
應用田口方法於賽馬最佳化之研究

李義評* 陳靜妹
臺中縣立龍海國民小學

前言

田口方法是一種能同時處理多變因及水準的一種實驗計畫法，本文運用田口方法的步驟，來探討影響「賽馬」的因素（變數），逐步找出每一種因素的影響程度、哪一種設計能讓你的馬行走速度越慢、所夾重物越輕。

壹、研究動機

在上”力的世界”單元中，介紹生活中的摩擦力，可是摩擦力受到很多因素的影響。爲了更深入了解摩擦力，進行「賽馬」的實驗，每匹馬的外形都類似，爲什麼實驗結果不同，想深入進行研究。

貳、研究目的

1. 我們要研究怎麼設計可讓馬走的速度較慢？
2. 我們要研究怎麼設計，馬所懸吊重量(曬衣夾)會較輕？
3. 每一因素影響走的時間和懸吊重量的程度？

參、研究過程與方法

田口方法（Taguchi methods）是田口玄一博士由實驗計畫法中所發展出來的技術，所謂實驗計畫法，就是以較少的實驗組合，較低的成本與時間進行實驗，取得品質最佳化的境界。田口方法用來調整設計變因時，必須經過一些流程（圖一），方可將這些變因作最佳的配置。現利用調整設計變因來對田口方法做個簡單的說明。

一、決定品質特性：

在此次實驗中的品質特性有二種：

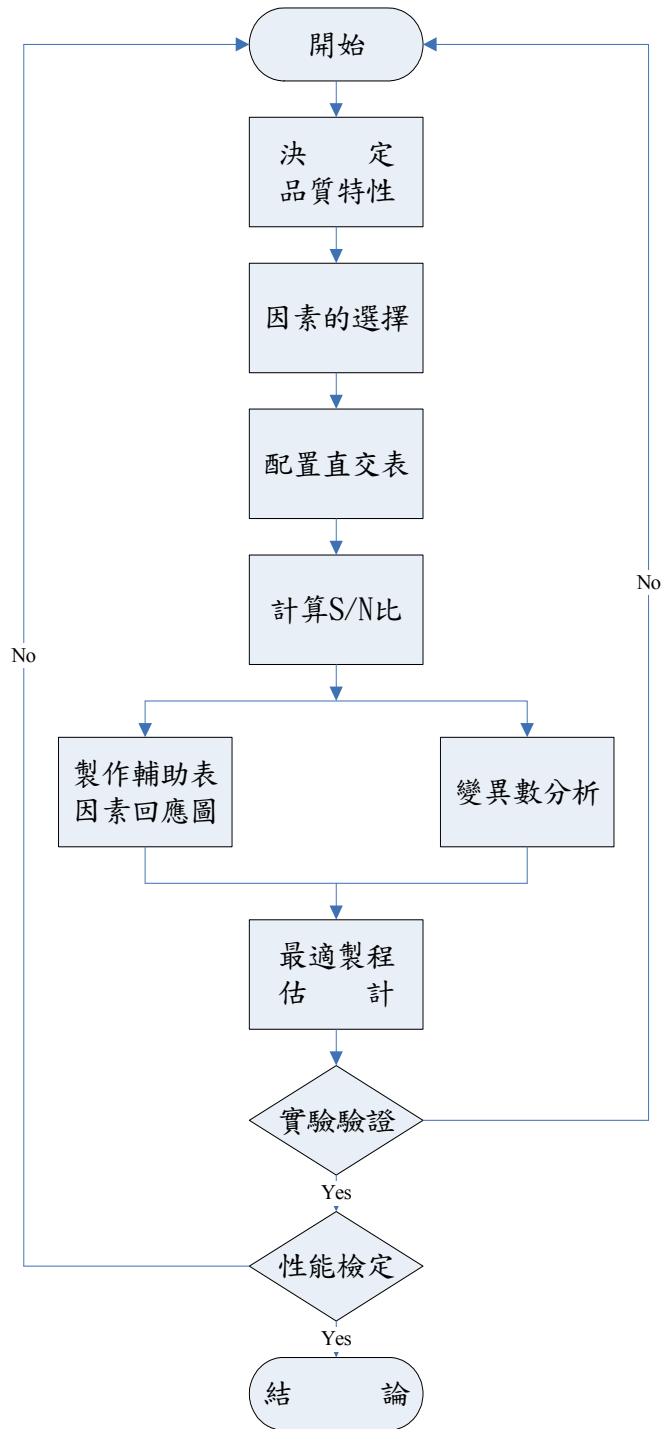
1. 時間：馬走 50 公分的時間越久越好，所以是一種望大特性。
2. 懸吊重量：馬行走所需重量越小越好，所以是一種望小特性。

