

論科學與數學之統整

蔡淑君 段曉林

國立彰化師範大學科學教育研究所

摘 要

一般人認為科學與數學之間有著密切的關係，學生在學習的過程中勢必也將此兩學科的知識互相連結應用，然而國內探討這兩門學科之間的連結卻很少。本文首先論述科學與數學統整之理論，能夠了解統整兩學科的模式可區分兩類：連續區(continuum)和目的(sake)模式，並分別依不同模式加以定義。其次再由探究數學與科學的素養(聽、說、讀、寫的能力)論述統整，並討論數學語言在數學與科學學習情境中的角色。最後本文藉由溫度與熱單元進行兩學科間課程綱要的比較範例，突顯科學與數學學習的相關性，冀望提高教師在科學與數學統整方面的注意。

關鍵字：科學與數學統整、數學語言

一、前言

許多研究提出學生的科學學習與其擁有的數學基礎有密切的關係 (American Association for the Advancement of Science, [AAAS], 1990; Berlin & White, 1998; Czerniak, Weber, Sandmann & Abern, 1999; Farenga & Joyce, 1999; Ormerod & Duckworth, 1975)。美國科學促進協會在推動的 2061 課程計劃之研究報告—全民的科學《Science for All Americans》(American Association for the Advancement of Science[AAAS], 1990)，尚特別針對數學本質開闢一章來探討此相關性，不但強調數學是科學的一部份，並將數學視為溝通科學間的語言，以呈現數學在科學中重要的地位。除了 2061 課程計劃，近十年來

國內外科學與數學的教育政策宣令，如《Benchmarks for Science Literacy》(AAAS, 1993)、《National Science Education Standards》(National Research Council, [NRC], 1996)、《Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics》(National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 1989)，以及國內推行的九年一貫課程綱要(教育部，2004)等等，都指出科學與數學密切的關聯性，因此科學與數學的教育研究逐漸注重彼此間的連結(Brown & Wall, 1976; Berlin & White, 1998; Czerniak et al, 1999; Davison, Miller & Metheny, 1995; Lonning & DeFranco, 1997; Underhill, 1995)。

目前國內外科學教育非常強調科學探究，在科學探究過程中常需使用到數學，數

學是提問或回答有關自然世界問題的基礎，它被用來問問題，收集、組織、呈現數據，且建構能使人信服的解釋。總而言之，數學在科學探究的各層面都扮演重要的角色(NRC, 1996)。然而，研究(Farenga & Joyce, 1999)指出，學生在科學上學習的困難常源自於學生在數學學習上的困難，而學生在數學上的障礙常使得其在學習科學態度上構成負面的影響。而數學的障礙不僅只是計算能力方面，還涉及收集資料、圖表能力、尋找模式(pattern)等等的數學素養，在科學的應用上都必須受到重視。

隨著時代快速的變遷與需求，在一波波的科學教育改革中，從以往強調知識的記憶轉向強調學生學習解決問題的能力。然而，要能具備解決問題的能力，絕非單獨運用特定的學科知識或技能即可達成。有鑑於此，近期國內教育改革注重生活中的實際經驗，將學科的相關知識及技能綜合，冀望學生能運用所學解決所面臨的問題，於是打破過去學科分科的態度，朝向將各相關學科之間的運用進行整合。此波教育改革的方向確實已考慮了學生所學習到的知識運用，然而就自然與生活科技領域來說，為了讓學生所學習到的知識更趨於整體，學生的學習應是跨越更大的領域範疇，除了包括物理、化學、生物、地球科學、生活科技等科學學科，甚至包含語言、數學...等等，都必須將相關的知識或技能加以綜合。尤其是科學與數學的課程內容互為相輔相成，如科學中的拋體運動單元與數學的二次函數概念極為密切，或是學習科學的溫度與熱單元必須具備數學的解

讀圖表訊息的技能，處處可見科學與數學的學習必須整合。

反觀現有的課程設計，國中科學與數學的課程仍然是分屬兩大領域，基於如此教育環境的限制，並且認為語言是統整科學與數學的最高形式，因而本文將統整科學與數學的理念聚焦在探討理化課室中師生運用數學素養的情形，特別是數學語言在科學學習過程中的角色，作為討論統整科學與數學的基石。數學語言意指除了數學的特定術語如平均值、函數、斜率之外，還包含表現數學概念的圖、表或方程式，以及數學概念的日常用語如每天、總共等等。李暉(2000)在其科學話語的研究中提到 Vygotsky(1962)認為語言是思維發展的基礎，而學生科學概念的建構是藉由科學話語不斷進行社會磋商的動態過程，透過科學語言的使用有助於科學概念的建構，Wittgenstine 也提出語詞(word)的意義存在於它的用法之中(尙志英譯，1995)，於是探討數學語言的研究必須討論其情境上的運用。從科學與數學發展的歷史來看，數學語言是科學學習或教學中不可或缺的元素，而且不論強調科學素養或是數學素養，都是要求學生能夠在這兩個學科之間互動學習。有鑑於此，探討在理化課室中教師及學生如何使用數學語言教學與學習，以及數學語言如何影響學生的科學學習的問題是非常重要的議題。

