

# 四年級學生在國際教育成就調查試測的 數學成就表現

林碧珍 蔡文煥

國立新竹師範學院數學教育系

## 摘 要

本研究的目的是在於瞭解台灣學生在 TIMSS 2003 試測的數學成就表現。研究方法完全遵照國際測驗中心的程序，受測樣本從全國小學依隨機抽樣抽出 50 班，共 1601 位四年級學生。本研究的主要發現：全部的 229 題試題中，有 74 題的數學內容尚未正式列入我國八十二年版的四年級數學課程中。台灣學生的平均通過率由高至低為數、幾何、資料、代數、測量分別為 55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%。除了代數之外，台灣學生在其他四個主題的平均通過率皆高於其他國家學生的平均通過率。在這次試測中，分別有 15，17，8，3，6 題是學生學過的試題，而我國學生的成就表現低於國際平均通過率。本研究發現影響學生數學成就的可能因素包括：評量的形式（選擇題、填充題），評量的內容（操作性的圖卡）、題目本身命題不適當、題目的語意不清，題目的情境不合台灣國情文化、學生沒有學過相關的數學內容、解題時忽略真實情境的考量。本研究的發現可以提供給我國規劃九年一貫數學課程的參考，評量的方法及形式可以提供給教師評量學生的參考。

## 壹、TIMSS 的介紹

### 一、背景

The Trends in International Mathematics and Science Study（以下簡稱 TIMSS）是國際教育學習成就評量委員會（The International Association for the Evaluation of Education Achievement，IEA）的計畫案之一，其目的主要在於瞭解各國學生數學及科學學習成就及其各國文化背景、學習環境、教師因素等影響因子之相關性；同時，對於連續參加的國家可以進行縱向的趨勢比較，以協助參加的國家瞭解其在教育改革或課程改革的成效。

IEA 是一個獨立的國際合作研究中心，自 1959 年起開始執行系列性的跨國比較的教育研究；自 1990 年開始推動執行「第三次國際數學與科學教育成就（Third International Mathematics and Science Study）」，有四十餘國參加；於 1999 年，針對國二學生進行第三次國際數學與科學教育成就研究後續調查（TIMSS-R），共有 38 個國家參加，我國國二學生也參與了 TIMSS-R 的學習成就調查，在成績表現方面，科學位居所有參加國家之冠，數學排名第三。

繼 TIMSS-R 之後，IEA 於 2002 年四月進行試測（field test），將於 2003 年正式施測

(main survey)國際數學與科學教育成就趨勢調查(以下簡稱 TIMSS 2003),調查對象包括國小四年級及國中二年級學生, TIMSS 2003 是我國國小學生接近幾年來正式參與大規模國際性學生學習成就的一項調查研究,參加這次的小學部分共有 23 個國家,國中部分有 46 個國家。

## 二、「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」研究計畫

「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」研究計畫是由國科會和教育部共同支助經費的四年期專題研究計畫,由國立台灣師範大學理學院院長張秋男教授主持,結合國立台灣師範大學理學院各系、科教所、科教中心,以及新竹師範學院和台北市立師範學院教授共同組成研究團隊,參與本研究計畫的十八位共同主持人為(按姓氏筆劃):方泰山、李田英、邱美虹、林保平、林碧珍、林陳涌、洪有情、洪志明、張永達、張美玉、張俊彥、張殷榮、曹博盛、楊文金、傅學海、蔡文煥、譚克平、羅佩華。

我國正式參加這次的大規模國際性學生在數學與科學學習成就方面的比較測驗,主要是在瞭解我國國小四年級學生及國二學生的學習成就表現;除了能與其他國家做比較,並能與 TIMSS-R 的結果作追蹤比較,藉此建立一個我國在數學與科學教育執行成果的國際性指標;具體言之本研究計畫之目的為:

1、瞭解我國學生數學及科學學習成就,以提供規劃二十一世紀我國中小學的數學及科學課程之參考。

2、瞭解我國學生數學及科學學習成就與家庭背景、學習環境、及教師等影響因子的關係,並進一步作國際比較分析。

3、與 TIMSS-R 之結果作比較,瞭解國二學生在數學及科學學習成就之趨勢。

4、瞭解國際評量學生學習成就的趨勢與新的評量方法,提供我國教師評量學生的參考。

TIMSS 2003 這次允許參加的國家發展新的試題,提供給國際測驗中心(International Study Center, ISC)建立國際資料庫。我國的「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」研究計畫之研究團隊在張院長領導之下,第一年的主要研究工作是:參加兩次的國際會議;配合國際時程完成評量試題的架構(TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003, Mullis, et al., 2001);開發國小四年級及國中二年級數學及科學試題;修訂 1999 年使用之學生問卷、受測班級數理科教師問卷、學校校長問卷、及有關學習及教學的背景資料;分析我國中小學課程架構,提供 ISC 作為編製試題架構的參考依據,並幫助我們瞭解我國數學課程哪些數學概念比其他國家提早學習或延遲學習,詳細的研究資料請參閱第一年的研究成果報告(張秋男等人, 2001)。

研究計畫的第二年主要是與 TIMSS 2003 試測(field test)相關的研究工作,研究工作內容包括:參加兩次的國際會議;有關試測資料的輸入管理視窗版及閱卷的研習訓練;配合國際時程完成 TIMSS 2003 試測試題的翻譯工作,並由荷蘭的 IEA 國際測驗

總部確認所有翻譯工具，這些試測工具包括四年級的測驗題本共七本，學校問卷、教師問卷、學生問卷；八年級的測驗題本共五本，學校問卷、教師問卷、學生問卷。TIMSS 2003 試測已於民國 2002 年的四月舉行，受測的準備工作與流程完全遵守國際測驗中心的統一嚴謹監管。

