

2003 年第三十五屆國際化學奧林匹亞競賽

試題：理論部分

李成康* 李衍彰* 洪正雄* 楊慶成** 馮松林***

*國立彰化師範大學 化學系

**國立高雄師範大學 化學系

***國立大里高級中學

本測驗除此封面頁外另有測驗題，另有附錄，包含公式、參數及週期表。另外並提供五張黃色計算紙，一支筆及計算機。

將你的姓名及學生編號寫在本頁上緣的指定位置，並在每一頁上緣的指定位置均寫下你的學生編號。答案必須寫在每一題目下方的空格內。在空格範圍內寫出你的計算過程、結構式等。計算結果需要同時寫出適當單位。確記勿將答案寫於題目紙背面。

你有五個小時作答時間。作答時可將釘書針或夾子拔掉以方便作答。但作答完交卷時須按頁次順序排好，確定無誤後再放入提供的紙袋中。

本測驗共 35 題分成四部分

Section	分類	問題	分數
A	普化	1 - 24	30.5
B	物化	25 - 30	33.0
C	有機	31 - 33	34.0
D	無機	34 - 35	27.5
總和		35	125.0

問題 1 - 24、每題 1 ~ 3 分，配分在各題中均有標示。選擇題答錯或未作答將無分數、但不倒扣。除非另有提示，選擇題(均為單選)在正確的答案打勾 (Ö)。是非題則圈選 Y 或 N 選項。

問題 25 - 35 的配分標示在各題中，每題在 2 到 15 分之間。

祝你作答順利

SECTION A: 普化

問題 1 (1 分)

若沉澱物 $\text{Th}(\text{IO}_3)_4$ 的溶度積為 K_{sp} ，溶解度為 S (mol/l)。則溶解度 S 可表示為：

- (A) $S = (K_{\text{sp}}/128)^{1/4}$
- (B) $S = (K_{\text{sp}}/256)^{1/5}$
- (C) $S = 256 K_{\text{sp}}^{1/4}$
- (D) $S = (128 K_{\text{sp}})^{1/4}$
- (E) $S = (256 K_{\text{sp}})^{1/5}$
- (F) $S = (K_{\text{sp}}/128)^{1/5} / 2$

問題 2 (1 分)

有一 HCL 溶液其濃度為 C_{HCl} ，則嚴謹的 $[H^+]$ 之表示法為？ ($K_w = 1 \times 10^{-14} M^2$)

- (A) $[H^+] = C_{HCl}$
- (B) $[H^+] = C_{HCl} + K_w/[H^+]$
- (C) $[H^+] = C_{HCl} + K_w$
- (D) $[H^+] = C_{HCl} - K_w/[H^+]$

問題 3 (1 分)

葡萄糖($C_6H_{12}O_6$)之分子量為 180g/mol，而 N_A 代表亞佛加厥常數。下列那一個敘述何者是錯誤的？

- (A) 0.5 M 的葡萄糖溶液的製備，是將 90 克的葡萄糖溶解在水中，配成 1000 ml 的溶液
- (B) 1.0 毫莫耳(mmol)的葡萄糖含有 180 mg 的質量
- (C) 0.0100 莫耳的葡萄糖含有 $0.0100 \times 24 \times N_A$ 個原子
- (D) 90.0 克的葡萄糖含有 $3 \times N_A$ 個碳原子
- (E) 100 毫升的 0.10m 的溶液含有 18 克的葡萄糖

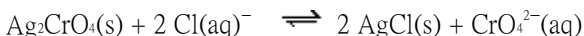
問題 4 (1 分)

一液體化合物 B 其密度為 ρ (單位為 g/cm^3)， $M(g/mol)$ 為 B 化合物的分子量， N_A 為亞佛加厥常數，則 1 公升的 B 化合物含有的分子數為：

- (A) $(1000 \times \rho) / (M \times N_A)$
- (B) $(1000 \times \rho \times N_A) / M$
- (C) $(N_A \times \rho) / (M \times 1000)$
- (D) $(N_A \times \rho \times M) / 1000$

問題 5 (1 分)

下列方程式的平衡常數：



可用那一個公式來表示：

- (A) $K = K_{sp}(Ag_2CrO_4) / K_{sp}(AgCl)^2$
- (B) $K = K_{sp}(Ag_2CrO_4) K_{sp}(AgCl)^2$
- (C) $K = K_{sp}(AgCl) / K_{sp}(Ag_2CrO_4)$
- (D) $K = K_{sp}(AgCl)^2 / K_{sp}(Ag_2CrO_4)$
- (E) $K = K_{sp}(Ag_2CrO_4) / K_{sp}(AgCl)$