二、科學與數學統整的理論基礎

Ormerod 與 Duckworth(1975)在其研究中指出，學生對科學課程感到困難的原因，

是源於其數學能力的障礙。統整科學與數學已被作為提升學生理解、成就、態度的一項途徑，認為統整科學與數學的策略很有可能幫助學生獲得學科間緊密的聯結與相關性 (Berlin & White, 1998)。而數學的主要價值在於如何將數學應用到各種科學研究中(AAAS, 1990)，數學是科學主要的語言，因此在科學課室環境中，老師和學生運用數學語言進行理化學習的過程、學習理化所應具備的科學素養及數學素養、在理化學習過程中培養或運用數學素養等議題，更突顯出科學的基礎建立在數學基礎之上。不僅如此，科學與數學課程相輔相成的現象，從當代課程的轉向亦可看出端倪，例如由國內教育制度在國中階段以「領域」整合的方式打破學科之間的界限來看，科學與數學領域雖然沒有整合，但由各自的領域綱要(教育部，2004)中，可看出整合的理念分別鑲嵌在各自領域之中。以下論述科學與數學統整之相關理論，並分析現行九年一貫自然與生活科技領域與數學領域的能力指標分析，說明數學與理化之間密切的關係。然而在討論科學與數學統整同時，追究科學與數學學習的根本目標是在於培養學生的數學和科學素養，並且科學與數學素養同時注重透過語言來進行溝通，而在科學課室的語言互動中，教師必需引導學生同時運用或學習科學與數學素養，因此也特別針對科學與數學素養的內涵深入討論。

近年來，有關統整課程理論的研究相當豐富，而針對科學與數學的統整 Czerniak 等人 (1999) 整理了 Lonning 與 DeFranco(1997)、Underhill(1995)、Davison,

Miller 與 Metheny(1995) 以及 Brown 與 Wall(1976)所提出的觀點，以下就諸位學者提出的論點分為連續區類型與目的類型兩種加以論述。

(一)連續區類型

Lonning 和 DeFranco 以及 Underhill 都提出連續區(continuum)課程統整的理論，但兩者有所不同。Lonning 與 DeFranco 針對科學與數學的統整發展了比較的連續區，範圍從獨立數學(independent mathematics)、數學焦點(mathematics focus)、數學與科學的平衡、科學焦點(science focus)到獨立科學(independent science)。此兩位學者主張的連續區理念是以純數學和純科學為兩個極端，認為科學與數學是兩門平行學科，而不是協同的方式(Huntley, 1998)，也就是說，科學與數學的地位是平等的，兩者的統整並不是主、輔的關係。

而 Underhill 的評論中以 Jacobs(1989)所提出的連續區理論為架構來設計科學與數學的統整。Jacobs 的統整理論是從以學科為基礎(discipline-based)、並列(parallel)統整、多科統整 (multidisciplinary)、科際統整 (interdisciplinary)單元與課程、統整時間和完整的計劃，呈現出一個連續區的課程設計理念，其主張的連續區理念是以統整學科間融合的程度為原則。因此，根據 Jacobs 的連續區理念，Underhill 提出科學與數學統整是由科學與數學是不連貫的、科學與數學之間有一些交集，數學與科學是相同的、數學是科學的一部份、科學是數學的一部份、科學與數學之間有主要的交集等六個觀點組成，他

強調科學與數學的統整有交集，且其中一個可能是另一個的一部分，這與之前 Lonning 與 DeFranco 提的論點，認為數學與科學是個別獨立的。如果秉持科學與數學為各自獨立學科的理念進行整合設計科學與數學統整，容易陷入為了統整而統整的缺憾，而沒有將此兩學科真正互為相輔相成的部分進行整合，因此筆者較認同 Underhill 所提出的論點，認為科學與數學的學科內容有一些是不連貫的，但有一些是極為密切而不可區分。

(二)目的(sake)類型

Davison, Miller 與 Metheny(1995) 及 Brown 與 Wall(1976)皆以統整的目的將科學與數學統整的類型再加以區分。

依 Davison, Miller 與 Metheny 的定義，科學與數學的統整可為五種類型，分別為特定學科統整、特定內容統整、過程的統整、方法上的統整，以及主題式的統整，以下就此五種類型進一步說明：

(1)特定學科的統整(discipline specific integration)：以輔助特定學科為目的，如在科學的學習過程中常涉及數學的計算，為了輔助科學學科的學習，特別在數學課程中加強計算的部分，包含計算、估算能力，或計算器的使用等，作為科學與數學整合的方式。

(2)特定內容的統整(content specific integration)：以解決情境問題為目的，如求得大樓高度或樹的高度的問題，為統整相似形的數學概念和光的科學概念，在解決問題的過程中可以同時學習到科學與數學的知識。