兩種品質特性，有不同的 S/N 比（信號雜因比）的計算方式。

二、因素的選擇：

1. A（桌面材質）：以不同的桌面材質做分類，共六種。分別是木頭、桌巾、桌墊、水泥地、電腦桌及塑膠桌。
2. B（夾子種類）：三種不同大小的曬衣夾，給予代號大夾、中夾、小夾。
3. C（線種類）：三種線，分別是縫衣線、棉線、尼龍線。但線的長度固定爲 65 公分。

*爲本文通訊作者



圖一、田口方法流程圖

4. D (線的位置): 由中間、上方往下量長度後, 用膠帶將線固定。
5. E (腳粗細): 由中間量測, 以 2 公分為例, 中間左右各 1 公分。為三角形的底。
6. F (腳長短): 由最上方到最下方的長度。
7. G (腳高度): 中間下方往上量。為三角形的高。

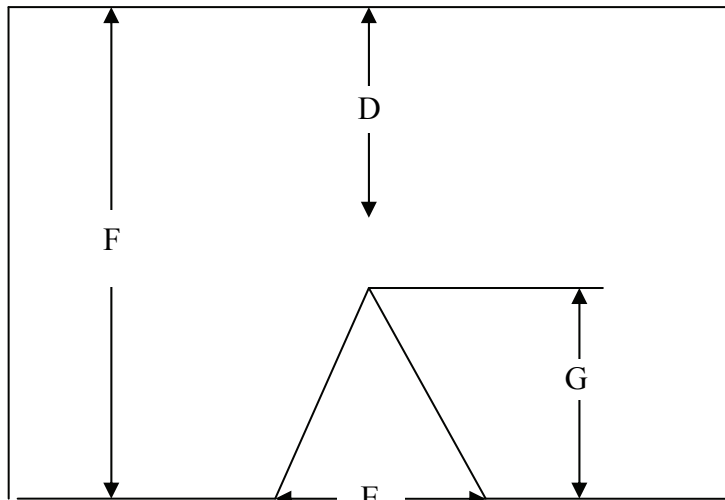
因素 4~7 項, 如圖二, 將上述因素以表一所示。

三、直交表

共有七因素, 其中有一因素六水準, 其餘六因素三水準, 所以選用 L18 直交表, 如表二所示, 表中數字 1 表示第一水準, 其餘數字 2、3……以此類推。

四、實驗結果和 S/N 比的計算

因採用 L18 直交表, 所以需做 18 種實驗, 每種實驗各做三次 (N1, N2, N3), 實驗過程如照片所示。



圖二、馬正面及因素說明

表一：因素配置及水準別

因素	水準	1	2	3	4	5	6
A (桌面材質)		木頭	桌巾	桌墊	水泥地	電腦桌	塑膠桌
B (夾子種類)		大夾	中夾	小夾			
C (線種類)		縫衣線	棉線	尼龍線			
D (線的位置)		2.5cm	3.5cm	4.5cm (3)(3)			
E (腳粗細)		2cm	3cm	4cm			
F (腳長短)		8cm	9cm	10cm			
G (腳高度)		2.5cm	3cm	3.5cm			