這些嚴謹的研究過程包括：首先，調查台灣全國九十學年度公私立國民小學各校四年級和國民中學二年級各校的班級數、班級名稱、各班學生人數。其次，將全國公私立國民中小學編碼，送至國際測驗總部抽樣，共計抽出試測學生之小學 25 所，共有 50 班，1601 名學生參加測驗。國中 25 所學校，31 班，1110 名學生參加測驗。國立台灣師範大學科教中心依國際測驗中心規定之抽樣方法分別依國小四年級和國中二年級之班級數與學生人數，分別抽出一至三班作為試測的樣本。當抽樣工作完成後，邀請受測學校之聯絡人及監試人員參加試測工作說明講習會，協助參加學校瞭解 TIMSS 2003 試測的目的及施測時進行之必要程序及注意事項等。最後，邀請國中小自然學科及數學學科的閱卷教授及教師分科參加自由反應試題的評分系統研討會，並於五月份完成試測閱卷工作；詳細的研究資料請參閱第二年的研究成果報告（張秋男等人，2002）。

本研究團隊在過去兩年進行的研究工作是為第三年 TIMSS 2003 正式施測時的準備工作，以期達到合乎研究方法的嚴謹性。本研究團隊的研究小組原先在研究會議上初步決定要等到 TIMSS 2003 的正式施測結束

後，並待由國際測驗中心發佈部分試題或國際排名成績公佈之後，才使用試測資料並與正式施測所蒐集的資料進行比較及對照分析。然而，立法委員曾經於九十一年的一十一月份在立法院質詢時，針對八十二年的國小數學課程改革提出質疑與不滿，緊接著，社會上部分關心國小數學教育的社會人士、家長、甚至是使用八十二年版數學課程的第一線教師，也對國小數學課程改革的成效有所質疑，但也有部分家長或教師對國小數學課程改革持有正面的肯定意見，在雙方各持不同意見或看法時，最期盼的是一個具有公信力又有代表性的學生數學成就測驗，以能作為檢驗課程改革成效的判準。正逢此時，由國科會與教育部補助的本研究計畫是一個大規模及國際型的教育成就調查正在執行，全國關心數學教育的人士期盼這份測驗的成果能公諸於世，因此兩位作者獲得到研究團隊的每位成員的允諾，利用我們一起蒐集的資料來撰寫本論文；我們期望這次試測的研究結果能作為九年一貫課程改革或國家未來教育改革的參考依據。

由於在 2002 年所進行的 TIMSS 2003 試測是為 2003 年的正式施測而準備的，其目的是為了讓參加的國家能預先熟悉抽樣、試題翻譯、施測、及閱卷的工作流程，試測的工作對於新加入的國家在程序上較為生澀，難免有疏漏之處；又因為試測抽樣的樣本數不夠多，有些國家沒有做到隨機抽樣，因此，國際測驗中心不允許各國將試題內容公佈，也不允許公開各國在國際間的排名，因為試測的目的不在於進行國家之間的比較。為了

遵守這兩項的規定，因此，本論文只能針對台灣國小四年級學生在數（Number），代數（Algebra），實測（Measurement），幾何（Geometry）、與資料（Data）五個主題的答題表現及在各個項目的作答情形，進行分析，並探討其可能的原因，在各項目之間分別在台灣與國際的平均通過率做比較。

## 貳、TIMSS 2003 小四數學試題評量架構與細目

TIMSS 2003 小四試題評量架構與細目（TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003, Mullis et al., 2001）是作為建立國際教育資料庫的主要架構，此評量架構在數學科分成兩個向度：一個向度是數學內容領域（Mathematics content domains），另一個向度是數學認知領域（Mathematics cognitive domains）。數學內容領域是用來說明評量試題應該包含的數學內容；而數學認知領域是用來說明評量試題應該包含當學生探究數學內容時，我們所期望的行為，這些行為包括：知道數學的事實和過程、使用概念、解例行性問題、和推理。數學內容領域包含五大主題：數、代數、測量、幾何、資料。每一個主題下各包含許多的數學概念（例如：數分為全數（正整數和0）、分數和小數、整數、比值、比例及百分比）。每一個數學概念下再列出許多子概念，這些子概念均包含在下面的 TIMSS 2003 的試題評量架構的細目內容。

### 一、數學內容領域

#### （一）數

##### 全數

- 以文字、圖形、或符號表徵一個正整數，其中包含認識和寫出一個正整數的展開式。
- 位值的概念。
- 全數的大小比較及排序。
- 依據數的特性（如偶數、奇數、因數、倍數）辨認數的性質。
- 數的計算。
- 解例行性或非例行性問題，包括日常生活問題。
- 認識分數是部份-全體，部分集合-集合，數線上的一點，兩個整數相除的結果。

##### 分數和小數

- 認識等值分數。
- 分數的大小比較與排序。
- 小數的瞭解。
- 使用數字、數或模型表徵分數或小數。
- 同分母分數的加減。
- 小數的加減。

##### 比值、比例、百分比

- 解決簡單的比例問題。

#### （二）代數

##### 數型

- 延伸並找出幾何規律或數字規律性的某一項。
- 描述數字或幾何圖形的規律性。
- 描述一個數列中相鄰兩項的關係或項數與第幾項的關係。

### 公式、方程式、等式

- 使用等式、面積、體積，說明對等號的瞭解。
- 找出方程式中未知的值(如：加法算式填充題)。
- 以簡單的情境模式化方程式中未知的值。
- 解有未知數的數學問題。

### 關係

- 依據給定的規則，衍生配對的數。
- 依據滿足某關係的一些數對，寫出或選擇這個關係的規則。
- 依據給定的規則，畫出這些數對的圖形。
- 說明為什麼這個數對滿足給定的這個規則。

### (三) 測量

#### 屬性和單位

- 以非標準單位測量長度、面積、體積、時間。
- 選擇適當的單位，測量長度、面積、重量、角度、時間。
- 標準單位間的化聚。
- 瞭解長度、面積、體積、角度、時間的保留性(不因位置、分割而改變原來的量)。

#### 測量工具、方法和公式

- 以直線型或圓形的量尺工具，測量情境中之長度、重量、時間和溫度。
- 在具體情境中，估計長度、面積、體積、重量和時間。
- 求算正方形和長方形的面積和周長。
- 計算簡單情境中的測量問題(例如：時間的流逝、溫度的改變、身高的相差高度)。