(3)過程的統整(process integration)：以學習必要技能為目的，如「測量」的概念及技

能在科學與數學的學習過程中為必備的基本能力，因而在測量的部分進行整合。

(4)方法上的統整(methodological integration)：因使用好的教學技巧而統整，如學習環的教學策略，在提供學生建構新想法的機會中，進而將所學的科學與數學知識整合。

(5)主題統整(thematic integration)：以主題學習為目的，選擇一個統整科學、數學、語文、社會文化的主題，如以環境保育為主題，從中了解環境中生態種類平衡、以圖表表現保育的重要性，並結合保育機構介紹解說等等，在此過程中完全打破學科界線，但也可分析出包含科學、數學、語文、社會文化等議題。

同時，Brown 與 Wall(1976)更早提出相似的觀點，認為科學與數學都是為了本身的目的而教，科學藉由數學而發展，數學藉由科學而蓬勃，或是科學與數學是相互協調、相輔相成的。此論點與美國 Project 2061 提出的數學本質論點，科學提供數學有趣的探究問題，而數學提供科學有用的分析工具(AAAS, 1990)極為契合。於國內的教育改革目標，雖黃譯瑩(1999)提出統整課程的多種模式，包括複科統整課程、多科統整課程、科技統整課程、跨科統整課程等四種，但大多偏向融合多科內容建立統整的課程架構，並不單純強調在有密切相關的科學與數學兩門學科。並且，以連續區的角度來看，因課程體制的長期影響，目前國內的科學與數學教育的關係偏向處於兩個端點的位置，不論國中小的基本教育，或是大學院校以上的高等教育，學

生所學習的科學課程與數學課程，都是獨立分開來的，只能由學生自行將兩門學科的內容知識或技能加以組織。因此，不論以連續區或是以其統整目的所歸類出的五種類型來看，落實科學與數學統整的理念是可期待的，有些老師在目前的科學或數學教學中，無形中均融入了這些統整的精神。

三、科學與數學的素養

「素養」蘊涵於內即為知識、見解與觀念，表現於外即為能力、技術與態度(教育部，2004)，目前在科學教育的社群之中，將素養定義為學習者能夠透過聽(listening)、說(speaking)、讀(reading)、寫(writing)等方式，藉此與他人進行科學的溝通(AAAS, 1993; NRC, 1996)。Jenkins(1999)也指出，所謂的「科學素養」是指人們可以從日常生活中，與他人進行科學相關議題的溝通，或是依此議題收集資訊，並做為思考、判斷、解決問題或做決定時的依據。這表示「溝通」是呈現素養的一種必然的方式。

而國內學者靳知勤(2002)針對AAAS(1990)、Shamos(1995)所提出科學素養的論述，有諸多論點涉獵了統整科學與數學以及注重溝通、對話的層面。AAAS 推行的2061 計劃中提出未來的公民必須具備的能力，包含「明瞭科學、數學以及技學之間相互的關係」、「知道科學、數學及技學是人類活動的一環，對人類有其正面的影響，有其弱點」，強調具有科學素養的人要能夠覺知到數學、科學和科技之間密切的關係造成人類生活的貢獻與限制。同樣地，在 Benchmarks

for Science Literacy 中還特別強調，為了達到科學素養的目標有三點是對學生很重要：(1) 體會數學是研究模式與關係的學科、(2)對這些模式和關係感到熟悉、(3)學習在日常生活使用中這些模式和關係。因此，在科學素養的範疇中，除了對科學學科內的定義，尚包含對數學領域的融合。

而 Shamos(1995)提出科學素養分為三種不同的形式：1. 文化的科學素養(cultural scientific literacy)：個人對於社會溝通歷程中所常用的科學相關用詞能有基本的認識。也就是指社會中的大眾，能夠藉由分享共同的知識散佈系統(書籍、報紙、雜誌以及電子媒體)所傳遞的訊息，瞭解其中的意義。2. 功能的科學素養(functional scientific literacy)：個人對於科學相關用詞不但能夠加以閱讀，且能夠依此與他人進行口頭的對話及文字的表達。3. 真實的科學素養(true scientific literacy)：個人能對於科學社群所從事的工作其本質有所認識。

此三種形式皆談及社會溝通的進行及科學相關名詞的運用能力，而且強調了具備科學素養的人需透過語言互動的重要性。在科學課室中，科學素養在師生互動中表現出來，也循著彼此的互動增進科學的素養，提昇聽、說、讀、寫的能力。

再者，Gee 認為素養是在對話中控制語言的能力，而「對話(discourse)」是特定的團體用來描述包含語言、思想、行動的特定方法(引自 Rittenhouse, 1998)。依 Gee 的觀點，數學素養就是在數學對話中控制語言的能力，以能夠理解學科內的對話、信念系統、

社會訓練等型式呈現。而數學有其特定的字彙和對世界特定的思考方法，即使同樣在數學領域中，也可能出現不同的思考方法，如歐氏幾何與非歐幾何兩派理論具有不同的思考架構，因此，數學素養包含數學知識與數學能力。