表二：馬 L18 直交表，由直交表配置進行馬的製作

因素 實驗序號	A	B	C	D	E	F	G
1	木頭(1)	大夾(1)	縫衣線(1)	2.5cm(1)	2cm(1)	8cm(1)	2.5cm(1)
2	木頭(1)	中夾(2)	棉線(2)	3.5cm(2)	3cm(2)	9cm(2)	3cm(2)
3	木頭(1)	小夾(3)	尼龍線(3)	4.5cm(3)	4cm(3)	10cm(3)	3.5cm(3)
4	桌巾(2)	大夾(1)	縫衣線(1)	3.5cm(2)	3cm(2)	10cm(3)	3.5cm(3)
5	桌巾(2)	中夾(2)	棉線(2)	4.5cm(3)	4cm(3)	8cm(1)	2.5cm(1)
6	桌巾(2)	小夾(3)	尼龍線(3)	2.5cm(1)	2cm(1)	9cm(2)	3cm(2)
7	桌墊(3)	大夾(1)	棉線(2)	2.5cm(1)	4cm(3)	9cm(2)	3.5cm(3)
8	桌墊(3)	中夾(2)	尼龍線(3)	3.5cm(2)	2cm(1)	10cm(3)	2.5cm(1)
9	桌墊(3)	小夾(3)	縫衣線(1)	4.5cm(3)	3cm(2)	8cm(1)	3cm(2)
10	水泥地(4)	大夾(1)	尼龍線(3)	4.5cm(3)	3cm(2)	9cm(2)	2.5cm(1)
11	水泥地(4)	中夾(2)	縫衣線(1)	2.5cm(1)	4cm(3)	10cm(3)	3cm(2)
12	水泥地(4)	小夾(3)	棉線(2)	3.5cm(2)	2cm(1)	8cm(1)	3.5cm(3)
13	電腦桌(5)	大夾(1)	棉線(2)	4.5cm(3)	2cm(1)	10cm(3)	3cm(2)
14	電腦桌(5)	中夾(2)	尼龍線(3)	2.5cm(1)	3cm(2)	8cm(1)	3.5cm(3)
15	電腦桌(5)	小夾(3)	縫衣線(1)	3.5cm(2)	4cm(3)	9cm(2)	2.5cm(1)
16	塑膠桌(6)	大夾(1)	尼龍線(3)	3.5cm(2)	4cm(3)	8cm(1)	3cm(2)
17	塑膠桌(6)	中夾(2)	縫衣線(1)	4.5cm(3)	2cm(1)	9cm(2)	3.5cm(3)
18	塑膠桌(6)	小夾(3)	棉線(2)	2.5cm(1)	3cm(2)	10cm(3)	2.5cm(1)

(一) 實驗結果：

如表三、表四所示。

表三、跑時間實驗結果 S/N 比 (單位：百分秒)

	N1	N2	N3	σ^2	S/N 比
1	78	87	104	0.00013	38.8724
2	124	137	137	5.72E-05	42.42616
3	216	147	178	3.31E-05	44.80294
4	203	326	246	1.67E-05	47.76413
5	133	135	124	5.88E-05	42.30528
6	150	133	114	5.93E-05	42.26888
7	171	163	132	4.31E-05	43.65763
8	304	247	261	1.4E-05	48.54996
9	656	873	791	1.74E-06	57.58276
10	181	241	264	2.07E-05	46.84103
11	132	132	110	6.58E-05	41.81711
12	71	89	94	0.000146	38.35852
13	134	146	116	5.9E-05	42.29342
14	112	123	123	7.06E-05	41.50958
15	277	239	145	2.6E-05	45.84459
16	189	166	120	4.46E-05	43.50896
17	301	286	355	1.04E-05	49.82996
18	122	151	131	0.002201	26.5736

表四、懸吊重量實驗結果 S/N 比 (單位：公克)

