨：理解與運用複雜訊息做計算

代號 1：15-20-26-34-45。可能的作法中包含畫出正確的硬幣直徑來呈現答案，這也要評為代號 1。

代號 8：給一組能滿足 3 個要求的硬幣直徑，但不是能達到最多硬幣數的組合，如 15-21-29-39，或 15-30-45 或前 3 個直徑正確，但後 2 個錯誤 (15-20-26-)

或

前 4 個直徑正確，但最後 1 個錯誤 (15-20-26-34-)

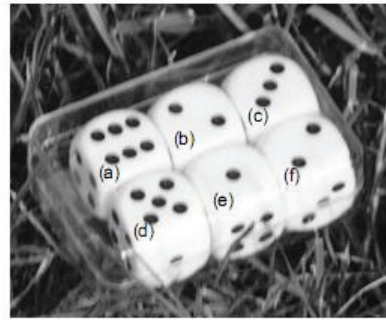
代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

M143：骰子

問題 1：骰子

在這張相片中你可以看見六個骰子，分別被標記(a)到(f)。所有骰子都有個規則：每兩個相對的面之點數和都是七。



寫下照片中盒子裡的每個骰子底部的點數為何。

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

骰子 問題 1 計分

滿分

代號 1：上列 (1 5 4) 下列 (2 6 5)。以骰子點數圖案表示的答案是可以接受的。

1	5	4			
2	6	5			

零分

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

M148：大陸面積

下圖為南極洲地圖。



問題 2：大陸面積

利用地圖的比例尺，估算出南極洲的面積。寫出你的作法並解釋你是如何估計的。(若利用作圖能幫助你估計的話，可直接畫在地圖上。)

大陸面積 問題 2 計分

滿分

[以下這些代號表示估計方法正確，以及得到正確的答案。代號的第二碼，代表不同的估計方法]

代號 21：畫一個正方形或長方形估計出面積在 12,000,000 平方公里和 18,000,000 平方公里之間（不需要單位）。

代號 22：畫一個圓形估計出面積在 12,000,000 平方公里和 18,000,000 平方公里之間。

代號 23：加上數個規則的幾何圖形估計出面積在 12,000,000 平方公里和 18,000,000 平方公里之間。

代號 24：運用其它正確方法得出面積 12,000,000 平方公里和 18,000,000 平方公里之間。

代號 25：答案正確（12,000,000 平方公里和 18,000,000 平方公里之間），但沒有顯示計算方法。

部份分數

[以下這些代號表示估計方法正確，但是得出來的答案不正確或不完整。這些代號的

第二碼與滿分代號的第二碼相同，代表不同的估計方法]

代號 11：畫一個正方形或長方形估計，方法正確但答案不正確或不完整。

- 畫一個長方形，長乘以寬，但答案過大或過小（例如 18,200,000）。
- 畫一個長方形，長乘以寬，但位數不正確（例如 $4,000 \times 3,500 = 140,000$ ）。
- 畫一個長方形，然後長乘以寬，但忘記利用比例尺轉為平方公里（例如 12 公分 \times 15 公分 = 180）。
- 畫一個長方形，說明面積是 4,000 公里 \times 3,500 公里。沒有進一步的計算。