在二十一世紀處於高度文明化的世界中，數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力。九年一貫數學領域課程綱要提及數學能力為國民素質的一項重要指標，除了數學知識外，計算能力、抽象能力及邏輯推演能力的培養是整個數學教育的主軸(教育部，2004)。由此可見，數學能力包括計算能力、抽象能力及邏輯推演能力，這正是科學學習的過程技能中所需要的能力之一。當學生使用沒有效率或容易造成錯誤的演算方法，會加深其學習的沮喪感，而逐漸放棄數學的學習，同時也放棄了相關的科學學習。因為數學的學習是連貫的，如果學生沒有具備所必須的知識與能力，學生困擾的不僅是數學課程的學習，也影響著科學課程的學習(Czerniak et al, 1999)。

學生具備數學知識與數學能力之後，以聽、說、讀、寫的方式在對話的科學社群中進行表達、溝通。為了能在科學的對話社群中達到有效的溝通，的確需要使用一些透過經驗約定成俗的規矩。然而在學校的數學教育中，數學課室中對話的社群往往只強調以教科書中演繹的方式去推得正確答案，充其量只表現了「寫」的部分素養，而不注重充斥在學生社群中其他數學素養的表現方式(聽、說、讀等)。在理化課室的環境中，數學

素養的運用除了計算的能力，還包括圖表的製作與解讀、數據的分析等都是透過表現數學素養的方式進行科學學習。也就是說，在理化課室中，數學素養可作為學生科學學習的媒介，數學素養在理化的對話中自然的被運用出來。

四、數學語言的型態與分類

Marks 與 Mousley (1990)指出數學可視為一種符號系統，但是數學的語言若沒有包含情境的脈絡，只是不具意義的符號。Wittgenstine 也提出語詞(word)的意義存在於它的用法之中，人們透過語詞使用的過程中學習了解語詞真正的意涵，換言之，數學語言的意義包含在所使用的情境脈絡之中，當我們使用數學語言時，需要同時考慮所使用數學語言存在的脈絡情境，才能發覺數學的意義。因此，如果學習者在科學情境中運用數學語言，那麼學生更能夠學習並了解數學的意義。同時，人們通常透過經驗的判斷來使用語言，而在學校中學科語言常被用來建構不同學科領域的情境(Chapman, 1993)，如在科學課室中，常將實驗數據歸納後以圖表或數學式呈現，正是利用數學語言建構科學學習的環境。數學語言作為溝通的用途，因此包含人們對世界約定成俗的知覺，舉例來說，簡單且熟悉的阿拉伯數字「7」是一個數學符號，符號本身是不具意義的，它的意義必須架構在其代表的情境上，如 7 本身是沒有意義的，可能表示的是 7 個人、或是 7 頭牛。另一方面也可能代表一個算式或測量的結果，如 7 公尺、7 分鐘，因此數學符號在科

學情境中所表達的意義也會隨情境改變而有所差異。不同的人對相同的數字可能賦予不同的意義，不同的情境也可能對相同的數賦予不同的意義。但透過社會互動經由協商的過程，有些會自然形成約定成俗的規則，如市場小販所宣稱的 1 斤，若更明確地說應是 1 台斤，但通常在市場買賣互動的對談中，1 斤已約定成俗的代表了 1 台斤的意義，因此這種情形能夠展現數學語言所建構一些基本的共識，進而瞭解數學語言使用的規則。

學校中的數學語言有說(speaking)和寫(writing)兩部分，教師想要達到數學化的說與寫必須在課室中使用數學化的語言，也因此師生的互動語言才能更接近數學教科書裡典型的型式。學生學習數學化的「說」通常指的是在教科書中「寫」的語言型式特徵，學生必須在「說」和「寫」的數學語言之間做許多的連結，例如在教學中教師常會一邊口述「3 除以 5」，而一邊寫下「 $\frac{3}{5}$ 」，學生必須在分數與除法之間進行概念的連結。除了將數學語言呈現為說和寫的表徵之外，Lemke(1987)將語言的內容意義來說可分為兩大結構系統：活動結構(activity structures)和主題結構(thematic structures)。活動的結構指的是組成課室生活的常規，主題的結構指的是使用特定概念和相關主題的符號談論特定的主題。例如在數學課室中，「口頭心算」、「在黑板上演算例題」視為一般活動的結構，這些活動在數學課室中是典型的常規。不同的數學單元也可能有不同的主題結構，例如於代數單元寫代數方程式、於算數單元中使用計算機、於幾何單元中畫幾何圖。而

主題的結構可以是一個單元主題、單獨課程或小組討論的主題(Chapman, 1993)，舉例來說，如在線性方程式(linear functions)的課程中，教科書定義「線性」的術語，整個班級討論和描繪的圖形都是在這個相同的主題系統下參與。