	N1	N2	N3	σ^2	S/N 比
1	9	9	9	81	-19.0849
2	8	8	8	64	-18.0618
3	5	5	5	25	-13.9794
4	8	8	8	64	-18.0618
5	9	9	9	81	-19.0849
6	7	7	7	49	-16.902
7	8	8	8	64	-18.0618
8	6	6	6	36	-15.563
9	4	4	4	16	-12.0412
10	8	8	8	64	-18.0618
11	6	6	6	36	-15.563
12	7	7	7	49	-16.902
13	8	8	8	64	-18.0618
14	6	6	6	36	-15.563
15	4	4	4	16	-12.0412
16	7	7	7	49	-16.902
17	5	5	5	25	-13.9794
18	4	4	4	16	-12.0412

(二) S/N 比運算如下：

(1) 跑的時間：是望大特性，S/N 比計算方法是

$$\text{variance: } \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{y_i^2} \right)$$

$$S/N: \eta = -10 \log \sigma^2$$

以第一種實驗為例，S/N 比的計算如下

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{78^2} + \frac{1}{87^2} + \frac{1}{104^2} \right) = 0.00013$$

$$\eta = -10 \log \sigma^2 = 38.8724$$

可推得 S/N 比為 38.8724，第二、三……種實驗的 S/N 比依此類堆。

(2) 懸吊重量：是望小特性，S/N 比計算方法是

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2$$

$$\eta = -10 \log \sigma^2$$

以第一種實驗為例，S/N 比的計算如下

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 y_i^2 = \frac{1}{3} (9^2 + 9^2 + 9^2) = 81$$

$$\eta = -10 \log \sigma^2 = -19.0849$$

可推得 S/N 比為 -19.0849，第二、三……種實驗的 S/N 比依此類堆。

五、變異數分析

舉例說明以跑時間為例，懸吊重量實驗計算類似

(一) 計算各水準平均值 ($\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots$)

以因素 A 為例，水準平均值：為每一水準出現在各種實驗的 S/N 比的總和，除以出現的次數，計算結果如下。

$$\bar{A}_1 = \frac{(y_1 + y_2 + y_3)}{3} = 42.03$$

$$\bar{A}_2 = \frac{(y_4 + y_5 + y_6)}{3} = 44.11$$

$$\bar{A}_3 = \frac{(y_7 + y_8 + y_9)}{3} = 49.93$$

$$\bar{A}_4 = \frac{(y_{10} + y_{11} + y_{12})}{3} = 42.34$$

$$\bar{A}_5 = \frac{(y_{13} + y_{14} + y_{15})}{3} = 43.22$$

$$\bar{A}_6 = \frac{(y_{16} + y_{17} + y_{18})}{3} = 45.27$$

其餘 $\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots$ 類推。

(二) 自由度 (f)

A 的自由度 f_A 為水準別減一，計算結果如下。

$$f_A = n - 1 = 5$$

其餘 f_B, f_C, \dots 類推。

(三) 全變動

$$m = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = 44.48$$

$$S_T = \sum_{i=1}^N (y_i - m)^2 = 343.72$$

(四) 修正項 (CF) (S_m)

$$S_m = \frac{1}{N}(y_1 + y_2 + \dots + y_N)^2$$

$$= \frac{1}{18}(y_1 + y_2 + \dots + y_{18})^2$$

$$= 35619.37$$

(五) 因素的變動 (S_A, S_B, \dots)

因素 A 之變動 S_A 計算如下

$$S_A = \frac{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + A_5^2 + A_6^2}{3} - S_m$$

$$= 126.3382$$

其餘 S_B, S_C, \dots 類推。

(六) 因素的變異 (V_A, V_B, \dots)