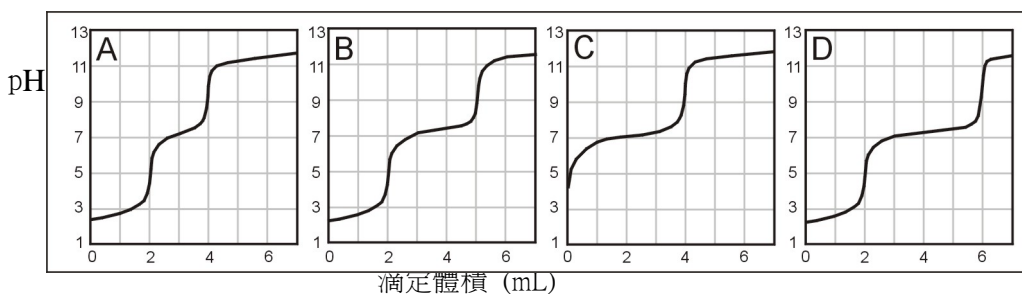
問題 6 (1 分)

100 毫升的 0.100 M H_3PO_4 的溶液中，需要加入多少毫升的 1.00M NaOH 溶液，以形成 pH 值為 7.2 的緩衝溶液? (H_3PO_4 的 PK 值為 $\text{pK}_1 = 2.1$, $\text{pK}_2 = 7.2$, $\text{pK}_3 = 12.0$)

- (A) 5.0 mL
- (B) 10.0 mL
- (C) 15.0 mL
- (D) 20.0 mL

問題 7 (1.5 分)

若以一強鹼的標準液來滴定樣品，樣品中所包含的物質分別在問題中敘述。勾選出各小題中樣品的滴定曲線圖形： $(\text{H}_3\text{PO}_4; \text{pK}_1 = 2.1, \text{pK}_2 = 7.2, \text{pK}_3 = 12.0)$



(小題 A) 樣品中只含有 H_3PO_4

Curve A (✓), Curve B (), Curve C (), Curve D ()

(小題 B) 樣品中含有 H_3PO_4 和 NaH_2PO_4 ，且莫耳數比為 2 : 1

Curve A (), Curve B (), Curve C (✓), Curve D ()

(小題 C) 樣品中含有 H_3PO_4 和 NaH_2PO_4 ，且莫耳數比為 1 : 1

Curve A (), Curve B (✓), Curve C (), Curve D ()

問題 8 (1 分)

有一燃料/助燃劑系統中含有 N,N-dimethylhydrazine ($\text{CH}_3)_2\text{NNH}_2$ 與 N_2O_4 (二物質均為液體)。此系統通常作為太空船之推進劑，若將此二物質混合反應，其產物僅為 N_2 、 CO_2 及 H_2O (全部為氣態)。試問燃燒 1 莫耳的 $(\text{CH}_3)_2\text{NNH}_2$ 將產生多少莫耳的氣體：

- (A) 8
- (B) 9
- (C) 10

(D) 11

(E) 12

問題 9 (1 分)

電解 1 莫耳的水需要多少法拉第的電量(F 為法拉第常數)：

(A) F

(B) (4/3) F

(C) (3/2) F

(D) 2 F

(E) 3 F

問題 10 (2.5 分)

下列核反應式中的 X 物質為何：

(小題 A) ${}^{68}_{30}\text{Zn} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{65}_{28}\text{Ni} + \text{X}$ alpha (✓), beta (), gamma (), neutron ()

(小題 B) ${}^{130}_{52}\text{Te} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^{131}_{53}\text{I} + \text{X}$ alpha (), beta (), gamma (), neutron (✓)

(小題 C) ${}^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} + \text{X}$ alpha (), beta (✓), gamma (), neutron ()

(小題 D) ${}^{23}_{11}\text{Na} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{24}_{11}\text{Na} + \text{X}$ alpha (), beta (), gamma (✓), neutron ()

(小題 E) ${}^{19}_9\text{F} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{20}_9\text{F} + \text{X}$ alpha (), beta (), gamma (✓), neutron ()

問題 11 (1 分)

將同溫度的 10.0 毫升的 0.50 M HCL 溶液與 10.0 毫升的 0.50 M NaOH 溶液，在熱卡計中混合。熱卡計的溫度上升了 ΔT 。若以 5 毫升的 0.50 M NaOH 與 10 毫升的 0.50 M HCL 溶液混合，則溫度上升了多少？(假設並無任何熱量的損失，而上述溶液的比熱均相同)

(A) $(1/2) \times \Delta T$

(B) $(2/3) \times \Delta T$

(C) $(3/4) \times \Delta T$

(D) ΔT

問題 12 (1 分)

天然的銻含有二種穩定的同位素： ${}^{121}\text{Sb}$ 、 ${}^{123}\text{Sb}$ 。天然的氯含有兩種穩定的同位素： ${}^{35}\text{Cl}$ 、 ${}^{37}\text{Cl}$ 。天然的氫含有二種穩定同位素： ${}^1\text{H}$ 、 ${}^2\text{H}$ 。在一個低解析度的質譜儀中， SbHCl^+ 的碎片 (fragment) 中含有多少個波峰 (peak)?

- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7
- (E) 8
- (F) 9

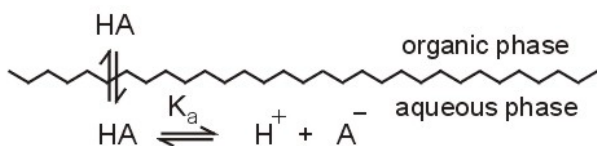
問題 13 (1 分)

在一 X 光的實驗中，若某一波長的 X 光最小的繞射角度為 11.5° 。則此純晶體的二級繞射 (2nd order diffraction)，會發生在哪一個角度：

- (A) 22.0 degrees
- (B) 22.5 degrees
- (C) 23.0 degrees
- (D) 23.5 degrees
- (E) 24.0 degrees
- (F) 24.5 degrees

問題 14 (1 分)

水中的有機弱酸 HA 可用有機溶劑來萃取，其萃取機制可由下列圖形來表示：



關於此萃取，下列敘述何者為正確 (Y) 或何者為錯誤(N)?

- (A) HA 的分佈係數 (distribution constant, K_D)與水層的 pH 值有關 Y
- (B) 若水層為酸性溶液，則 HA 可以較容易地從水層中萃取出來 N
- (C) HA 的分佈比率(distribution ratio, D)與水層的 pH 有關 N
- (D) HA 的分佈比率(distribution ratio D)主要取決於 HA 的濃度大小 Y

問題 15 (1 分)

下列有關 Beer 定律公式的敘述，何者為正確 (Y) 或何者為錯誤(N)?

- (A) 吸光度(absorbance)與吸光物質的濃度成正比 N

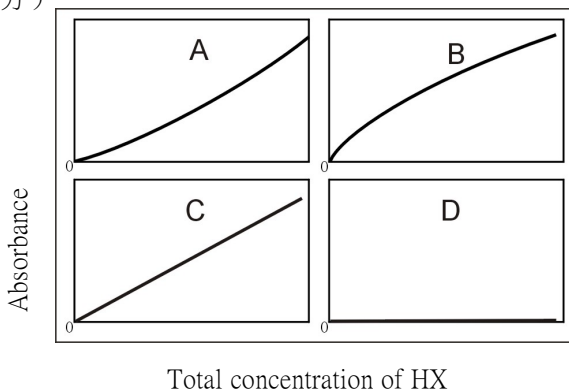
- | | | |
|--|---------------------------------------|----------------------------|
| (B) 吸光度與入射光的波長成線性關係 | Y | <input type="checkbox"/> N |
| (C) 透光度(transmittance)之 log 值與吸光物質的濃度成正比 | <input checked="" type="checkbox"/> Y | N |
| (D) 透光度與吸光度的 log 值成反比 | Y | <input type="checkbox"/> N |
| (E) 透光度與吸光物質之濃度成反比 | Y | <input type="checkbox"/> N |

問題 16 (1 分)

將下列各小題中所對應的波長 (以 nanometer, nm 為單位) 勾選出來：

- | | |
|-------------------------------|--|
| (小題 A) 3000 Å | <input type="checkbox"/> 150 nm (), <input checked="" type="checkbox"/> 300 nm (✓), <input type="checkbox"/> 600 nm (), <input type="checkbox"/> 5000 nm () |
| (小題 B) 5×10^{14} Hz | <input type="checkbox"/> 150 nm (), <input type="checkbox"/> 300 nm (), <input checked="" type="checkbox"/> 600 nm (✓), <input type="checkbox"/> 5000 nm () |
| (小題 C) 2000 cm^{-1} | <input type="checkbox"/> 150 nm (), <input type="checkbox"/> 300 nm (), <input type="checkbox"/> 600 nm (), <input checked="" type="checkbox"/> 5000 nm (✓) |
| (小題 D) 2×10^6 GHz | <input checked="" type="checkbox"/> 150 nm (✓), <input type="checkbox"/> 300 nm (), <input type="checkbox"/> 600 nm (), <input type="checkbox"/> 5000 nm () |