從上面的論述，在數學課室中的數學語言可從多方觀點分析，但不論是以數學語言表徵方式分界為「說」和「寫」，還是以內容意義來區分的「活動結構」與「主題結構」，在數學課室之外的情境中，數學語言也以不同的表徵或不同的結構視為一般語言傳遞，尤其是在與數學關係密切的科學課室中更為常見。通常一連串的表徵會被組合成一段敘述，以表示某一些觀念或命題，這正是在科學上使用數學語言的方法，例如科學學習過程中常用數學方程式、表格、直角座標圖來表達變量之間的關係。因此，適當的應用和解釋數學於科學領域之中，讓科學以更簡潔的方式呈現，使得具體的科學因抽象的數學語言易於溝通、傳達訊息，抽象的數學概念也因具體的科學詮釋易於了解，如克卜勒第三定律中提出行星繞行時間 T 與平均軌道半徑 R 之間具有 T^2 與 R^3 成比例的關係。因此數學語言在科學學習中扮演重要的角色，作者認為在科學或數學的教學過程中，應明確的強調科學與數學概念之間的連結，或是數學語言運用的技能，藉此發揮科學與數學統整的理念。

關於數學語言的型態分類，Herbel-Eisenmann (2002)提出較為明確的三項，分別為情境的語言(Contextual Language,

CL)、橋樑的語言(Bridging Language, BL)以及正式的數學語言(Official Mathematical Language, OML)，其中橋樑的語言又包含了教室語言(Classroom Language, CL)和過渡的數學語言(Transitional Mathematical Language, TML)。

(一)情境的語言

情境語言為學生透過解題的情境引導的數學概念，也是一般所說的「應用問題」，利用生活中的語言做數學概念的溝通，是較為實物或直覺的數學表徵方式，我們從國中「溫度與熱」的單元中可見此種類型，例如「加熱時間每分鐘，溫度會升高幾度？」，此問題「每分鐘」與問數學中「單位量(unit)」的概念是相同的。

(二)橋樑的語言

橋樑的語言包含教室產生的語言(CGL)和過程的數學語言(TML)。教室產生的語言是指在教室的討論中，由老師和學生共同創造出來的語言，在教室互動的環境中，老師和學生在語言上形成共同的默契，師生共同創造出的詞或句子具有特殊性，被班級的社群認同接受而使用。過程的數學語言，是熟悉以其他的表徵方式學習，如圖表的表徵或方程式的表徵方式。舉例來說，國中課程「溫度與熱」的單元中，請學生紀錄溫度變化於表格中，如 5 分鐘、10 分鐘、15 分鐘，並做溫度與加熱時間的座標關係圖，從圖中的關係可以預測其他時間的溫度，如 6 分鐘、7 分鐘、...甚至是對未來時間的預測，如加熱 20 分鐘時，而方程式的表徵方式如以 $T(\text{溫度})=15+3t(\text{時間})$ 來表示溫度及加熱時間的關

係。學生從圖表或方程式中學習其蘊藏的科學訊息，也可作為連接到正式數學語言的轉變時期。

(三)正式的數學語言

正式的數學語言是在數學社群中能用數學的結構或方法預測或應用，常以數學專有名詞的方式呈現，如正反比、係數、座標、方程式、函數...等等，在國中科學課程範疇中，常以數學名詞「成正比」來表達溫度與加熱時間的關係，或是以數學式子的形式作為理化解題的公式，如以 $H=m \times s \times \Delta t$ 。由以上例子可知，學生先了解「正比」意義或熟悉以代數表示的數學式子，更能將其意義應用說明理化的概念。例如學生不僅能夠以 $T(\text{溫度})=15+3t(\text{時間})$ 方程式表達出溫度變化的關係，亦能從這個方程式中知道初溫為 15 度、溫度與加熱時間兩者為線性關係，而在 $H=m \times s \times \Delta t$ 式子的討論中亦能發現正比的關係與其代表的意義。

雖然數學語言可大致的區分為此三個類型，但無法絕對的區隔，此三種類型而是處於循環的關係。當前建構取向的教學，強調有意義的學習，注重學生的先前經驗連結，因此，在教學上必須先從情境的語言(CL)出發，以學生的生活語言學習，而引導到正式的數學語言(OML)之後，仍需再回到情境中解釋其代表的意義。但在傳統的教學中，無論是科學或數學，老師常先將名詞做解釋，才以生活事例做練習。前文所舉的例子，我們知道數學名詞「正比」應用於理化溫度與加熱時間關係圖中，先將學生置於理化情境中，再引導出「正比」的數學專有名詞，再