因素 A 之變動 V_A 計算如下

$$V_A = \frac{S_A}{f_A} = \frac{126.34}{5} = 25.27$$

其餘 V_B, V_C, \dots 類推。

(七) 純變動 (S'_A, S'_C, \dots)

$$V_e = \frac{S_B + S_f + S_g}{f_B + f_f + f_g} = \frac{10.03}{6} = 1.67$$

$$S'_A = S_A - (f_A)(V_e) = 117.98$$

其餘 S'_C, S'_D, S'_E 類推。

(八) 貢獻率 (P_A, \dots)

$$P_A = (S'_A) \left(\frac{100}{S_T} \right) = 34.33$$

其餘 P_C, P_D, P_E 類推。

將上述資料整理成變異數分析表，如表五、表六所示

表五、跑的時間實驗結果變異數分析

因素	水準別						f	s	v	S'	ρ
	1	2	3	4	5	6	自由度	變動	變異	純變動	貢獻率
A	42.03	44.11	49.93	42.34	43.22	45.27	5	126.3382	25.27	117.98	34.33
B	43.82	44.41	45.22				* 2	4.367213	2.18		
C	46.95	41.92	44.58				2	74.42561	37.21	71.08	20.68
D	41.77	44.41	47.28				2	94.91021	47.46	91.57	26.64
E	43.46	46.43	43.66				2	38.01821	42.45	34.68	10.09
F	43.69	45.14	44.62				* 2	4.914413	2.46		
G	44.15	44.98	44.32				* 2	0.745613	0.37		
誤差							6	10.03	1.67	28.41	8.27
總計							17	343.72		343.72	100

(*) 表統合誤差：變異較小的誤差加以統合後，後續分析不予考慮。

表六、懸吊重量實驗結果變異數分析

因素	水準別						f	s	v	S'	ρ
	1	2	3	4	5	6	自由度	變動	變異	純變動	貢獻率
A	-17.04	-18.02	-15.22	-16.84	-15.22	-14.31	5	29.42	5.88	22.44	22.23
B	-18.04	-16.3	-13.98				2	48.63	24.31	45.84	45.41
C	-15.13	-17.04	-16.16				2	11.74	5.87	8.95	8.86
D	-16.2	-16.26	-15.87				*2	1.30	0.65		
E	-16.75	-15.64	-15.94				*2	4.73	2.36		
F	-16.6	-16.18	-15.55				*2	4.12	2.06		
G	-15.98	-16.26	-16.09				*2	1.01	0.51		
誤差							8	11.16	5.58	23.72	23.5
總計							17	100.94		100.94	100

(*) 表統合誤差：變異較小的誤差加以統合後，後續分析不予考慮。

(九) 最佳配置的估計

1. 跑的時間：將變異較大 A, C, D, E 的因素，畫成因素效果圖（回應圖），如圖三所示。由圖中可知 A, C, D, E 因素各水準 S/N 比的分布趨勢，以因素 D 為例，其第三水準的 S/N 比最大為最好的選擇，且因 D 為遞增趨勢，若進行下一次田口實驗時，需取較大的值做水準別。取各因素最佳配置（S/N 比最大）為 $\bar{A}_3, \bar{C}_1, \bar{D}_3, \bar{E}_2$ ，可推得其估計值為

$$\begin{aligned} \mu &= m + \left(\bar{A}_3 - m \right) + \left(\bar{C}_1 - m \right) \\ &\quad + \left(\bar{D}_3 - m \right) + \left(\bar{E}_2 - m \right) \\ &= 44.48 + (49.93 - 44.48) + (46.95 - 44.48) \\ &\quad + (47.28 - 44.48) + (46.43 - 44.48) \\ &= 57.137 \end{aligned}$$

$$57.137 = -10 \log \left(\frac{1}{\hat{y}^2} \right) \Rightarrow \hat{y} = 718$$