### (四) 幾何

#### 線和角

- 分類大於  $90^{\circ}$ 、小於  $90^{\circ}$ 、或等於  $90^{\circ}$  的角。
- 辨識和描述互相平行的線和互相垂直的線。
- 比較角度的大小並排序。

#### 二維形狀和三維形體

- 知道使用適當的語彙描述二維和三維形體。
- 從周遭環境中辨識幾何形體。
- 根據性質分類二維和三維的形體。
- 知道並使用幾何圖形的性質，解決例行性問題。
- 形體的分割與組合。

#### 全等和相似

- 辨識全等三角形。
- 辨識相似三角形。

#### 位置和空間關係

- 使用非正式的座標系標出平面上的點。
- 畫出形體的展開圖。
- 瞭解三維的展開圖與二維之間的關係，三維物體的視圖與二維的關係。

#### 對稱和變換

- 瞭解線對稱。
- 畫出二維的對稱圖形。
- 瞭解平移、旋轉、反射。

### (五) 資料

#### 蒐集組織資料

- 將一組數據和一個情境作適當的對應。
- 按照某一個特性(如身高、顏色、年齡、形狀) 將一組資料組織。

### 呈現資料

- 從表格、長條圖、百分圖直接閱讀資料。
- 使用統計圖表呈現資料。
- 比較並配對不同圖表間代表相同資料。

### 解釋資料

- 在一個統計圖中，比較每一個群組的資料特性。
- 從統計圖中作結論。

## 二、數學認知領域

### (一) 知道事實及過程

#### 回憶

- 回憶定義、語彙、單位、數的基本事實、數的性質、平面幾何的性質、數學的規約(如： $a+a+a=3a$ )。

#### 辨認和辨識

- 辨識。
- 簡化代數式。
- 辨認擺放不同位置的幾何圖形。

#### 計算

- 瞭解 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 四則運算或混合運算。
- 求近似值的方法。
- 估計測量。
- 解等式或方程式。
- 求算式和計算公式。
- 簡化或展開算式。

#### 使用工具

- 使用測量工具。
- 報讀數字。
- 畫線、角、或形狀。
- 依據給定的條件畫出三角形、四邊形。

### (二) 使用概念

### 知道

- 知道長度、面積、體積的保留性。
- 知道包含、除外、一般化、可能性、表徵、證明、基數、序數、數學關係、位值等概念。

### 分類

- 將物體、形體、數、等式，依據共同性質作分類。
- 依據物體的屬性或數字的特性排序。

### 表徵

- 用模型來表示一個數。
- 用圖表呈現給定的數據資料。
- 依據給定的關係，衍生等值的表示式。

### 形成問題

- 依據給定的等式或表示式形成問題。

### 區辨

- 區別哪些是可以依據給定的數據資料來提問？哪些是不能？

### (三) 解例行性問題

#### 選擇

- 選擇或使用一個有效的方法或策略解決問題。
- 選擇適當的算式、公式、和單位。

#### 模式化

- 衍生一個適當的模型，例如：用等式或圖來解決一個例行性的問題。

#### 解釋

- 解釋一個給定的數學模式(等式或圖)。
- 說明如何依據給定的敘述執行數學的教學。

#### 應用

- 應用事實過程和概念解例行性的數學問題。

**檢驗、驗證**

- 驗證答案的正確性。
- 評估答案的合理性。

**(四) 推理**

**假設、臆測和預測**

- 當探究數型、討論觀念、提出模式、檢驗資料、討論想法時能做合理的臆測。

**分析**

- 在一個數學情境中能決定並描述變數之間或物體之間的關係。
- 分析單一變數的統計資料。
- 分割幾何圖形使其簡單化。
- 畫出一個不熟悉的立體圖形的視圖。
- 從給定的訊息作有效的推論。

**評估**

- 討論和評估一個數學觀念所作的臆測解題的策略和方法、證明等。

**一般化**

- 延伸或擴充特定情況的一般結果。

**連結**

- 新的知識與現有知識的連結。
- 概念與表徵之間的連結。

- 概念與概念之間的連結。

**分析綜合**

- 綜合從過程到結果的建立。
- 綜合並產生新的結果。

**解非例性問題**

- 解決生活中未遭遇過的數學問題。

**證明**

- 提出一個有效的論證。
- 能說明為何支持或不支持某一個敘述。

**三、小四評量試題的分佈**

這次的小四試測試題共有 229 題，題目分為兩種形式，一類是選擇題，每題一分，共有 104 題；另一類是填充題及說明作法，若只是填答，每題一分，共有 112 題；若需要說明作法的填充題，每題 2 分，共有 13 題。在這些題目中，有些題目是以題組形式出現，有些題目是提供圖卡或紙尺給學生實際在測驗題本上測量。229 個試測題目分配到七個題本，每個題本的題目不重複，試題在各題本的分佈如表 2-1。

表 2-1：TIMSS 2003 試測題目的形式

形 式 形 本	選擇題	填充題		題目總數
		只寫答案 (1 分)	寫出答案並說明作法 (2 分)	
題本 1	18	14	1	33 題
題本 2	15	16	1	33 題
題本 3	19	13	2	34 題
題本 4	12	18	3	33 題
題本 5	17	14	2	33 題
題本 6	11	16	2	29 題
題本 7	12	22	1	35 題
合計	104 題	112 題	13 題	229 題

在 229 題的試測題目中，依據國際測驗總部所提供的資料分別屬於數、測量、幾何、資料、代數的題數各為 85 題、55 題、39 題、

表 2-2：TIMSS2003 試測題目的雙向細目表

17 題、33 題；屬於知道事實及過程、使用概念、解例行性問題、和推理的題數各為 60 題、41 題、86 題、42 題，如表 2-2。

數學 內容 \ 認 知	知道事實及過程 (回憶、辨認、 計算、使用工具)	使用概念 (知道、分辨、表 徵、形成、區分)	解例行性問題 (選擇、模式化、 解釋、應用、驗證)	推理 (臆測、分 析、評鑑、 證明、綜合)	合計題數 (%)
數	23	20	42	10	85 (37%)
測量	13	2	30	10	55 (24%)
幾何	19	9	4	7	39 (17%)
資料	2	5	9	1	17 (7%)
代數	3	5	11	14	33 (15%)
合計題數 (%)	60 (26%)	41 (18%)	86 (38%)	42 (18%)	229 (100%)