回到理化情境解釋「正比」概念在情境中所代表的意義，如此相信學生更能了解溫度與加熱時間兩者關係變化的概念。

五、九年一貫科學與數學能力指標的連結

近年來國內教育推動國民中小學九年一貫課程重大改革，針對數學學習領域課程(教育部，2004)中，明確的指出四項界定課程之原則，其中提到「考慮數學作為科學工具性的特質」，不但作為課程目標之原則，也作為數學教育之需求。也就是說數學學習領域課程的原則需注意到數學對科學影響的面向，數學的學習需考慮其應用在科學上作為工具的特質。除此之外，數學課程綱要也明訂五大主題能力，包含數與量、幾何、代數、統計與機率、連結，尤其在「連結」此項主題能力中，提到許多與其他領域連結的重要性，如「能察覺數學與其他領域之間有所連結」、「能了解其他領域中所用到的數學知識與方法」等等。對於跨領域之間的連結，數學語言是作為溝通的一項利器，從能力指標中提到的「了解數學語言(符號、用語、圖表、非形式化演譯等)的內涵」、「了解數學語言與一般語言的異同」、「用數學語言呈現解題的過程」、「能尊重他人解決數學問題的多元想法」，不難發現數學語言扮演重要的角色。

九年一貫課程與以往學校教育課程最大的差異，在於強調提昇學生的基本能力而不只是著重於學生的學科知識。然而，既為學生的基本能力，能力應該不受學科的限制，能力是隨著個體的情境刺激所產生的。例如

在理化課室中，學生除了學習科學的能力，也可以學習到數學的能力，特別是學習以數學語言作為科學工具的特質，亦即學生的數學能力不僅在數學課室中發生，也必須隨著個別學生在不同環境中作為基礎學習新的概念。基於科學與數學密切的關係，且在理化課室的環境中最為常見學生數學能力的學習與運用。因此，在理化課室中數學語言如何被運用或如何作為溝通的工具，需要受到科學與數學教育的重視。

綜上所述，除了從數學領域出發看科學，可顯現出科學與數學統整之傾向外，從自然與生活科技領域的能力指標(教育部，2004)中，也能萃取出來數學相關的能力，特別是在過程技能的層次上，例如「統計分析資料，獲得有意義的資訊」、「用適當的方式表述資料(例如數線、表格、曲線圖)」、「由資料的變化趨勢，看出其隱含的意義及形成概念」等等，發現兩者領域間互相影響的關係。試想，學生在學習科學時所需的數學概念若不足以運用，則學生在學習科學概念時易處處受到阻礙。

本文探討自然與生活科技領域能力指標，與所需數學的基本能力進行整理分析，以「溫度與熱」的單元為例(見表 1)。由表一中可見，自然與生活科技領域課程的能力指標中，有許多部分都需要具備基本的數學能力，並且數學能力依據在科學學習上的運用可歸類幾類，分別作為圖表的能力、數據分析的能力、判斷的能力、推理的能力等，可見數學在科學中的角色並非單純只是計算而已。因此，教師必須在理化課室中運用到數

表 1 「溫度與熱」單元自然與生活科技領域與其所需數學領域能力指標對照表

	自然與生活科技領域 7-9 年級課程能力指標	數學領域課程能力指標	範例或說明
圖表的 能力	1-4-5-2 由圖表、報告中解讀資料，了解資料具有的內涵性質	A-3-11 能理解平面直角坐標系，並畫出線型函數圖形。 D-1-03 能報讀生活中常見的交叉對應（二維）表格。 D-2-01 能報讀生活中有序資料的統計圖。 D-2-04 能將有序資料整理成折線圖，並抽取折線圖中有意義的資訊加以解讀。 N-4-03 能辨識具規則性的數列。 A-3-12 能運用直角坐標系及方位距離來標定位置。	1.紀錄每隔一分鐘溫度計的讀數於表格中，從數據中辨識其規則性。 2.由實驗數據，作出溫度與加熱時間的關係圖。 3.從加熱時間與溫度的關係圖中，找出加熱 5 分鐘，100 克的水與 200 克的水，其溫度分別升高幾度？
數據 分析 的能力	3-4-0-7 察覺科學探究的活動並不一定要遵循固定的程序，但其中通常包括蒐集相關證據、邏輯推論、及運用想像來構思假說和解釋數據 2-4-1-2 由情境中，引導學生發現問題、提出解決問題的策略、規劃及設計解決問題的流程，經由觀察、實驗，或種植、搜尋等科學探討的過程獲得資料，做變量與應變量之間相應關係的研判，並對自己的研究成果，做科學性的描述 1-4-3-1 統計分析資料，獲得有意義的資訊 1-4-3-2 依資料推測其屬性及其因果關係 1-4-4-3 由資料的變化趨勢，看出其中蘊含的意義及形成概念 1-4-2-2 知道由本量與誤差量的比較，了解估計的意義	A-3-07 能運用變數表示式，說明數量樣式之間的關係。 A-3-14 能利用一次式解決具體情境中的問題。 A-3-08 能熟練一元一次方程式的解法。 A-3-04 能用未知數的等式或不等式，表示生活中或算術中的問題，並解釋算式與原問題情境的關係。 A-3-05 能理解生活中常用的數量關係，並恰當運用於解釋問題或將問題列成算式。(N-3-14) A-3-06 能發展策略，解決含未知數之算式題，並能驗算其解的合理性。 N-3-05 能理解比、比例、比值與正、反比的意義，並解決生活中的問題。 N-3-07 能熟練比例式的基本運算。	1.從加熱時間與溫度的關係圖中，找出加熱時間與溫度變化的關係。 2.相同的熱量 H，分配給 200 克水時，每克水得到的熱量為 H/200。 3.40 卡的熱，可以使質量 1g、溫度 20℃ 的水，溫度上升到幾℃？ 4.比較 50℃ 及 50°F 何者所代表的溫度較高？ 5.質量 1g 的鐵，溫度上升 1℃，大約需要 0.1 卡的熱，試問 10 卡的熱，可使質量 1g 的鐵，溫度上升幾度？
判斷 的能力	1-4-1-3 能針對變量的性質，採取合適的度量策略 1-4-5-1 能選用適當的方式登錄及表達資料 1-4-2-3 能在執行實驗時，操控變因，並評估「不變量」假設成立的範圍	N-2-15 能認識測量的普遍單位，並處理相關的計算問題。 N-2-16 能理解普遍單位間的關係，並在描述一個量時，作不同單位間的換算。	1.單位的使用或換算，如溫度單位℃與°F、重量單位、時間單位等。
推理 的能力	6-4-2-1 依現有的理論，運用類比、轉換等推廣方式，推測可能發生的事 6-4-2-2 依現有理論，運用演繹推理，推斷應發生的事	C-S-04 能運用解題的各種方法：分類、歸納、演譯、推理、推論、類比、分析、變形、一般化、特殊化、模型化、系統化、監控等。	1.兩者能力指標中皆涉及演繹、推理、推論、類比等。