由實驗來加以驗證，共做三次實驗，得第一次實驗 766，第二次實驗 782，第三次實驗 715，平均 754，如圖三。

2. 懸吊重量：將變異較大 A, B, C 的因素，畫成因素效果圖（回應圖），如圖四所示。由圖中可知 A, B, C 因素各水準 S/N 比的分布趨勢，以因素 B 為例，其第三水準的 S/N 比最大為最好的選擇，且因 B 為遞增趨勢，若進行下一次田口實驗時，需取較大的值做水準別。取各因素最佳配置（S/N 比最大）為 $\bar{A}_6, \bar{C}_1, \bar{B}_3$ ，可推得其估計值為

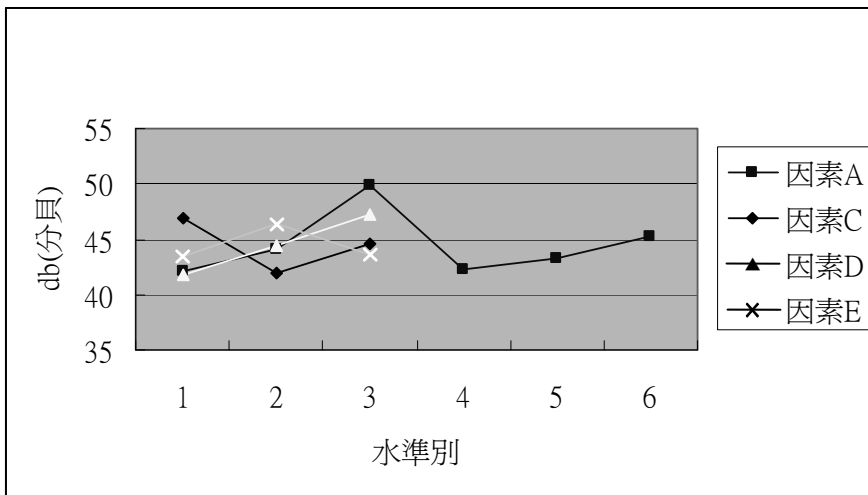
μ

$$\begin{aligned}
 &= m + (\bar{A}_6 - m) + (\bar{B}_3 - m) + (\bar{C}_1 - m) \\
 &= -16.11 + (-14.31 + 16.11) + \\
 &\quad (-13.98 + 16.11) + (-15.13 + 16.11) \\
 &= -11.2
 \end{aligned}$$

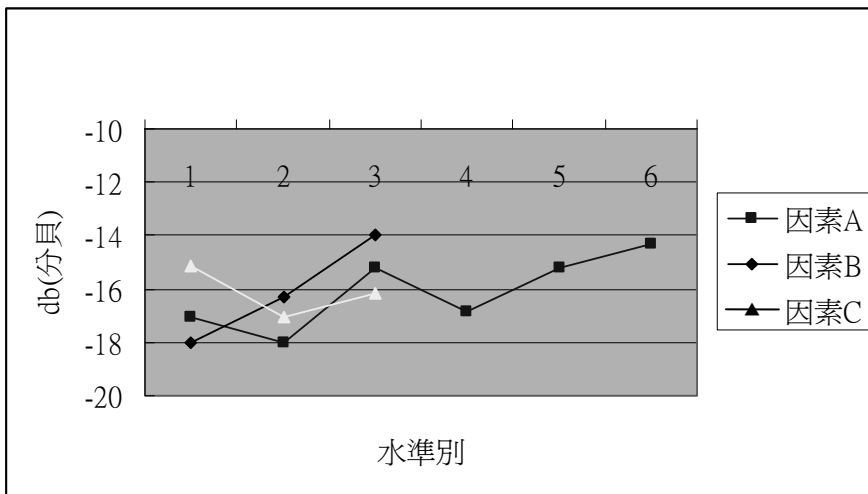
$$-11.2 = -10 \log \left(\hat{y}^2 \right) \Rightarrow \hat{y} = 3.6$$