代號 12：畫一個圓形估計，方法正確，但答案不正確或不完整。

代號 13：加上數個規則的幾何圖形估計，方法正確，但答案不正確或不完整。

代號 14：運用其它正確方法估計，但答案不正確或不完整。

零分

代號 01：計算周長，但沒有計算面積。

- 如：16,000 公里是 1,000 公里的比例尺圍繞地圖 16 次。

代號 02：其它答案。

- 如：16,000 公里（沒有顯示計算方法，答案也不正確）。

代號 99：沒有作答

計分摘要表

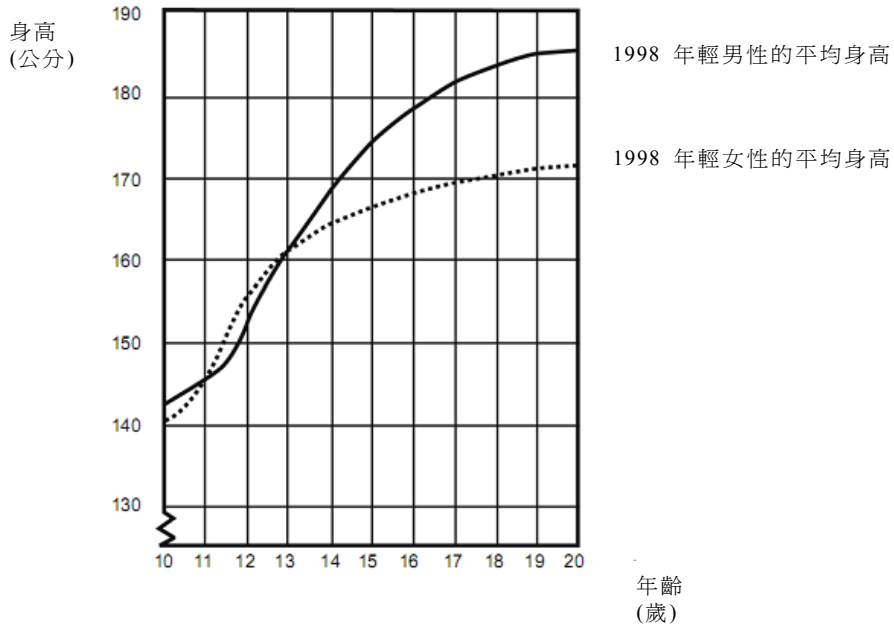
下面的摘要表呈現出這些代號之間的關係：

估計方法	代 號		
	滿分— 正確答案：介於12,000,000 和18,000,000平方公里之 間。	部份分數— 正確方法但答案 不正確或不完整。	零分
畫一個長方形	21	11	—
畫一個圓	22	12	—
增加一些規則的圖形	23	13	—
其它正確方法	24	14	—
沒有顯示	25	—	—
周長	—	—	01
其它不正確方法	—	—	02
沒有作答	—	—	99

M150：成長

青少年長得更高了

下圖顯示 1998 年荷蘭的年輕男性和女性的平均身高：



問題 1：成長

自 1980 年以來 20 歲女性的平均身高增加了 2.3 公分，變成 170.6 公分。則 1980 年 20 歲女性的平均身高是多少？

答：.....公分

成長 問題 1 計分

滿分

代號 1：168.3 公分（已註明單位）

零分

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

問題 3：成長

依據上圖說明為何女孩 12 歲以後身高的

增加率會減小。

.....

成長 問題 3 計分

滿分

此處的重點是答案必須提及「女生身高曲線」斜率的「改變」。答案可用明確地表示或暗示。如答案明確提及曲線斜度的改變，用代號 11 和代號 12；如果答案暗示 12 歲以前及 12 歲以後實際身高的增高幅度，給予代號 13。

代號 11：用日常用語而非數學術語，指出由 12 歲開始，曲線的斜度減少。
 • 它不再向上升，而是往水平方向延伸。

- 曲線變得不那麼傾斜。
- 12 歲後，曲線變得更平。
- 「女生身高曲線」開始變平坦，「男生身高曲線」剛開始增大。
- 它往水平方向延伸，而「男生身高曲線」則持續上升。

代號 12：用數學術語指出由 12 歲開始，曲線的斜度減少。

- 可以見到，斜率減少。
- 由 12 歲開始，曲線的改變比率減少。
- [學生計算 12 歲前和 12 歲後，x 軸與曲線之間的角度。] 一般來說，如使用「斜率」、「坡度」或「改變比率」等類似字眼，即可視作運用數學術語。

代號 13：比較真正的增加高度（比較可以是不明顯的）。

- 由 10 歲到 12 歲，約增高 15 公分，但由 12 歲到 20 歲，只大約增高了 7 公分。
- 由 10 歲到 12 歲，每年的平均增高率約是 7.5 公分，但由 12 歲到 20 歲，每年的平均增高率約為 2 公分。