學語言，學生也必須使用數學語言將數學能力發揮以達到科學的學習。

然而，很少科學教師有足夠的數學背景能夠在科學教學中統整進階的數學，而且很少數學老師能教科學的學科(Czerniak et al, 1999)。在理化課室中，理化教師時常必須使用數學語言呈現科學概念，科學與數學自然的形成連結，然而數學的概念是連貫的，如果教師和學生沒有具備必須的知識和技能，在理化課室中，其所需使用的數學語言會困擾著教師的教學及學生的學習。因此，數學語言的使用及科學概念必須透過教師的引導促進學習，科學老師有必要知道學生所學習的科學概念與數學概念的關係。

而對於科學教育或數學教育的研究者而言，我們可以從表 1 的能力指標對應分析中清楚的知道科學與數學的學習是相關聯的。目前在科學教育或數學教育的研究都希望能够解決學生學習上的問題，以促進學生進行有意義的學習。從科學與數學統整的角度來看，科學與數學教育的研究除了在各自的學科領域努力之外，更需要將彼此研究的成果結合，可以將學生的科學與數學學習同時提昇。例如科學教育研究中常強調的「探究」能力可與數學教育中強調的「問題解決」能力相為呼應，讓學生的能力能在科學與數學兩門學科間流通，不會受限於學科界線。對於課程設計者，需留意學科間先備知識的培養，如科學課程裡溫度與熱單元中學生需具備直角座標的概念，但學生在數學課程的學習中卻尚未接觸直角座標概念的單元，即使是同一版本的科學與數學課程教材也會出現

如此的缺失。同時，於文中已述多篇國外研究或理論已提出科學與數學統整的理念，國內政策雖沒有制式的將兩門學科結合，但在各自的領域能力指標中可以抽絲剝繭的發現兩者間相輔相成的學習過程。當然，不論是科學或數學，並不是每個單元都適合進行整合，就如同 Lonning 和 DeFranco(1997)以及 Underhill(1995)提出的連續區(continuum)課程統整的理論，有時兩門學科各自獨立，有時兩門學科是緊密的交集在一起。而目前在學校中，科學或數學老師可以思考運用 Davison, Miller 與 Metheny (1995)指出的五種統整類型，將兩門學科的能力指標作為教學目標，落實科學與數學統整的理念。

六、結語

一般人普遍認為科學與數學之間有著密切的關係，學生在學習的過程中勢必也將此兩學科的知識互相連結應用，然而國內探討這兩門學科之間的連結卻很少。本文將數學視為學生在科學學習過程中溝通的工具，因此從數學語言的角度論述科學與數學統整的重要性。從文中討論科學與數學統整的理論可發現，統整並不一定必須要將兩門學科合在一起進行教學，我們可以藉由在科學與數學的分科教學中多留意彼此概念的連接，來達到統整的意義。在文章中強調數學語言可為情境的語言、橋樑的語言以及正式的數學語言，因這些語言必須依附情境才具有意義，更可在科學教學情境中，分析科學教材或教學的數學語言層次，進而對學生的先備知識或過程技能有所幫助。另一方面，由探

究數學與科學在素養上(聽、說、讀、寫的能力)以及課程綱要上的統整，更顯現在實務方面科學與數學的課程內容中，隱藏許多互動的關係。而未來科學老師不僅需要具備科學方面的學科教學知識，也應能夠具有數學概念的洞察力，對於學生在科學學習過程中所遭遇到的數學困難能夠幫助解決；而數學教師在教學過程中，也需要培養學生將所學的數學概念應用在科學學習。如此，學生才能在數學與科學兩門學科之間互動學習，以學得完整的科學或數學概念。