### 參、逐題分析學生答對的通過率

當各試題依 TIMSS 2003 試題架構做歸類後，逐題分析學生在每一個題目的答題情形，分析的焦點主要是放在台灣學生的答對率是否低於國際平均值，並判斷各個試題所涉及的數學概念是否已列入我國的四年級數學課程。雖然學生使用不同的版本教材，各版本在活動設計內容上差異懸殊，但各版本的教材內容仍須完成課程標準所列各領域的年段目標；因此，八十二年的數學課程標準是我們判斷參與本研究的四年級學生是否學過各試題之主要依據（教育部，1993）。

除此之外，逐題分析學生對每一個選項作答的百分比，並嘗試分析為何學生會選某一答案的可能原因。分析表格分為數學內容領域欄、學生在各題答案率是否高於國際通過率欄、台灣的教材是否教過欄、作答情形欄、及備註欄共五欄。逐題的項目分析，首

先請三位在職教師的研究生作分析者的三角校正，以避免因分析者的教學經驗或主觀判斷，而影響資料分析的正確性，經過三位分析者的交叉比對之後，發現 229 個題目中，共有 54 題難以判斷是否台灣的數學課程已出現該數學概念，其爭議性是因為這些試題在台灣不同版本的教科書處理的深淺度不一，而讓分析者難以判斷；諸如座標的相關概念在高年級數學教材才出現，但是自然科在四年級時已經學過了，為了避免分析者主觀的判斷錯誤，再找一位四年級教學經驗豐富的在職教師的研究生，針對這 54 個題目再作分析確認，分析的結果再與前三位分析者比對，結果發現仍然有 31 題難以判斷，有兩位分析者認為這 31 題已教過，但另兩位分析者認為這 31 題沒有教過。最後，再由本文的兩位作者針對這 31 個題目作判斷，兩位作者判斷的依據是只要包含在八十二年課程標準

內屬於四年級教材的數學內容，就算是學生學過的教材。故為了能正確判斷每個試題涉及的數學概念是否已列入我國的四年級數學課程，一共進行了三次的三角校正，第一次是三位分析者；第二次是再由一位分析者針對第一次三位分析者有不一致看法的題目作檢驗；第三次是由本文的兩位作者針對前面四位分析者有不一致性看法的題目作最後的決定。

研究者依學生在各題的答對率作初步的逐題檢視，發現國際測驗總部提供的標準答案，依我國學生施測的中文試題題本有兩個題目的答案是錯誤的。其中一個題目是題本三的第 37 題，正確答案應為選項④而非選項③。台灣學生與國際學生的平均答對選項④的百分比分別為 50.2%，39.9%，台灣學生在該題的答對率仍然高於國際學生的答對率。另一個題目出現在題本七的第 30 題，中文題本的選項②與④正好與英文題本對調，而英文題本正確答案是選項④，是中文題本的錯誤答案，我國學生與國際學生在選項②與④的答對率分別為 75.4%，21.1%與 0.4%，48.2%，實際上，我國學生在該題的

答對率仍然高於國際平均值。另外，有一個題目在題本五第 40 題的填充題中文題本漏印了填充題上的毫升單位，這也是影響我國學生答對率的一個因素。

#### 肆、台灣學生與其他國家在數學內容之平均通過率

我國學生的表現是否具有國際競爭力？或者，雖然台灣學生在有些題目上的平均通過率很低，但是否可能是因為數學內容尚未正式列在我國的四年級課程？或是題目命題不適當？因此本節乃以國際平均通過率作為與台灣學生的解題表現的比較。由於篇幅限制，因此本節僅進行台灣與其他國家在數學內容的五個主題之比較。四年級學生在每個數學內容之子概念，將於另外的文章詳細深入分析（林慧珍、蔡文煥，2003）。

##### 1、台灣與其他國家的學生在數學內容的比較

###### (1) 台灣與其他國家的學生在數的比較

在這次的試題中有 85 題是與數相關的題目，當與台灣四年級數學課程作對照比較時，發現有 25 個題目的數概念尚未列在我國的四年級數學課程，例如，平均、倍數等。

表 4-1：台灣與其他國家的學生在數的比較

平均通過率 (%) 台灣教材	內容		數學內容領域							
	數概念		計算		解題		比、比值、比例		總計	
	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際
教過 (題數)	63.4 (18)	54.9	79.3 (15)	68.7	65.0 (21)	59.0	35.2 (6)	29.5	65.1 (60)	57.3
未教 (題數)	32.2 (6)	39.4	0 (0)	0	28.2 (16)	25.8	63.6 (3)	56.2	33.4 (25)	32.7
總計 (題數)	55.6 (24)	51.0	79.3 (15)	68.7	49.1 (37)	44.7	44.6 (9)	38.4	55.8 (85)	50.0

從表 4-1 的資料顯示，已學過的 60 個題目中台灣的學生平均通過率都比國際平均通過率高；例如，數的概念包括正整數的位值概念、大小比較及數的表徵等概念。

(2) 台灣與其他國家的學生在測量的比較

在這次 55 個測量的試題中，有 38 個題目是學生已學過的，從表 4-2 的數據顯示，在測量的四個子概念的解題表現，除了估測與實測的部分之外，台灣學生在其他三個子概念平均都比其他國家的學生表現優秀。台灣學生在估測與實測的表現沒有優於國際的其他國家，其可能的原因是，台灣的評量方式較少提供實測工具，要求學童在試題上做操作性的評量；在所有測量的四個子概念

中，面積和周長都是台灣與其他國家的學生表現最爲不理想的一種測量概念，台灣與國際之平均通過率分別爲 41.2% 及 29.4%。整體而言，台灣學生在測量的平均通過率爲 48.0%，相較於其他國家學生的平均通過率爲 42.6%。爲進一步分析面積與周長的八個試題，其中一題是給定一個複合圖的某些長度求算其周長，結果高達 50.3% 的學生錯誤的將給定的已知長度相加求得其周長。而其他兩題分別是辨識一個圖形的周長和在方格紙上畫出指定周長的圖形。結果有 56.2% 的學生誤將周長視爲面積或誤以爲周長 = 面積 ÷ 4。由此可見，四年級的學生約有五成的學生還沒有釐清周長和面積的兩個概念。