零分

代號 01：學生指出女生身高跌至男生身高以下，但沒有提及「女生身高曲線」的斜度，或比較 12 歲前後女生的成長速度。

- 「女生身高曲線」跌至「男生身高曲線」之下。

若學生提及「女生身高曲線」的斜度減少，如同圖形呈現降至「男生身高曲線」以下，給予滿分（代號 11，12 或 13）。我們並不要求學生比較男生與女生的身高曲線，所以不要理會任何此類有關身高曲線的比較，並請根據答案的其餘部分作出判斷。

代號 02：其它錯誤答案，例如：雖然問題問的是圖表顯示了什麼，但答案卻沒有提及圖表的特點。

- 女孩較快成熟。
- 因為女生比男生先經歷青春，並較早達到成長高峰。
- 12 歲後，女孩便成長得不多。
[指出 12 歲後女孩的成長減慢，亦沒有提及圖表的特點。]

代號 99：沒有作答

問題 2：成長

根據這張圖，平均而言，哪一段時期的女孩身高會比同年齡的男孩高？

.....

成長 問題 2 計分

滿分

代號 21：寫出正確的時期，11-13 歲。

- 11-13 歲之間。
- 11 歲至 13 歲時，女孩的平均身高比男孩高。
- 11-13

代號 22：指出在 11 和 12 歲時，女孩比男

孩高。(以日常用語來說，這個答案是正確的，因為它指的是 11 歲至 13 歲這段時期)

- 11 和 12 歲時，女孩比男孩高。
- 11 和 12 歲。

部份分數

代號 11：其它 11、12、13 的搭配（不包含在滿分部分的搭配）。

- 12 至 13。
- 12
- 13
- 11
- 11.2 至 12.8。

零分

代號 00：其它答案

- 1998
- 過了 13 歲之後，女孩比男孩高。
- 10 歲到 11 歲這段時期，女孩比男孩高。

代號 99：沒有作答

M154：披薩

披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的披薩。小披薩的直徑是 30 公分，售價為 30 元。大披薩的直徑是 40 公分，售價為 40 元。

問題 1：披薩

那個披薩比較划算？寫出你的理由。

披薩 問題 1 計分

題旨：運用面積概念解決價錢比較問題

代號 2：提出一個常見的理由，如披薩表面積增加幅度高於價錢增加的幅度，推論出大披薩較划算。

- 披薩直徑和它的價錢數目一樣，但你拿到的披薩大小是以直徑來計算，所以你買大披薩時每元將能拿到較多的披薩。

代號 1：計算兩個披薩每元能買到的面積大小，推論出大披薩比較划算。

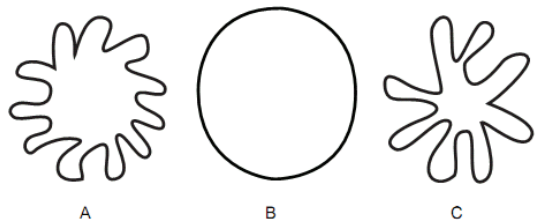
- 小披薩的面積是 $0.25 \times \pi \times 30 \times 30 = 225\pi$ ，每元能買到的大小是 23.6 平方公分；大披薩的面積是 $0.25 \times \pi \times 40 \times 40 = 400\pi$ ，每元能買到的大小是 31.4 平方公分；所以大披薩比較划算。

代號 8：它們都一樣划算。(此錯誤答案要另外編碼，因為我們想要追蹤有多少學生有此迷思概念。)

代號 0：其它錯誤答案或答案正確但無正確的理由。

代號 9：沒有作答

M158：形狀



問題 1：形狀

上面哪個圖形的面積最大？請寫出你的理由。

形狀 問題 1 計分

題旨：比較不規則圖形的面積

代號 1：B 圖，並說明合理的理由

- 它的面積最大，因為其它的圖可以放到它的裡面

代號 8：B 圖，沒有合理說明。

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

作答範例

代號 1：• B，它沒有鋸齒狀的邊緣，不會減少面積。A 和 C 就有缺口。

- B，因為它是完整的圖，另外的圖是像是少掉幾塊的圓。
- B，因為它沒有空缺的面積：



代號 8：• B，因為它有最大的表面積。

- 圓形。相當明顯。
- B，因為它比較大。

代號 0：• 它們都一樣。

問題 2：形狀

寫出一個估算圖 C 面積的方法。

形狀 問題 2 計分

題旨：評量學生對於測量不規則圖形面積的策略

代號 1：合理的方法：

- 在圖上畫出細格的正方形來覆蓋此圖形，並且計數包含此圖形一半的面積以上的細格數量。
- 切割圖形的凸出之處，重新排列成正方形，再測量正方形的邊長。
- 依照圖形建立一個立體模型，並以水填充。測量模型所用的水量及水的深度。從這些訊息來求面積。