問題 17 (2.5 分)



弱酸 HX 的吸光度與濃度關係有上面不同的圖示。請於下列各小題中，勾選出其對應之圖形。

- (小題 A) HX 溶液中，只有未解離的 HX 會吸光
- Curve A (✓), Curve B (), Curve C (), Curve D ()
- (小題 B) HX 溶液中，只有 X^- 會吸光
- Curve A (), Curve B (✓), Curve C (), Curve D ()
- (小題 C) HX 溶液中加入過量的強鹼，只有 HX 會吸光
- Curve A (), Curve B (), Curve C (), Curve D (✓)
- (小題 D) HX 溶液中加入過量的強酸，只有 HX 會吸光
- Curve A (), Curve B (), Curve C (✓), Curve D ()
- (小題 E) HX 溶液中，HX 和 X^- 均會吸光，而 X^- 和 HX 的吸光係數值大小相同
- Curve A (), Curve B (), Curve C (✓), Curve D ()

問題 18 (1 分)

下列何者酸性最強?

- (A) 過氯酸 (HClO_4)
- (B) 氯酸 (HClO_3)
- (C) 亞氯酸 (HClO_2)
- (D) 次氯酸 (HClO)
- (E) 上述所有酸均含有氯，故強度相同

問題 19 (1 分)

鐵的配位數為 8，下列那一個構造最適合用來描述鐵的晶體構造?

- (A) 簡單立方(simple cubic)
- (B) 體心立方(body-centered cubic)
- (C) 立方最密堆積(cubic closest packed)
- (D) 六方最密堆積(hexagonal closest packed)
- (E) 以上皆非

問題 20 (1 分)

下列那一個元素的第三游離能最大?

- (A) B
- (B) C
- (C) N
- (D) Mg
- (E) Al

問題 21 (1 分)

下表為第二週期中某元素的前六個游離能 (IE) 的數值 (單位為 eV)，試問此元素為何?

IE ₁	IE ₂	IE ₃	IE ₄	IE ₅	IE ₆
11	24	48	64	392	490

- (A) B
- (B) C
- (C) N

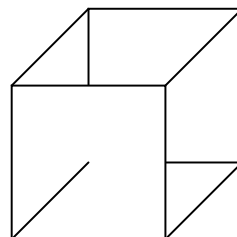
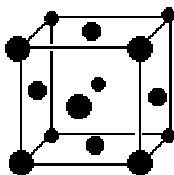
(D) O

(E) F

問題 22 (3 分)

金屬銀固體為面心立方堆積 (faced-centered cubic packed)

A) 在右圖上畫出此一面心立方堆積的單位晶格(unit cell)



B) 面心立方堆積的單位晶格中有多少個原子?

4

C) 若銀的密度為 10.5 g/cm^3 ，則單位晶格的邊長為何?

$$\rho = \frac{4M}{V N_A} \Rightarrow a^3 = \frac{4M}{\rho N_A} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{4 \text{ atoms cell}^{-1} \times 107.8682 \text{ g mol}^{-1}}{10.5 \text{ g cm}^{-3} \times 6.022142 \times 10^{23} \text{ atoms mol}^{-1}}} = 409 \text{ pm}$$

D) 計算出晶體中銀原子的半徑。

$$r = \frac{a}{2\sqrt{2}} = \frac{409 \text{ pm}}{2 \times 1.4142} = 144 \text{ pm}$$

問題 23 (1 分)

下列的敘述是正確 (Y)或錯誤 (N)?

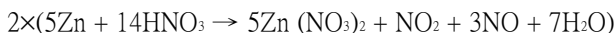
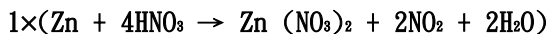
- | | | |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (A) HF 之沸點大於 HCl. | <input checked="" type="checkbox"/> | N |
| (B) HBr 之沸點比 HI 低 | <input checked="" type="checkbox"/> | N |
| (C) Ki 與濃硫酸作用可生成 Hi | <input checked="" type="checkbox"/> | N |
| (D) 氨水為一緩衝溶液，因其含有 NH_3 和 NH_4^+ | Y | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (E) 水在 80°C 時是酸性的 | Y | <input checked="" type="checkbox"/> |
| (F) 以石墨為電極，電解 KI 溶液時，陰極溶液的 pH 值小於 7 | Y | <input checked="" type="checkbox"/> |

問題 24 (2 分)