表 4-2：台灣與其他國家的學生在測量的比較

平均通過率 (%) 台灣教材	內容		數學內容領域							
	屬性和單位		估計與實測		面積和周長		計算測量問題		總計	
	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際
教過 (題數)	65.3 (10)	57.4	49.6 (10)	49.7	41.2 (7)	29.4	43.7 (11)	40.7	50.5 (38)	45.4
未教 (題數)	39.6 (1)	35.2	33.8 (5)	28.8	0 (0)	0	46.2 (11)	38.9	42.2 (17)	36.3
總計 (題數)	63.0 (11)	55.4	44.4 (15)	42.7	41.2 (7)	29.4	45.0 (22)	40.2	48.0 (55)	42.6

(3) 台灣與其他國家的學生在幾何的比較

從表 4-3 的數據顯示，台灣四年級學生學過的四個概念中，在線和角的解題，台灣學生的平均通過率（67.2%）高於國際平均通過率（44.5%）；然而，台灣學生在全等與相似及 2 維與 3 維形體的平均通過率反而低於國際平均通過率。全等與相似是台灣學生

在這次所有幾何的試題表現中，平均通過率最高，但是仍然低於國際平均通過率。因爲「相似」這次的命題是以「形狀相同但大小不一樣」的語言要求學童辨識圖形，雖然正式課程尚未學習，但是學童生活經驗中經常接觸。

表 4-3：台灣與其他國家的學生在幾何的比較

平均通過率(%) 台灣教材	內容		數學內容領域									
	線和角		2 維、3 維形體		全等與相似		位置和空間		對稱和變換		總計	
	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際
教過 (題數)	67.2 (6)	44.5	45.1 (13)	47.8	70.3 (1)	84.3	47.5 (3)	44.2	0 (0)	0	52.3 (23)	48.1
未教 (題數)	0 (0)	0	89.1 (1)	72.2	65.5 (2)	63.6	56.8 (6)	47.5	49.7 (7)	39.8	56.8 (16)	47.7
總計 (題數)	67.2 (6)	44.5	48.2 (14)	49.6	67.1 (3)	70.5	53.7 (9)	46.4	49.7 (7)	39.8	54.1 (39)	47.9

(4) 台灣與其他國家學生在資料之比較

從表 4-4 的數據顯示，台灣學生在統計資料的學習 (52.5%) 優於其他國家學生的學習 (44.9%)。當再詳細檢視資料的子概念時，台灣學生與國際學生在資料蒐集與呈現的平均通過率分別為 67.3%、55.8%；在資料的解釋之平均通過率分別為 35.8%、32.5

%。由此數據顯示出，對台灣學生與其他國家的學生而言解釋資料的平均通過率都比蒐集資料與呈現資料約低 30% 左右；學生在這方面解題的表現不佳，是教材未教、試題本身的問題、或學生沒有完全理解學過的概念，則需要更進一步地分析與探討。

表 4-4：台灣-國際學生在資料領域表現之比較

平均通過率(%) 台灣教材	內容		數學內容領域					
	資料、蒐集與呈現		資料的解釋		總計			
	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際		
教過 (題數)	61.8 (7)	51.2	39.2 (7)	34.5	50.5 (14)	42.9		
未教 (題數)	86.6 (2)	71.9	11.9 (1)	18.5	61.7 (3)	54.1		
總計 (題數)	67.3 (9)	55.8	35.8 (8)	32.5	52.5 (17)	44.9		

(5) 台灣與其他國家學生在代數之比較

在這次代數的試題中共有 33 題，其中有 14 題並未列在我國四年級的數學課程。對於已教過的概念，如數的規律性及數對的關係，台灣學生在這些試題的表現平均都優於其他國家的學生表現；但是在等式或方程式的未知數求解，反而國際學生的平均通過率

57.9% 優於台灣學生的平均通過率為 53.2%。整體而言，我國學生在代數的平均通過率 48.6% 略低於國際學生平均通過率 (49.8%)。可見，台灣學生在代數的數學成就表現略遜於國際性的其他國家，依據試題架構分析與台灣數學課程比較，許多代數的相關概念是台灣四年級學生尚未學習的內容，這是

其中的原因之一。在這次代數的評量內容包括：數字或圖形的規律性，方程式或等式及對數的關係。而我國八十二年課程有關代數

的教材內容是放在數量關係的綱要內容，數列的簡單規律性是三年級教材，平面座標的表示法是五年級的教材。

表 4-5：台灣與其他國家學生在代數之比較

平均通過率 (%) 台灣教材	數學內容領域							
	數型		方程式與公式		關係		總計	
內容	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際	台灣	國際
教過 (題數)	58.8 (4)	52.4	53.2 (8)	57.9	49.1 (7)	44.8	52.9 (19)	51.9
未教 (題數)	45.0 (5)	47.4	45.2 (6)	52.6	34.7 (3)	34.5	42.9 (14)	46.8
總計 (題數)	51.1 (9)	49.6	49.8 (14)	55.6	44.8 (10)	41.7	48.6 (33)	49.8

(6) 台灣與其他國家學生在數學內容之比較之結論

在數、測量、幾何、資料、代數五個主題，對於台灣四年級課程學習過的數學內容，當與其他國家學生的表現作比較時，台灣學生的平均通過率皆高於其他國家學生的平均通過率。在數、測量、幾何、資料、代數，台灣與國際學生對應的平均通過率分別為 (65.1%、57.3%)、(50.5%、45.4%)、(52.3%、48.1%)、(50.5%、42.9%)、(52.9%、51.9%)。在數及資料兩個數學主題，台灣學生的平均通過率比國際的平均通過率約高於8%左右。然而，整體而言，在數、測量、幾何、資料、代數，台灣與國際學生的平均通過率分別為(55.8%、50.0%)、(48.0%、42.6%)、(54.1%、47.9%)、(52.5%、44.9%)、(48.6%、49.8%)，五個主題中除了代數之外，其餘的四個主題，台灣學生的平均通過率皆高於其他國家學生的平均通過率。在五