代號 8：部分答案：

- 學生建議找出圓面積，再減去空缺的面積。然而，學生並未提到如何找出空缺的面積。
- 將圖形中每個凸出部分的面積加起來。

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

注意：此問題的關鍵在於學生是否提供決定面積的方法。評分架構(1, 8, 0)是學生描述方法的周延程度。

作答範例

代號 1：• 你能用許多圓，正方形或其它基本圖形來填滿這個圖形，所以就沒有空缺了。找出所有圖形的面積並加總。

- 把圖形重畫到方格紙上，計算所有占用的方格數。
- 畫出相同大小的方格並計算。方格愈小=愈精確。(在此學生

的描述是簡略的，但我們不計較學生的寫作技巧，而認為學生提供的方法是正確的)

- 做一個立體模型，裡面注入 1 公分深的水，然後測量所需要注入的水量。

代號 8：• 找出圖 B 的面積，然後找出空缺的面積，再從全部面積減去空缺的面積。

- 從圓面積減去圖形。
- 加上每塊的面積，如：



- 用一個類似的圖形，然後倒水進去。
- 使用圖形
- 圖 B 面積的一半
- 找出每個凸出之處的面積有多少 mm²，然後乘以 8。

代號 0：• 用繩子測量圖形的周長。將繩子圍成圓形，再用 πr^2 計算圖面積。(這裡學生描述的方法是錯的)

問題 3：形狀

寫出一個估算圖 C 周長的方法。

形狀 問題 3 計分

題旨：評量學生對於測量不規則圖形周長的策略

代號 1：合理的方法：

- 取一段繩子圍繞圖形的輪廓，

然後測量所用繩子的長度。

- 把圖形剪短到幾乎接近直線段，再把這些線段接成一直線，然後測量此直線長度。
- 測量一些凸出之處的長度，找出突出之處的平均長度，然後乘以 8(凸出處的數量) x 2

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

作答範例

代號 1：• 用毛線或繩子!!!

(在此學生的描述是簡略的，但我們不計較學生的寫作技巧，而認為學生提供的方法是正確的)

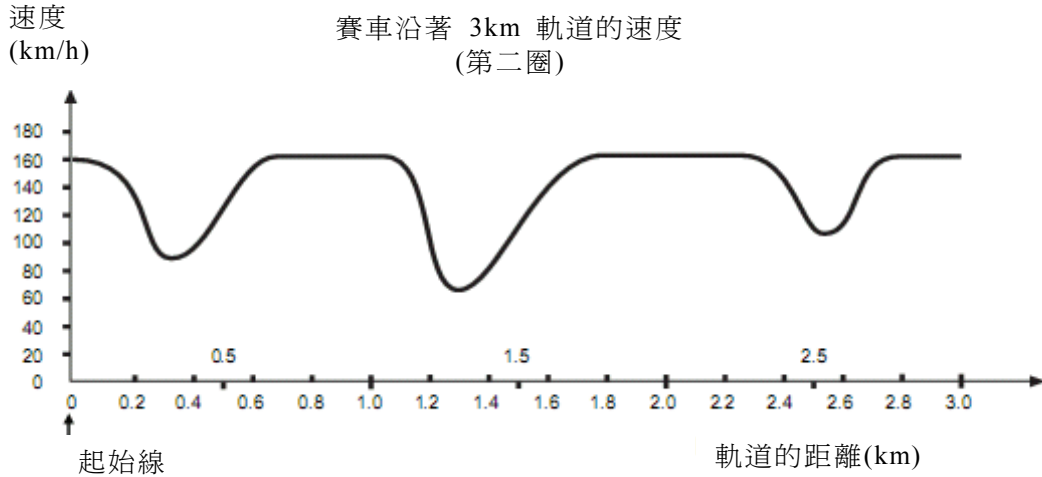
- 將圖形的邊緣切割成數個部分。測量每段長度再加總。(在此學生沒有明確說每段需要是接近直線，但我們假定他是對的，也就是說，他提供把圖形剪成數段的方法，每段假定是容易測量的)

