

# 是升還是降？

楊秉鈞

桃園縣立文昌國民中學

冰塊融化之後，液面真的不會上升嗎？

可是液面上頭的冰都融化了呀！

融化後不是都進入液中，液面應該要上升才是呀！……

在教學過程中，學生每回學習到液體壓力及浮力的單元時，總會因這樣的問題而迷惑不已，到底液面會升高還是會降低呢？抑或不改變呢？當學生還對這個問題一頭霧水，一知半解時，延伸的問題又來了！諸如：冰塊置於食鹽水中，當冰塊融化後液面會升高還是降低呢？問題的確是個好問題，對學生而言，是學習成效的檢驗及腦力的激盪；對老師而言，更是教學方法的挑戰。記得國編本（民 86）理化第一冊第三章習題恰有類似的題組，原題組敘述如下：

在 500 毫升的燒杯內，冰塊浮在水面上，此時水面的位置在 300 毫升的刻度線上，加入冰塊以前的水面位置則在 200 毫升的刻度處。試問：

1. 冰塊所排開的水的體積是多少毫升？
2. 冰塊所受的浮力是多少？
3. 冰塊的質量是多少？
4. 當冰塊完全融化後，杯內水面的位置將在哪處？

國編本（民 86）理化教師手冊第一冊的解答如下：

1. 冰塊所排開的體積，即浸在水面下的冰塊體積，為  $300 - 200 = 100$  毫升。
2. 冰塊所受的浮力等於所排開的水重，即 100 公克重。
3. 因為冰塊浮在水面上，冰塊的重量等於冰塊所受的浮力，所以冰塊的重量等於 100 公克重，亦即其質量等於 100 公克。
4. 當冰塊融化後，由於質量不變，因此燒杯內增加 100 公克的水，亦即燒杯內增加的水為 100 毫升，連同原有 200 毫升的水，總體積變為 300 毫升，所以杯內的水面位置將在 300 刻度處，也就是說冰塊置於水中，當冰塊溶化後液面刻度將維持不變。

國編本（民 86）理化第一冊以題組方式逐步呈現問題，使得題組（4）的答案推論能被漸次引導出來，並以「冰塊融化後，由於質量不變，可很快推求出冰塊融化後水的體積，繼而推求出答案」，可見教科書編者的用心。但由於學生常會碰到其他的問題敘述方式，本文作者對於其上說明例的解釋雖能認同，但總覺得事有未殆。且當問題若沒有給予足夠確切的數值資料或題組引導時，本問題的思考，對於老師或是學生就將更具有挑戰性了。

首先我們的命題是：

「將一個冰塊投入水中，當冰塊浮在液面平衡後，一段時間之後，冰塊全部熔化後，其液面變化情形？」，其液面的升降討論如下：

(一) 冰塊投入水中，平衡後浮在液面上，如下圖 (a)，並對浮體做一些假設，如下圖 (b)。

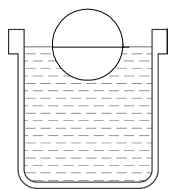


圖 (a)

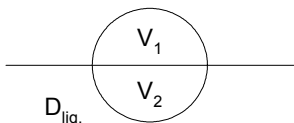


圖 (b)

假設：

$V_1$ ：浮在液面上的體積

$V_2$ ：沉入液面下的體積

$D_{liq}$ ：容器內原盛裝液體的密度

$V$ ：冰塊溶化成水之後的體積

(二) 想法：

既要決定冰塊全部熔化後，其液面之變化。所以假想液體剎時變成類似果凍的物體，將冰塊取出，結果液體表面就會呈現一個大坑洞。然後等取出的冰塊熔化變成水之後，再倒回那個大坑洞，如下圖 (c)，所以可知：

1. 若冰塊溶化成水之後的體積  $>$  大坑洞的體積  $V_2 \Rightarrow$  液面就會上升

2. 若冰塊溶化成水之後的體積 = 大坑洞的體積  $V_2 \Rightarrow$  液面就會不變

3. 若冰塊溶化成水之後的體積  $<$  大坑洞的體積  $V_2 \Rightarrow$  液面就會降低

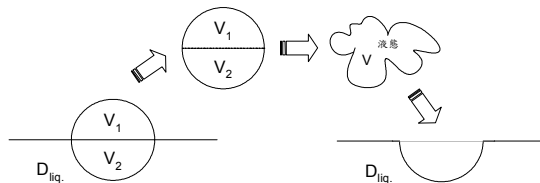


圖 (c)