個主題中，台灣學生平均通過率由高至低分別為數、幾何、資料、代數、測量。而國際學生的平均通過率由高至低分別為數、代數、幾何、資料、測量。由此可見測量是這次評量中全世界的學生表現最遜的一個主題，其原因有待探究。

伍、台灣學生在已教過教材與未教過教材的數學成就表現

由於這次的評量試題是針對全世界的二十三個國家的四年級學生而測試的，理想上，國際測驗中心希望試題能容納所有參與國家的四年級數學課程內容。由於國家之間存在著不同的差異，因此，TIMSS 2003 評量試題架構的細目是以至少 70%的國家四年級數學課程有出現的數學概念作為考量。本節主要是分析台灣的四年級學生在已教過的數學內容的成就表現和未教過教材的數學內容之成就表現。

(一) 台灣學生在已教過和未教過的數教材成就表現

由表 5-1 顯示，在 85 題的試題中，共有 25 題涉及的數學概念未正式列入台灣四年級數學課程，例如：倍數、平均等名詞。其中有 14 題是台灣的學生表現低於國際平均通過率，其餘的 11 題，雖然學生尚未學習但是其通過率仍然高於國際平均通過率。表中的數據亦顯示出，台灣學生在 85 個題目中，有 11 個題目是學生已學過的教材，但成就表現卻低於國際平均通過率。這十一個題目分別佔正整數、分數和小數、比和比值的題數之 6/57，4/19，1/9。整體而言，台灣學生在數教材的成就表現，85 題中，有 15 題是學生學過而低於國際平均通過率，其中的 3 個題目是用圖形來表徵一個分數或一個小數（當圖形的分割數不等於分母時），學生皆有一致性的困難與錯誤，只由分子來決定所要塗出的斜線區域數，而忽略了線分割數量與分母不一樣大。一個題目是被減數未知的三位數比少問題（例如：小華有 352 元，他比小英少 127 元，小英有多少元？），有兩個題目是學生在答題時忽略了真實情境的考量，如：校外教學搭車問題，學生算出需要的車輛數為 23.5，答案仍然以小數 23.5 而非以 24 輛車來表示需要租車的車輛數，同樣的，當學生解有關廚工至少需要為學生訂購多少土司的數學題目，大約有 30% 的學生仍然以小數而非以整數來回答需要土司的數量。

表 5-1 台灣學生在已教過和未教過的數教材之成就表現

國際標準	數學內容		正整數	分數和小數	比和比值	合計
	教材出現	內容				
○	○		34	10	5	49
○	x		7	1	3	11
x	○		6	4	1	11
x	x		10	4	0	14
合計			57	19	9	85

- ：台灣的平均通過率高於國際平均通過率。
- ：台灣教材已出現。
- x：台灣的平均通過率低於國際平均通過率。
- x：台灣教材未教。

(二) 台灣學生在已教過和未教過的測量教材之成就表現

表 5-2 的數據顯示出，在測量試題的 55 個題目中，有 17 個题目的數學內容沒有正式列在我國的四年級數學課程，這些數學內容是：公斤與公克的化聚、時分兩階單位的合成分解（雖然課程標準有時分的化聚）、利用比例尺解決長度問題。

在這 17 個題目中，只有 4 個題目未達國際平均通過率，台灣學生在其他的 13 個题目的表現優於其他國家學生的表現。但是，測量教材方面有 17 個題目是已經學過的，但成就表現卻低於國際平均通過率。當更進一步逐題分析發現，我國學生雖然學過長度、周長、面積實測技能，但是平均答對率仍然低於國際平均通過率。例如：在未歸零的尺上報讀一條彎曲線的長度，四年級學生仍然忽略歸零或將線拉直的必要性。

表 5-2 台灣學生在已教過和未教過的測量教材之成就表現

國際標準	數學內容 教材出現		屬性和單位	工具、方法和公式的表現	合計
	○	×			
○	○		7	14	21
○	×		1	12	13
×	○		3	14	17
×	×		0	4	4
合計			11	44	55

- ：台灣的平均通過率高於國際平均通過率。
- ：台灣教材已出現。
- ×

台灣的四年級數學課程，這些圖形涉及到五邊形、六邊形、三角錐、線對稱、旋轉等概念、非基本形體的展開圖。其中的 3 題，台灣學生低於國際平均通過率，但剩下的 13 題，台灣學生雖未學過有關的幾何教材，但比其他國家的學生數學成就表現較佳。整體而言，台灣學生在幾何教材的表現，在 39 個題目中，有 8 個題目是學生學過的教材但是仍低於國際平均通過率，特別是在 2 維及 3 維形體的辨識。例如，學生誤將圖形的等分線視為圖形的對稱線。有些題目是操作圖卡的題組形式，學生的答對率偏低，可能的原因是（1）操作型的題目，對學生而言較為陌生（2）操作型的程序性描述不易清楚表達，造成學生難懂題目的意義（3）子題與子題之間的關連性高，導致成功解題的機會降低。

（三）台灣學生在已教過和未教過的幾何教材之成就表現

表 5-3 的數據顯示，在幾何教材的 39 個試題中，有 16 題涉及的數學內容未正式列入

表 5-3 台灣學生在已教過和未教過的幾何教材之成就表現

國際標準	數學內容 教材出現		線和角	2 維和 3 維形體	全等和相似	位置和空間關係	對稱和變換	合計
	○	×						
○	○		6	6	0	3	0	5
○	×		0	1	2	5	5	13
×	○		0	7	1	0	0	8
×	×		0	0	0	1	2	3
合計			6	14	3	9	7	39

- ：台灣的平均通過率高於國際平均通過率。
- ：台灣教材已出現。
- ×

（四）台灣學生在已教過和未教過的資料教材之成就表現

表 5-4 的數據顯示出 17 題與資料相關的試題中，涉及的統計圖是長條圖、圓形圖、折線圖，有 3 題涉及的資料相關概念未正式列入

台灣的四年級數學課程，其中只有一題，是台灣學生的平均通過率低於國際平均通過率，其餘的 2 題，台灣學生的成就表現高於國際學生的表現。但是，台灣學生在學過的幾何教材有 3 個題目仍低於國際平均通過率。