代號 0：• 測量圍繞的輪廓。(此學生沒有建議任何測量方法。僅簡單的說「測量」但未提供如何測量的方法)

- 擴張圖形成為圓形。(在此學生雖然有提供方法，但此方法是錯的)

M159：賽車

下圖顯示一輛賽車在跑第二圈時，沿著一個平坦、3km 長軌道的速度變化。



問題 1：賽車速度

從起始線到軌道裡最長且平直部分的開始處，其大約距離為何？

- A 0.5 km
- B 1.5 km
- C 2.3 km
- D 2.6 km

賽車速度 問題 1 計分

滿分

代號 1：B 1.5 km

零分

代號 0：其他答案

代號 9：沒有作答

問題 2：賽車速度

在跑第二圈期間，哪個地方速度最低？

- A 在起跑線
- B 約在 0.8 km 處
- C 約在 1.3 km 處
- D 約在軌道的一半

賽車速度 問題 2 計分

滿分

代號 1：C 約在 1.3km

零分

代號 0：其他答案

代號 9：沒有作答

問題 3：賽車速度

你能說明在 2.6 km 到 2.8 km 之間的車速代表什麼意思嗎？

- A 車速維持不變。
- B 車速增加。

- C 車速減少。
- D 無法由圖中判斷車速

賽車速度 問題 3 計分

滿分

代號 1：B 車速增加。

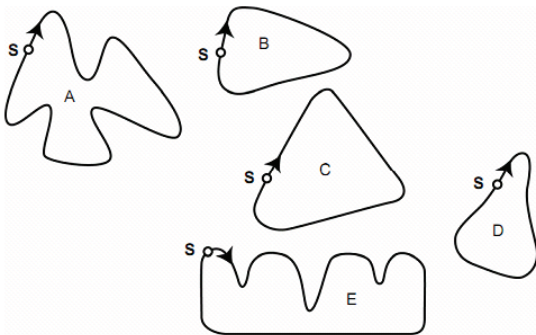
零分

代號 0：其他答案

代號 9：沒有作答

問題 4：賽車速度

在此有五條軌道的圖形：沿著哪個軌道駕駛賽車，會繪出如前述的速度變化圖？



S：起點

賽車速度 問題 4 計分

滿分

代號 1：B

零分

代號 0：其他答案

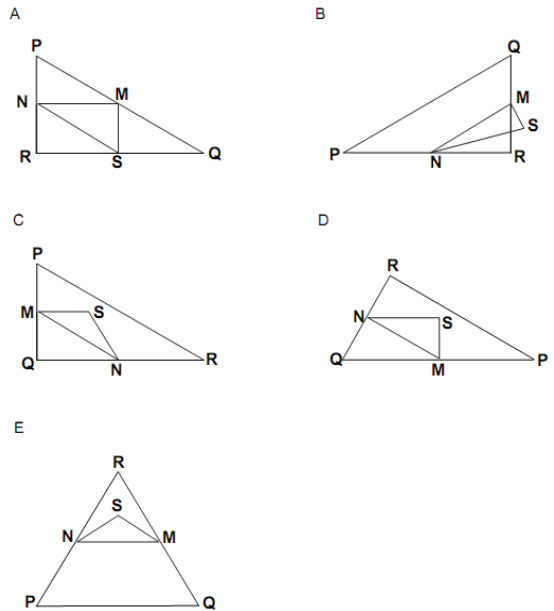
代號 9：沒有作答

M161：三角形

問題 1：三角形

圈選出符合下面敘述的三角形：

三角形 PQR 是一個直角三角形，且 R 為直角。線段 RQ 比線段 PR 短。M 為線段 PQ 的中點，且 N 為線段 QR 的中點。S 是三角形內部的一個點。線段 MN 比線段 MS 長。