在某一特定溫度條件下，Zn 與某濃度的 HNO₃ 作用，產生了 NO₂ 與 NO，且莫耳數比為 1:3。若以 1 莫耳的 Zn 反應，則總共消耗掉多少莫耳的 HNO₃？

2.2 2.4 2.6 2.8 3.0 3.2

註:



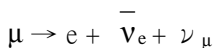
Therefore x = 14/5 = 2.8

SECTION B: 物理化學

問題 25: Muon (總分 8 分)

Muon(μ)是 lepton 族的次原子粒子，與電子具有相同的電荷和磁性，但是質量不同且不穩定；也就是說，在它產生之後的微秒內，會分裂成其它粒子。在此，你將利用兩種不同的方法，試著決定 Muon 的質量。

A) (3 分) 最常見的 muon 自發分裂反應是:



其中 $\bar{\nu}_e$ 是 antineutrino， ν_μ 是 muon neutrino。

在一實驗中，stationary muon(等於 $\bar{\nu}_e + \nu_\mu$)帶走了 2.000×10^{-12} J 的能量，在此同時電子的動能為 1.4846×10^{-11} J。試決定 muon 的質量。

$$E_\mu = E_e + E_{\nu, \bar{\nu}} \Rightarrow m_\mu c^2 = m_e c^2 + T_e + E_{\nu, \bar{\nu}} \Rightarrow m_\mu = m_e + (T_e + E_{\nu, \bar{\nu}}) c^{-2} \Rightarrow$$

$$m_\mu = 9.109382 \times 10^{-31} \text{ kg} + (1.4846 \times 10^{-11} \text{ J} + 2.000 \times 10^{-12} \text{ J}) \times (2.99792458 \text{ m s}^{-1})^{-2} = 1.8835 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

B) (5 分) 許多實驗是利用原子捕捉一個 muon 取代電子的原理，來探討 muon 的質量。這些特殊的原子具有不同的激發態。一個由 1H 原子核和 1 個 muon 結合而成的原子，由第三激發態回到第一激發態時，可測得 2.615nm 波長的光。試決定 muon 的質量。

$$E_n = -\frac{2\pi^2 Z^2 e^4 \mu}{(4\pi\epsilon_0)^2 h^2 n^2} \Rightarrow$$

$$\Delta E = E_4 - E_2 = \frac{-2\pi^2 Z^2 e^4 \mu}{(4\pi\epsilon_0)^2 h^2 4^2} - \frac{-2\pi^2 Z^2 e^4 \mu}{(4\pi\epsilon_0)^2 h^2 2^2} = \frac{-2\pi^2 Z^2 e^4 \mu}{(4\pi\epsilon_0)^2 h^2} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \mu = \frac{hc (4\pi\epsilon_0)^2 h^2 16}{\lambda 2\pi^2 Z^2 e^4 3} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{(6.626069 \times 10^{-34} \text{ Js})^3 \times 2.99792458 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} \times 128 (8.8541878 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ m}^{-2} \text{ N}^{-1})^2}{2.615 \times 10^{-9} \text{ m} \times 3 \times 1^2 \times (1.602176 \times 10^{-19} \text{ C})^4} \Rightarrow$$

$$\mu = 1.693 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

$$\mu = (m_p^{-1} + m_\mu^{-1})^{-1} \Rightarrow m_\mu = (\mu^{-1} - m_p^{-1})^{-1} \Rightarrow m_\mu = \left((1.693 \times 10^{-28})^{-1} - (1.672622 \times 10^{-27} \text{ kg})^{-1} \right)^{-1} \Rightarrow$$

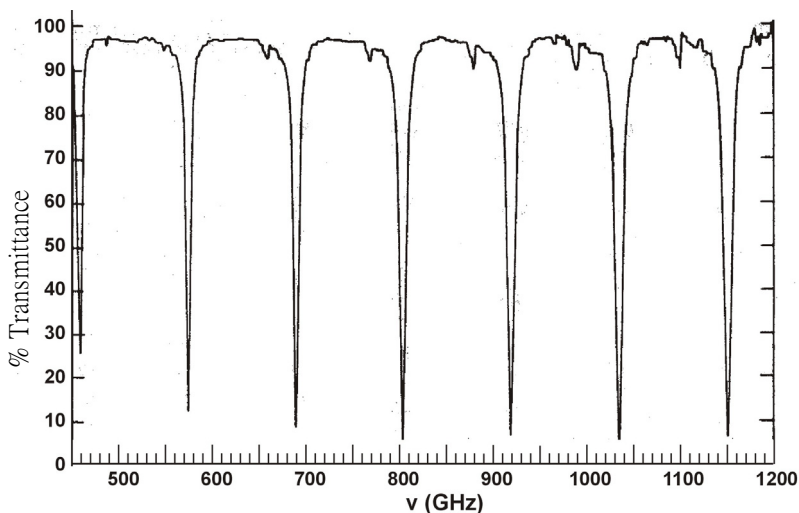
$$m_\mu = 1.8837 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