(三) 證明：以簡單數學列式，表達想法

比較冰塊溶化成水之後的體積與冰塊沉入水中的體積，假設，冰塊溶化成水之後的體積為  $V$ ；沉入液面下的體積為  $V_2$ ，證明即是在比較  $V$  與  $V_2$  的大小。

可知：

(1) 若  $V - V_2 > 0$  a 液面上升

(2) 若  $V - V_2 = 0$  a 液面不變

(3) 若  $V - V_2 < 0$  a 液面下降

接下來，開始我們的證明。

1. 一冰塊置入某液體中之各項假設整理如後：

冰塊在液面上的體積： $V_1$  冰塊的密度： $d_{ice}$   
 冰塊沉入液中的體積： $V_2$  水的密度： $d_{H_2O}$   
 液體的密度： $D_{liq}$

$$\therefore \text{冰塊的總體積} = V_1 + V_2$$

$$\therefore \text{冰塊的質量} = (V_1 + V_2) \times d_{ice} \quad (\text{冰塊溶化成水後，其質量不變})$$

$$\therefore \text{冰塊溶化成水的質量} = (V_1 + V_2) \times d_{ice}$$

$$\therefore \text{冰塊溶化成水的體積} = V = \frac{(V_1 + V_2) \times d_{ice}}{d_{H_2O}}$$

現在，就將冰塊熔化成水的體積  $V$  倒入體積為  $V_2$  的大坑洞。其液面在倒入後會不會溢出大坑洞呢？

$$V - V_2 = \frac{(V_1 + V_2) \times d_{ice}}{d_{H_2O}} - V_2 \quad (\text{式 A})$$

2. 又由浮體的浮力原理，浮力 = 冰塊的重量 = 沉入液中的體積  $\times$  液體的密度

$$\therefore V_2 \times D_{liq} = (V_1 + V_2) \times d_{ice} \text{ 將之代入 (式 A)}$$

$$\begin{aligned} \therefore V - V_2 &= \frac{(V_1 + V_2) \times d_{ice}}{d_{H_2O}} - V_2 \\ &= \frac{V_2 \times D_{liq}}{d_{H_2O}} - V_2 = V_2 \times \left( \frac{D_{liq} - d_{H_2O}}{d_{H_2O}} \right) \end{aligned}$$

3. 所以  $\left\langle \frac{D_{liq} - d_{H_2O}}{d_{H_2O}} \right\rangle$  項之正負值或零，便影響了液面的升降。

$$\therefore \text{水的密度 } d_{H_2O} = 1, \text{ 代入 } \left\langle \frac{D_{liq} - d_{H_2O}}{d_{H_2O}} \right\rangle = D_{liq} -$$

1，此  $(D_{liq} - 1)$  項便能推出結論。

$D_{liq} - 1$	$> 0$	$\rightarrow$ 液面上升
	$= 0$	$\rightarrow$ 液面不變
	$< 0$	$\rightarrow$ 液面下降

※  $D_{liq}$  = 容器內原盛裝液體的密度

#### (四) 討論：

現在再回到原命題：

「將一個冰塊投入水中，當冰塊浮在液面平衡後，一段時間之後，冰塊全部融化後，其液面變化情形？」。

以由式 (A) 所得到的結論： $(D_{liq} - 1)$  項，來判斷液面變化情形，並以下列二個問題來說明。

問題一：冰於水中融化後，水的液面會升高、降低還是不變呢？

$$\therefore D_{liq} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\text{即 } V - V_2 = V_2 \times 0 = 0$$

答：液面不改變

問題二：冰於食鹽水中融化後，水的液面會升高、降低還是不變呢？

$$\therefore D_{liq} - 1 > 0 \quad (\because \text{食鹽水密度 } D_{liq} > 1)$$

$$\text{即 } V - V_2 = V_2 \times \text{正值} > 0$$

答：液面會升高

本文以數學列式，運用未知數的假設，將想法表示出來，看看能否發現什麼有趣的結論。也從這樣的推導過程之中，使作者自己及學生都對相關的問題有更深入的一層了解。

#### 參考資料

1. 國立編譯館 (民 86)。國民中學理化第一冊。台北：國立編譯館。
2. 國立編譯館 (民 86)。國民中學理化教師手冊第一冊。台北：國立編譯館。