三角形 問題 1 計分

滿分

代號 1：D

零分

代號 0：其他答案

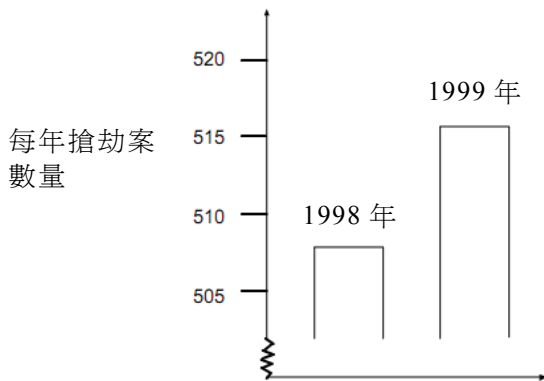
代號 9：沒有作答

M179：搶劫

問題 1：搶劫

電視主播呈現了下圖並報導：

「從圖表顯示，從 1998 年到 1999 年搶劫案數量有巨幅的上升」。



你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。

搶劫 問題 1 計分

注意：

以下代號中，答案「否」包括所有認為「該詮釋是不合理的」的句子，而答案「是」則包括所有認為「該詮釋是合理的」的句子。請不要單憑「是」或「否」來計分，而應看看答案解釋是否合理。

滿分

代號 21：不，不合理。指出我們看到的只是整個圖表的其中一小部分。

- 不合理，須顯示整個圖表。
- 我不認為那是合理的詮釋，因為如果顯示全圖的話，便能看到搶劫案的數目只是輕微上

升。

- 不合理，因為他只用了圖表上方的小部分。如果看到全圖由 0 到 520 的情況，便知道上升的幅度不是那麼大。
- 不，那只是因為該圖表讓人覺得數字巨幅上升。看數字增加並不多。

代號 22：不，不合理。用比率或百分比的數字作論據，論點正確。

- 不，不合理。與總數 500 比較，10 不是一個巨幅的增加。
- 不，不合理。計算百分比，約只有 2% 的增加。
- 不，多了 8 宗搶劫案，即上升了 1.5%。我認為那不是很多！
- 不，今年只多了 8 或 9 宗，與 507 宗比較，那不是很大的數字。

代號 23：要有趨勢的數據資料才可作出判斷。

- 我們不能說增加是否巨幅。若 1997 年的搶劫案數目與 1998 年的相同，那麼我們可以說 1999 年有巨幅增加。
- 有多「巨幅」，我們無從得知。因為至少需要兩個改變，才可判別哪個大，哪個小。

部份分數

代號 11：不，不合理，但欠缺詳細解釋。

- 只有討論搶劫案的實際增加數字，但沒有將它與總數比較。

- 不合理。搶劫案數目大約增加了 10 宗。用「巨幅」一詞去形容搶劫案數目增加的真實情況不正確。搶劫案數目只大約增加了 10 宗，我不會稱之為「巨幅」。
- 由 508 至 515 不是一個大增加。
- 不，因為 8 或 9 不是一個大數目。
- 有點不合理。由 508 至 515 是有增加，但不是巨幅的增加。