問題 26: CO 的光譜 (5 分)

雙原子分子的轉動能階可用公式 $E_J = B J(J+1)$ 描述，其中 J 是分子的轉動量子數， B 是該分子的

轉動常數。B 與分子的還原質量(reduced mass, μ)、鍵長 R 的關係為 $B = \frac{h^2}{4\pi^2 \mu R^2}$ 。

光譜上不同的吸收峰，代表分子在不同能階間的能量差($h\nu = \Delta E$)。光譜上觀察到的吸收峰能量，等於相鄰轉動能階間的能量差 $\Delta E = E_{J+1} - E_J = 2B(J+1)$ 。因此，一連串的轉動能階變遷光譜(如下面所示的光譜)，相鄰的波峰能量差遵循 $h(\Delta\nu) = 2B$ 的方程式。



檢視所提供的光譜圖，以適當的單位，計算以下 $^{12}\text{C}^{16}\text{O}$ 的各項數值：

A) ΔV

$$\Delta V = 115 \text{ GHz}$$

B) B

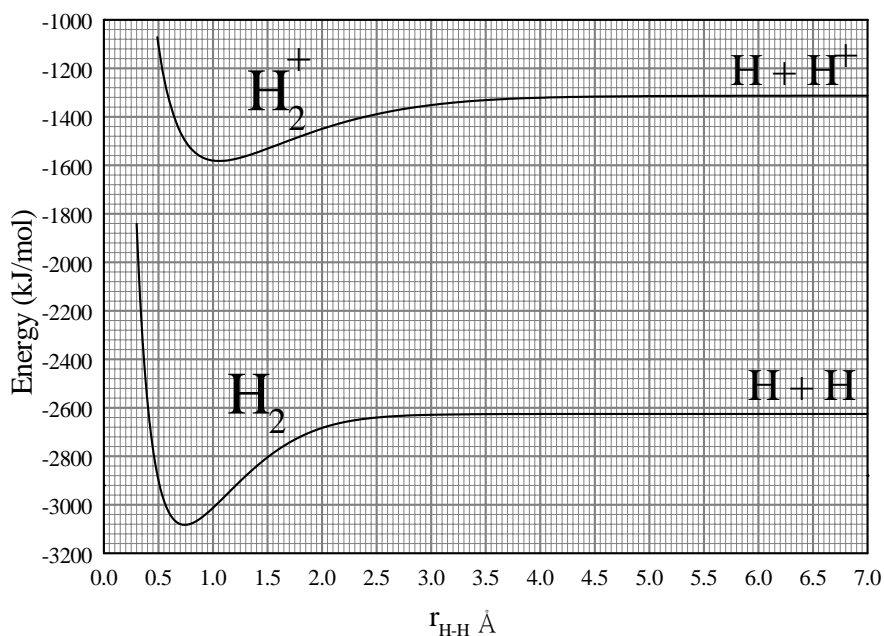
$$B = \frac{1}{2} 115 \text{ GHz} \cdot 6.626069 \times 10^{-34} \text{ J s} = 7.62 \times 10^{-23} \text{ J}$$

C) R

$$\mu = \frac{12 \times 16}{12 + 16} \frac{\text{g mol}^{-1}}{6.022142 \times 10^{23} \text{ molecules mol}^{-1}} = 1.139 \times 10^{-26} \text{ kg molecule}^{-1},$$

$$R = \frac{h}{2\pi\sqrt{\mu B}} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}}{2\pi\sqrt{1.139 \times 10^{-26} \text{ kg} \times 7.62 \times 10^{-23} \text{ J}}} = 1.132 \times 10^{-10} \text{ m}$$

問題 27: 氫分子(Hydrogen molecule)(5 分)



下列是 H_2 分子和它的正離子 (H_2^+) 的位能曲線圖。

利用此圖的資料，以數值及適當的單位，回答下列問題：

1. H_2 和 H_2^+ 在平衡時的鍵長分別為何？

$$\text{H}_2: 0.75 \text{ \AA}, \quad \text{H}_2^+: 1.05 \text{ \AA}$$

2. H_2 和 H_2^+ 的鍵能分別為何？

$$\text{H}_2: 450 \text{ kJ/mol}, \quad \text{H}_2^+: 270 \text{ kJ/mol}$$

3. H₂ 分子的游離能為何?

$$IE(H_2) = 1500 \text{ kJ/mol}$$

4. H 原子的游離能為何?

$$IE(H) = 1310 \text{ kJ/mol}$$

5. 假如以頻率為 3.9×10^{15} HZ 的電磁輻射來游離 H₂ 的電子，所移出的電子的運動速率為何?
(分子振動能可忽略)