參考文獻

- 李暉 (2000)：科學話語與科學概念的學習：以國中生理化課學習為例。彰化市：國立彰化師範大學科學教育研究所博士論文(未出版)。
- 教育部 (2004)：國民教育階段九年一貫課程。2004年8月15日，取自 <http://teach.eje.edu.tw/9CC/index.php>。
- 靳知勤 (2002)：效化「基本科學素養」問卷。科學教育學刊, 10(3), 287-308。
- 尙志英譯 (1995)：哲學研究(L. Wittgenstein 原著, Philosophical investigations)。台北市：桂冠。
- 黃譯瑩(1999)：從課程統整的意義與模式探究九年一貫新課程之結構。載於中華民國教材研究發展學會主編：九年一貫課程研討會論文集(下), (pp.258-274)。台北：康軒。
- American Association for the Advancement of Science (1990). *Project 2061: Science for all Americans*. New York: Oxford University Press.
- American Association for the Advancement of Science (1993). *Benchmarks for Science Literacy*. New York: Oxford University Press.
- Berlin, D. F., & White, A. L. (1998). Integrated science and mathematics education : evolution and implications of a theoretical model. In B. J. Fraser & K. G. Tobin (Eds.), *International Handbook of Science Education* (pp. 499-512). Great Britain : Kluwer Academic.
- Brown, W. R., & Wall, C. E. (1976). A look at the integration of science and mathematics in the elementary school - 1976. *School Science and Mathematics*, 76(7), 551-562.
- Chapman, A. (1993). Language and learning in school mathematics: A social semiotic perspective. *Issues in Educational Research*, 3(1), 35-46.
- Czerniak, C. M., Weber, W. B., Sandmann, A., & Ahern, J. (1999). A literature review of science and mathematics integration. *School Science and Mathematics*, 99(8), 421-430.
- Davison, D. M., Miller, K. W., & Metheny, D. L. (1995). What does integration of science and mathematics really mean? *School Science and Mathematics*, 95(5), 226-230.
- Farenga, S. J., & Joyce, B. A. (1999). Intentions of young students to enroll in science courses in the future : An examination of gender differences. *Science*

- Education*, 83, 55-75.
- Herbel-Eisenmann, B. (2002). Using student contributions and multiple representations to develop mathematical language. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(2), 100-105.
- Huntley, M. A. (1998). Design and implementation of a framework for defining integrated mathematics and science education. *School Science and Mathematics*, 98, 320-327.
- Jacobs, H. H. (1989). *Interdisciplinary curriculum: Design and implementation*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Jenkins, E. W. (1999). School science, citizenship and the public understanding of science. *International Journal of Science Education*, 21(7), 703-710.
- Lonning, R. A., & DeFranco, T. C. (1997). Integration of science and mathematics: A theoretical model. *School Science and Mathematics*, 97(4), 212-215.
- Marks, G., & Mousley, J. (1990). Mathematics education and genre: Dare we make the process writing mistake again? *Language and Education*, 4(2), 117-136.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Research Council. (1996). *National Science Education Standards*. Washington, DC: National Academy Press.
- Ormerod, M. B. & Duckworth, D. (1975). *Pupils' attitudes to science: A review of the research*. Atlantic Highlands, NJ: Humanities Press.
- Rittenhouse, P. S. (1998). The teacher's role in mathematical conversation: Stepping in and stepping out. In Lampert, M. & Blunk, M. L.(Eds.), *Talking mathematics in school studies of teaching and learning*(pp. 163-189). New York: Cambridge University Press.
- Shamos, M. H. (1995). *The myth of scientific literacy*. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press.
- Underhill, R. (1995). Editorial. *School Science and Mathematics*, 95(5), 225.
- Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. (E. Hanfmann & G. Vakar, Eds. & Trans.). Cambridge, Massachusetts, MIT Press.

投稿日期：民國 93 年 3 月 12 日

接受日期：民國 93 年 10 月 18 日

The Integration of Science and Mathematics

Shu-Chun Tsai and Hsiao-Lin Tuan

Abstract

Many people think that science and math are much closed with each other. Although students learn math and science separately, they have to integrate these two disciplines together in their learning and in solving daily life problem. Many science and math educators have aware the importance of the integration in science and math. Thus the purpose of the paper is to address the importance of math and science integration. Several themes are addressed in the paper, which included with 1) The theoretical aspect for integration of science and math: continuum and sake styles. 2) The integration of science and math from literacy point of view, such as listening, writing, reading, and speaking. 3) The integration of science and math from mathematical language viewpoint. Mathematical language consisted of “Contextual Language”, “Bridging Language”, and “Official Mathematical Language”, these all contextual bound. 4) The integration of science and math from curriculum standard point of view. Finally the paper recommends science and math teachers are awarded of integrating science and math in their classroom teaching.

Keywords : Mathematical language, Science and mathematics integration