注意：

由於圖表的比例尺不是太清楚，因此如果搶劫案增加的數字在 5 至 15 之間，可以接受。

代號 12：不，不合理。方法正確但有輕微計算錯誤。

- 方法和結論皆正確，但計算出來的百分比是 0.03%。

零分

代號 01：不。表示不合理，但沒有提供解釋、沒有充分解釋或解釋不正確。

- 不，我不同意。
- 主播不應用「巨幅」這個字眼。

- 不，這是不合理的。主播 (記者)經常喜歡誇大。

代號 02：是。基於圖表的形狀，因而指出搶劫案數字雙倍增加。

- 是，圖形的高度雙倍增加。
- 是，搶劫案數字差不多雙倍增加。

代號 03：是。沒有提供解釋，或提供代號 02 以外的解釋。

代號 04：其它答案

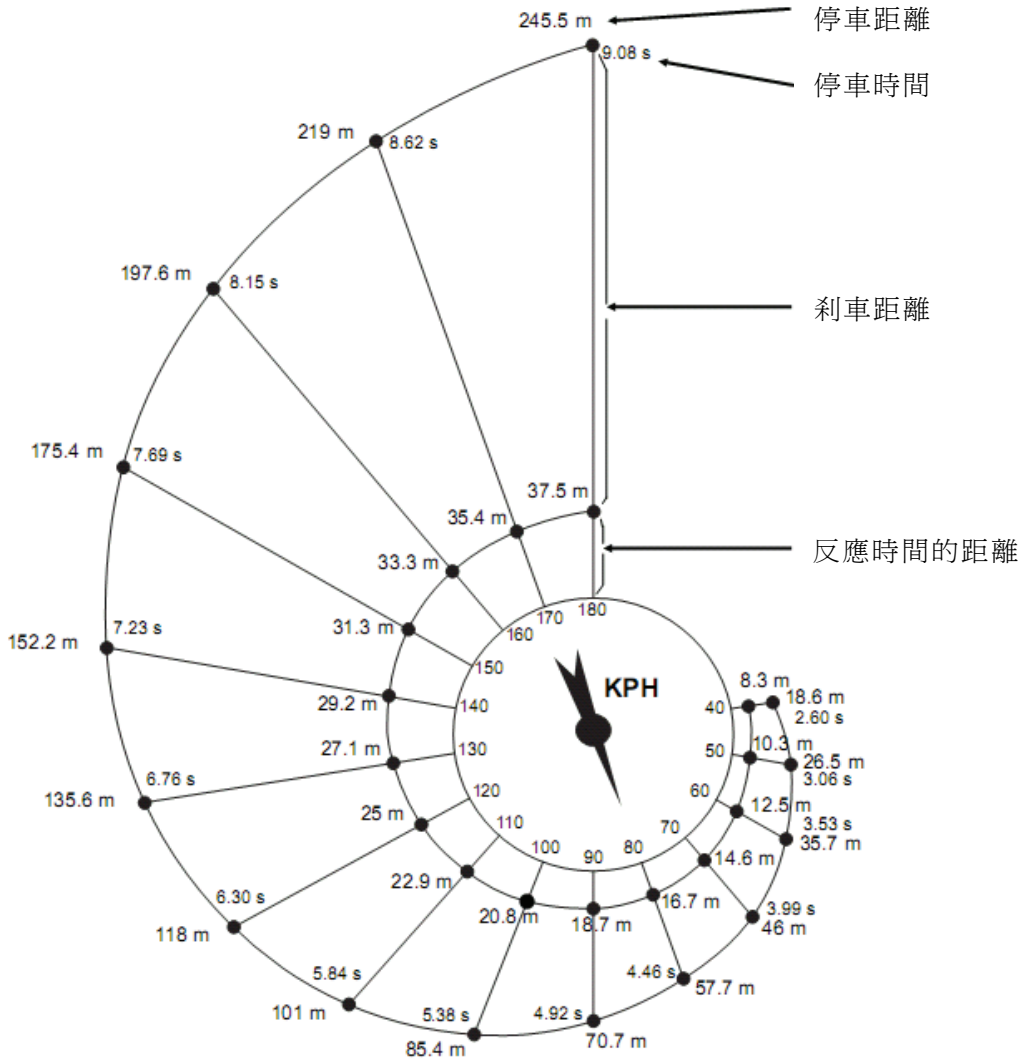
代號 99：沒有作答

M215：剎車

如果要停止一輛移動中的車子，所需要的距離大約是下列的總和：

- 當司機開始準備踩剎車前的距離 (反應時間的距離)
- 踩下剎車後的距離 (剎車距離)

下面的「蝸牛圖」顯示在良好的剎車情況下 (一位特別謹慎靈敏的司機、正常的剎車系統和輪胎，以及乾燥且平整的路面)，停止距離如何受到行車速度快慢的影響。



問題 1：剎車

若車子的速度為 110 kph，則司機反應時間的距離是多少？

剎車 問題 1 計分

題旨：從圖中閱讀訊息的能力。

代號 1：22.9 m (單位非必要)