表 5-4 台灣學生在已教過和未教過的資料教材之成就表現

國際標準	數學內容		資料的蒐集、組織與呈現	資料的解釋	合計
	教材出現				
○	○		6	5	11
○	x		2	0	2
x	○		1	2	3
x	x		0	1	1
合計			9	8	17

○：台灣的平均通過率高於國際平均通過率。  
 x：台灣的平均通過率低於國際平均通過率。

○：台灣教材已出現。  
 x：台灣教材未教。

整體而言，台灣學生在 17 個幾何的試題中，有 3 個題目仍低於國際平均通過率。依據我們的分析，命題不當是一個主因。例如：5-24 是從一天中自早上七點到中午十二點的溫度變化折線圖找出溫度變化最大的時候，選項應為兩時刻間的變化。但試題的選項卻以時刻為選項，而導致有 68.3% 錯誤的選出溫度最高的時刻作為溫度變化最大的一個。

### (五) 台灣學生在已教過和未教過的代數教材之成就表現

表 5-5 台灣學生在已教過和未教過的代數教材之成就表現

國際標準	數學內容		數型	方程式或公式	關係	合計
	教材出現					
○	○		4	4	5	13
○	x		2	1	2	5
x	○		0	4	2	6
x	x		3	5	1	9
合計			9	14	10	33

○：台灣的平均通過率高於國際平均通過率。  
 ○：台灣教材已出現。  
 x：台灣的平均通過率低於國際平均通過率。  
 x：台灣教材未教。

由表 5-5 的數據顯示出，33 題的代數試題中有 14 題涉及的數學概念尚未正式列入台灣八十二年版的四年級數學課程，其中有 5 題雖然學生未學過相關的數學概念但成就表現仍然高於國際平均通過率。但是，台灣學生在代數教材的學習，仍然有 6 題低於國際平均通過率。找出數字或圖形的規律性是數型的主要內容，數字的規律性對四年級學生較為困難。例如：求給定數列的下一項（如第四項或第五項）比求第十項的值容易許多，因為學生必須找出數列間的關係才能求第十項的值。

### (六) 台灣學生在已教過和未教過教材之數學成就表現之結論

在這次 TIMSS 2003 試測的 229 個試題中，並非所涉及的數學概念都已正式列入我國八十二年版的數學課程，其中有 75 題涉及的數學內容未正式列入四年級的數學課程。在這 75 題中，有 44 題台灣學生的數學成就表現仍然高於國際學生的平均表現。但是，台灣學生雖已學過相關的數學內容，但在有

些試題的數學成就仍低於國際平均通過率。這些試題在數、測量、幾何、資料、代數分別各有 11, 17, 8, 3, 6 題, 合計有 45 題, 約佔全部 229 試題的 1/5。從各項所佔的百分比而言, 以學生未達到預期的數學成就表現以測量教材為最高。學生未達預期的數學成就水準, 其可能的原因為: 學生不熟悉這次評量的題型及評量的方式(如: 操作圖卡或使用尺作為實測工具)、題目本身命題不恰當、題目敘述不清楚、題目涉及的情境不符合台灣的國情文化、學生解題時忽略真實情境的考量。

## 陸、結論與建議

### 一、結論

(一) 這次試題合計有 229 題, 依數學內容區分為數、測量、幾何、資料、代數、題數各佔 85、55、39、17、33 題, 百分比分別為 37%、24%、17%、7%、15%。數學認知領域區分為知道事實及過程、使用概念、解例行性問題、及推理、題數各佔 60、41、86、42 題, 百分比分別為 26%、18%、38%、18%。這些題目中, 有些試題涉及的數學內容並未正式出現在我國八十二年版的四年級的數學課程綱要內容, 依據試題分析發現: 74 題是使用八十二年版數學課程的學生尚未學習的, 約佔全部試題的 32%, 其中數、測量、幾何、資料、代數各占的題數為 25、17、16、3、14, 其百分比分別為 11%、7%、7%、1%、6%。這些概念包括: 正整數的倍數問題、異分母分數的大小比較、真分數的等值、等值分數的化簡、整數

的分數倍、一對多、二對多、多對一的交換問題。在測量方面有公斤與公克的化聚、時間的合成分解、利用比例尺解決長度問題。在幾何方面有五邊形和六邊形的辨識、相似概念、座標的認識、三角錐和三角柱的視圖及展開圖、旋轉變換。在資料方面有圓形圖、解讀折線圖的區間變化。在代數方面有解方程中的未知數, 依據問題以未知數列出代數或方程式、延伸數字或圖型的規律, 並找出某一項的值, 描述一個數列相鄰兩項的關係、依據給定的規則, 寫出滿足數對的關係。

(二) 台灣學生在數學內容的成就表現由高至低為數、幾何、資料、代數、測量, 其平均通過率分別為 55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%。在數方面以數的四則運算的平均通過率最高, 平均有 79.3% 的四年級學生能成功地解決正整數的四則運算問題。這些數學內容中, 除了代數之外, 台灣學生在數、幾何、資料、代數、測量的平均通過率皆高於國際學生的平均表現。

依據 TIMSS 2003 評量試題架構表所列舉的十九個數學概念中, 至少有 50% 的學生能成功解題的概念包括: 數的基本概念、數的四則運算、各種不同的量的屬性和單位, 平行線和垂直線及角的認識, 基本圖形的全等與相似, 物體的位置和空間關係, 資料的蒐集與呈現和數學的關係等八個概念。在這八個概念中, 我國雖然有 67.1% 的學生能成功解決全等與相似問題, 但是其平均通過率仍然低於國際學生的平均通過率。相反的, 在這次試測中, 仍然有 50% 的學生沒有成功的解題, 這些數學概念包括: 利用數解決生活