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = h \cdot \nu - IE(H_2) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h \cdot \nu - IE(H_2))}{m_e}}$$

$$h \cdot \nu = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3.9 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 2.5818 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$IE(H_2) = 1500 \text{ kJ/mol} = \frac{1500 \text{ kJ/mol}}{6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 2.4909 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(2.5818 \cdot 10^{-18} - 2.4909 \cdot 10^{-18}) \text{ J}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \Rightarrow v = 447 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

問題 28: 冷卻圖譜(Cryoscopy) (4 分)

化學家常需要以一個浴槽裝置來進行一個低於水的凝固點 (0 °C) 和高於 CO₂ 昇華點 (-78 °C) 的實驗。此時，他們會將冰和 NaCl 混合，溫度可低至 -20 °C。

將 1 公斤 0 °C 的冰和 150 克的 NaCl 混合放在一個隔熱的容器，當作冷卻槽。圈選字母 Y 或 N 表示下列的陳述是正確(Y)或否(N)。

混合程序是否為自發性的(spontaneous)

Y N

混合程序的熵(ENTROPY)改變是否為負值

Y N

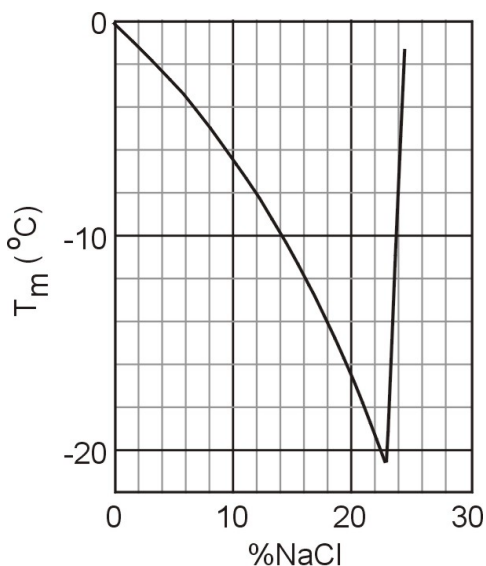
右圖表示 NaCl 溶液凝固點與溶液組成(重量百分濃度)的關係。依據此圖，找出冰浴的凝固點為何?

$$\%NaCl = 150 \text{ g}/(150 + 1000) = 13\%$$

$$T_{fr} = -9^\circ\text{C}$$

假如以相同重量的 MgCl₂ 取代 NaCl，凝固點是否會較高?

Y N



$$C_{\text{NaCl}} = 150 \text{ g} / 58.453 \text{ g mol}^{-1} / 1 \text{ kg} = 2.57 \text{ mol NaCl kg}^{-1} \rightarrow 5.13 \text{ mol particles kg}^{-1}$$

$$C_{\text{MgCl}_2} = 150 \text{ g} / 95.21 \text{ g mol}^{-1} / 1 \text{ kg} = 1.58 \text{ mol MgCl}_2 \text{ kg}^{-1} \rightarrow 4.73 \text{ mol particles kg}^{-1}$$

$$\Delta T = K_{\text{fr}} C \Rightarrow T_{\text{fr}}(\text{NaCl}) < T_{\text{fr}}(\text{MgCl}_2)$$

問題 29: 游泳池(Pool) (5 分)

一個非常大的游泳池裝滿 20°C 的水，以加熱能力 500W 的電阻器加熱 20 分鐘。假設池中的水除電阻器外，並沒有和其他東西接觸。回答下列問題：

傳導至水的熱量是多少

$$q = Pt = 500 \text{ W} \times 20 \text{ min} \times 60 \text{ s min}^{-1} = 7.2 \times 10^5 \text{ J.}$$

電熱器的熵改變(change of entropy)是正值、負值或零?

(I) $\Delta S_{\text{res}} > 0$

(II) $\Delta S_{\text{res}} = 0$

(III) $\Delta S_{\text{res}} < 0$

水的熵改變(change of entropy)是正值、負值或零?

(I) $\Delta S_{\text{pool}} > 0$

(II) $\Delta S_{\text{pool}} = 0$

(III) $\Delta S_{\text{pool}} < 0$

系統的熵改變(change of entropy)是正值、負值或零?