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

問題 2：剎車

若車子速度為 110 kph，則車子完全停止所需距離是多少？

剎車 問題 2 計分

題旨：從圖中閱讀訊息的能力。

代號 1：101 公尺 (單位非必要)

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

問題 3：剎車

若車子速度為 110 kph，則完全停住需要多少時間？

剎車 問題 3 計分

題旨：從圖中閱讀訊息的能力。

代號 1：5.84 秒(單位非必要)

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

問題 4：剎車

若車子速度為 110 kph，則踩剎車後所移動的距離為何？

剎車 問題 4 計分

題旨：從圖中閱讀訊息的能力。

代號 1：78.1 公尺 (單位非必要)

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

問題 5：剎車

第二位司機，在良好的情況下，完全停止所需距離為 70.7 米。則踩剎車前的行駛速度是多少？

剎車 問題 5 計分

題旨：從圖中閱讀訊息的能力。

代號 1：90 kph (單位非必要)

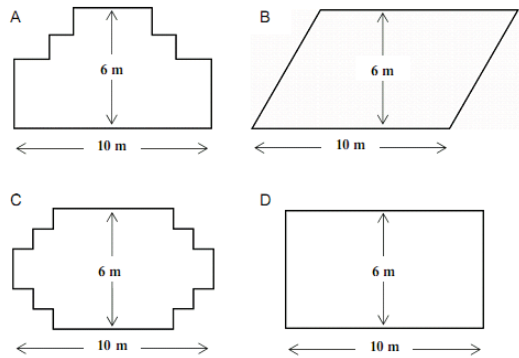
代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

M266：木匠

問題 1：木匠

木匠有 32 公尺的木材，想要在花園周圍做邊界。他考慮將花園設計成以下的造型。



上面花園的設計是否可以用長 32 公尺的木板來圍成，在下表中的每一種設計圈出是或否。

花園的設計	是否能用長度32公尺的木板圍成
A 設計	是 / 否
B 設計	是 / 否
C 設計	是 / 否
D 設計	是 / 否

木匠 問題 1 計分

滿分

代號 2：答對四項。

A 設計 是

B 設計 否

C 設計 是

D 設計 是

部份分數

代號 1：答對三項。

零分

代號 0：答對二項或以下。

代號 9：沒有作答

M267：陽臺**問題 1：陽臺**

尼尼想要在新房子的長方形陽臺鋪磁磚。這個陽臺的長為 5.25 公尺，寬為 3.00 公尺。每 1 平方公尺牠需要 81 塊磁磚。請計算尼尼鋪完整個陽臺需要多少磁磚。

陽臺 問題 1 計分**滿分**

代號 2：1275, 1276 或 1275.75 (單位非必要)。

部份分數

代號 1：15.75 (單位非必要)

或

在 5m x 3m 有 1215 個磁磚

(此得分用來說明學生能計算平方公尺的整數部分所用的磁磚數，但不能計算小數部分的磁磚。參考作答範例)

或

計算面積錯誤，但正確乘 81

或

將面積四捨五入，然後正確乘以 81

零分

代號 0：其它答案

代號 9：沒有作答

作答範例

代號 2：• $5.25 \times 3 = 15.75 \times 81 = 1276$

代號 1：• $5.25 \times 3 = 15.75$

• $15.75 \times 81 = 9000$

• $81 \times 15 = 1215$;

$1215 + 21 = 1236$

• $5.25 \times 3.0 = 15.75 \text{ m}^2$ ；所以

$15.75 \times 1275.75 = 1376$ 個磚塊

(此學生第一部分正確，但第二部分錯誤。第一部分可以給分，忽略第二部分。所以分數是 1)

5m						
	81	81	81	81	81	
	81	81	81	81	81	
	81	81	81	81	81	3m

中文版權：國立台南大學

英文版權：OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development)

PISA (Programme for International Student Assessment)

轉載出處：PISA 台灣網站 (<http://pisa.nutn.edu.tw/pisa03.html>)