由實驗來加以驗證，共做三次實驗，得第一次實驗 4、第二次實驗 4、第三次實驗 4，平均 4，如圖四。

由驗證可知，實驗值和推定值無明顯差距，顯示此次設計出來的品質具有相當的穩定性。



圖三、跑的時間主要因素效果回應圖



圖四、吊重物主要因素效果回應圖

肆、研究結果：

表七、跑的時間

貢獻率	時間	說明
34.33	桌面材質： 桌墊 > 塑膠桌 > 桌巾 > 電腦桌 > 水泥地 > 木頭	和桌面的摩擦力成正比，表面越光滑，跑的時間越短。
	夾子種類： 小夾 > 中夾 > 大夾	夾子越小，跑的效果較佳（動作越明顯），跑的時間越長。
20.68	線種類： 縫衣線 > 尼龍線 > 棉線	在懸吊重量時，線會跟桌角接觸，線越細，跑的時間越長。
26.64	線的位置： 4.5cm > 3.5cm > 2.5cm	線越平，垂直方向力量較小，跑的時間越長。
10.09	腳粗細： 3cm > 4cm > 2cm	3cm 左右最佳，比 3 大或小皆會縮短跑的時間。
	腳長短： 9cm > 10cm > 8cm	9cm 左右最佳，比 9 大或小皆會縮短跑的時間。
	腳高度： 3cm > 3.5cm > 2.5cm	3cm 左右最佳，比 3 大或小皆會縮短跑的時間。

表八、懸吊重量

貢獻率	重量	說明
22.23	桌面材質： 塑膠桌 > 電腦桌 = 桌墊 > 水泥地 > 木頭 > 桌巾	和桌面的摩擦力大約成反比比，表面越光滑，所懸吊重量較少。
45.41	夾子種類： 小夾 > 中夾 > 大夾	夾子越小，與桌面接觸越少，所懸吊重量較少。
8.86	線種類： 縫衣線 > 尼龍線 > 棉線	在懸吊重量時，線會跟桌角接觸，線越細，所懸吊重量較少。
	線的位置： 4.5cm > 2.5cm > 3.5cm	線越平，垂直方向力量較小，所懸吊重量較少。
	腳粗細： 3cm > 4cm > 2cm	3cm 左右最佳，比 3 大或小皆會增加懸吊重量。
	腳長短： 10cm > 9cm > 8cm	腳越長，較具有柔軟性，會減少懸吊重量。
	腳高度： 3cm > 3.5cm > 2.5cm	3cm 左右最佳，比 3 大或小皆會增加懸吊重量。

伍、討論與結論

1. 由跑的時間觀點來看,主要影響因素有四個(桌面材質、線種類、線位置、腳粗細)佔有 91.74%的貢獻率。而懸吊重量觀點來看,主要影響因素有三個(桌面材質、夾子種類、線種類)佔有 76.5%的貢獻率。兩個觀點交互分析,都是主要因素有兩個(桌面材質、線種類)。
2. 由於多變數實驗常需很多次實驗才能完整考慮所有實驗情形,分析眾多資料會耗時並容易運算錯誤。田口方法用來做為多變數實驗時有下列優點(1)實驗次數少,以此次實驗為例需做 18 次實驗,相當於 4374 (6×9×9×9) 次實驗成果。(2)可以解析出每一因素的影響程度(貢獻率),並能將影響程度較小的因素作排除,做為下一次設計的參考。

陸、參考資料

- 吉澤正孝,田口式品質工程講座 1:開發、設計階段的品質工程,中國生產力中心,1990。
- 橫山子,田口式品質工程講座 4:品質設計的實驗計畫法,中國生產力中心,1991。
- 瀧川洋二、山村紳一郎,66 個挑戰創意的科學實驗,世茂出版社,2003。
- 徐鳴鯨,應用田口方法於石碇之教具與教學手冊開發之研究,華梵大學,民國九十三年六月。
- 楊玉如,應用主成份分析方法於多重品質製程最佳化之研究,國立交通大學,民國八十五年六月。
- 李義評,模糊控制塑膠射出成型機射出速度及保壓之研究,國立成功大學,民國八十五年六月。