(I) $\Delta S_{\text{total}} > 0$

(II) $\Delta S_{\text{total}} = 0$

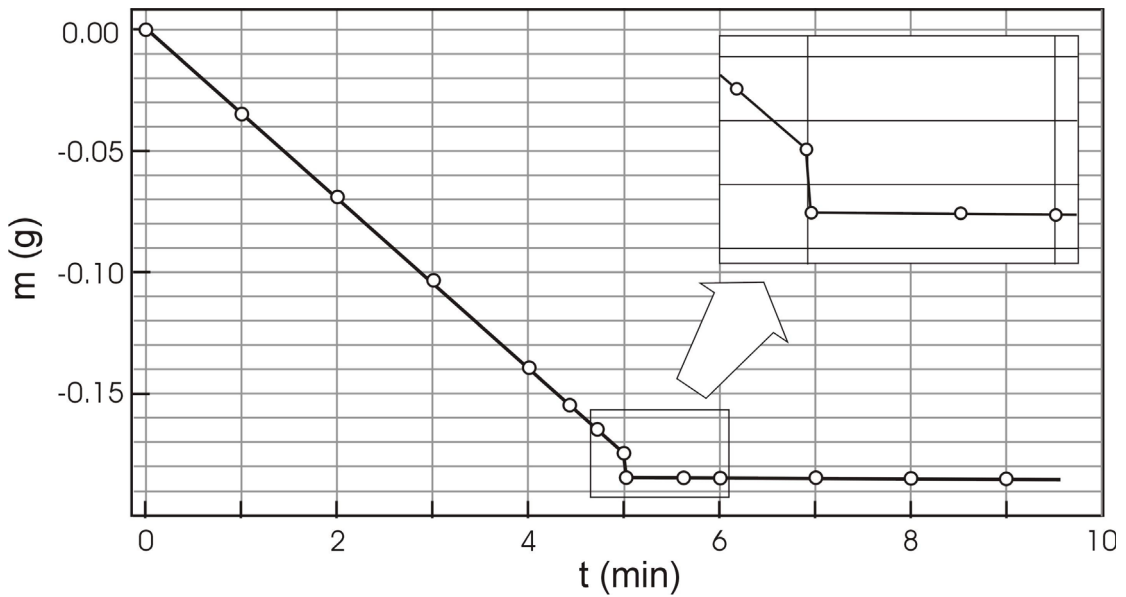
(III) $\Delta S_{\text{total}} < 0$

此程序的進行是可逆的嗎? Y N

問題 30: 氣體速率(Gas velocity) (5 分)

此實驗描述一個簡單的方法決定揮發性液體分子在氣相中運動的平均速率(u)。一個寬且淺的容器(a petri dish)填充半滿的乙醇，將容器放在天平上。它的蓋子放在天平上，但是放在容器的旁邊。在時間 t=0，天平歸零。天平的讀數記錄如圖所示。在 t=5 時，將蓋子蓋在容器上。

液體不再蒸發，但是在其中的分子會推蓋子，因此天平的量度會下降 δm 。因此施於蓋子的力為 $f = \delta mg$ 。施於蓋子的力亦為蒸發分子的動量改變率，也就是說 $f = \frac{1}{2} u \, dm/dt$ 。利用所提供數值計算乙醇在 290K 的平均速率。假設 $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ 。



$$\frac{dm}{dt} = \frac{0.135 \text{ g}}{4 \text{ min}}, \quad \delta m = 0.01 \text{ g}$$

$$f = \delta m g = \frac{u}{2} \frac{dm}{dt} \Rightarrow u = \frac{2\delta m g}{\frac{dm}{dt}} = \frac{2 \times 0.01 \text{ g} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{\frac{0.135 \text{ g}}{4 \times 60 \text{ s}}} = 348 \text{ m s}^{-1} \approx 350 \text{ m s}^{-1}$$

(上承第 43 頁)

假設存在一正整數 n 使得 $n^p \equiv p \pmod{q}$ 。則

由 q 的定義知:

$$n^{p^2} \equiv p^p \equiv 1 \pmod{q}.$$

另一方面, 因 q 是質數。由 Fermat's little 定理知:

$$n^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}.$$

因 $p^2 \vee q-1$, 所以 $(p^2, q-1) | p$ 。如此可推得

$$n^p \equiv 1 \pmod{q}.$$

因此, $p \equiv 1 \pmod{q}$ 。然而,

$$1 + p + p^2 + \dots + p^{p-1} \equiv p \pmod{q}.$$

由 q 定義知: $p \equiv 0 \pmod{q}$ 。此為一矛盾結果。故本題得證。