中的問題、比值與比例、量的估測與實測，求算正方形和長方形的面積和周長、測量的計算問題、2 維和 3 維形體、形體的位置和空間關係、對稱和變換、資料的解釋、等式或方程式及從數對中找出關係等十一個概念。雖然台灣仍然有一半的學生無法成功解決十一個數學概念的相關問題，但是在這十一個概念中，除了等式或方程式，2 維與 3 維形體的認識兩個概念之外，我國學生的平均通過率仍然高於國際平均通過率。

我國學生在這十一個數學概念表現不佳的原因，主要因素是這些數學概念尚未正式列在我國八十二年版的四年級數學課程的教材綱要內容中。其他的可能原因如：題目以題組形式出現，題目性質有些是數字遊戲或動動腦的問題，是我國學生在學校正式的評量較為陌生的評量形式及評量內容；試題涉及的情境不合台灣的國情文化，也是另一個可能的原因，例如：求算四位數的棒球票號碼、腳踏車出租店、博物館的門票 3 張 50 元；有些試題是因涉及的數學專有名詞難懂，如：倍數、平均；有些試題是因為題目本身的呈現或說明方式不恰當；有些試題是因題目的語意不清，為了遵守翻譯原則，試題字數的限制，導致翻譯上有些題目語意敘述不夠清楚；有些試題是因為沒有完全理解試題涉及的數學概念，而導致學生的數學成就低落，例如：試題是「用斜線塗出給定一個分數或一個一位小數的區域大小，當分割數不等於分母時」學生困難於將給定的區域數目重新分割成與給定的分數之分母一樣的大小；或學生沒有釐清周長和面積的區別；

造成學生數學成就表現的另一個因素是，我國學生忽略真實情境的考量。例如：校外教學租車問題，廚工需要為學生訂購多少條土司的問題，而以小數呈現最後的答案。

(三) 台灣學生在選擇題與填充題的平均通過率分別為 62% 和 48%，由此可見，題目的形式影響到學生的數學成就表現。從分析中，學生對於選擇題的平均通過率為 62%，但並不表示有 62% 的學生能真正瞭解數學概念，學生答對很難排除猜對的可能性；但是，我們相信至少有 48% 的學生理解以填充題形式出現的這些試題的數學概念。

## 二、建議

(一) 依據 TIMSS 課程架構分析，有 32% 的試題內容未正式列入在我國的八十二年數學課程教材綱要內容，這些數學內容的遲緩學習，建議應逐一列為我國在修訂九年一貫課程綱要的重新考量。

(二) 有些試題需要從真實情境考量，來決定最合理的答案，例如：校外教學租車輛問題，及學校廚工購買土司麵包需要最少的數量，研究結果發現：學生雖有能力算出答案，但是忽略真實情境的觀點，而以小數表示最後的答案。因此建議，教師或教材設計時，宜多從真實情境的考量設計題目或佈題，或在解題時，多從真實情境的考量來決定較為合理的答案。

(三) 這次的評量試題，在形式上，有些試題是以題組方式呈現，除了選擇題之外、有些題目是以填充題，填充題除了填答之外，有些需要更進一步說明理由。在內容上，有些試題是屬於數學遊戲類或動動腦的

問題，有些是屬於以圖卡或紙尺讓學生在題本上操作測量，學生在這類型的題目表現較不理想，可能的原因是台灣學生對這些評量的形式及內容較為陌生；因此，建議我國在評量的形式及內容可能需要做一些革新，教科書或教師教學時要適時提供類似數字遊戲或是數學動動腦時間，並建議 TIMSS 研究小組宜舉辦評量研討會，讓國內教師瞭解國際的評量趨勢、方向及評量的形式及方式。

### 柒、參考書目

- 1、Mullis, I. S, Martin, M.O., Smith, T.A, Garden, R.A, Gregory, K.D, Gonzalez, E.J, Chrostowski, S.J & O'conner, K.M. (2001). *TIMSS Assessment Framework and specification 2003*, International Study Center. Lynch School of Education, Boston College.
- 2、林慧珍、蔡文煥（2003）：我國國小四年級學生在國際教育成就 2003 試測的數學成就表現。載於九十二學年度師範學院教育學術論文發表會論文集（編號 92115）。國立台南師範學院編印。
- 3、張秋男、邱美虹、方泰山等十九人（2001）：國際數學與科學教育成就期中報告(第一年)。國科會專題研究計畫成果報告 (NSC90-2511-S-003-035-; NSC90-MOE-S-003-004-)。國立台灣師範大學科學教育中心。
- 4、張秋男、邱美虹、方泰山等十九人（2001）：國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003 期中報告(第二年)。國科會專

題研究計畫成果報(NSC91-2511-S-003-043-; NSC91-MOE-S-003-002-)。

5、教育部（1993）：國民小學課程標準。台北：教育部。

6、教育部（2001）：國民中小學九年一貫課程暫行綱要。台北：教育部。

### 誌謝

本論文之所以能完成，首先要感謝張秋男院長主持的「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」專題研究計畫的研究團隊成員同意兩位作者使用試測蒐集的小學四年級數學的資料。

Fourth Graders' Achievement of Mathematics in TIMSS 2003 Field Test

#### ABSTRACT

The study was intended to investigate students' achievement of mathematics in TIMSS 2003 field test. The methodology including sampling, data processing followed the processes of TIMSS 2003 field test controlled by International Study Center. The 1601 fourth graders from 50 classes were randomly drawn from 25 elementary schools. The main results of the Study included: The students' performance in five mathematics areas from high to low in order was number, geometry, data, algebra, and measurement. The only exception was algebra. Taiwan students were achieved better in other four areas than International students. The mathematics

contents referred to 74 assessment items were not learned in the 1993 version of mathematics curriculum standards of Taiwan. Students were not performed well in the five areas, it's proportion corresponding to  $\frac{15}{85}$ ,  $\frac{17}{55}$ ,  $\frac{8}{39}$ ,  $\frac{3}{17}$ ,  $\frac{6}{33}$ , respectively. The factors influenced

students' achievement including: format of assessment (multiple choice v. s constructed responses), content of assessment (number, algebra, measurement, geometry, data ), items itself ( fitness, clarity, context ), students' ignorance of authentic context, the contents involving in items students unlearned.