

數學學習模組的開發與設計－「e 百元商店」

曾明德 劉麗惠 蔡琇貞

臺北市南門國中

一、前言

(一)背景

隨著九年一貫課程的實施，開放民間出版社編教科書，最大的好處在於：針對一個概念，我們能比以前更方便收集到不同的呈現方式，使得實際的教學有更多的選擇。但是因為課本的篇幅有限，所以在編寫上不可能「長篇大論，暢所欲言」；另一方面，受升學考試的影響，要考量測驗的概念是否分佈均勻，所以實際的教學也不可能在同一概念停留太久。種種現實的因素，常造成學習上的消化時間根本不夠，所以數學的學習對大部分的人而言，經常是走馬看花，能怡然自得的機會可說是少之又少。

(二)設計理念

「如果數學課本能寫得像《哈利波特》那樣的扣人心弦，我想學生會願意花更多時間在數學上。」～尋找數學魔法書

「如果老師能將實際上課的內容記錄下來，那麼老師想要精進教學就會更方便。」～課堂教學的精緻化

二、模組說明

(一)對象與主要用途：

六升七年級的銜接教材或七年級的補救教學。

(二)學前測驗

以開放性的問題來呈現，答案並不唯一，只要合理均可。可以檢測學生整數的基本運算能力；另一方面循序漸進的引導學生了解題意，以便能順利地進行下面「e 百元商店」的活動。

(三)學習活動

1.數學材料與數學活動的安排

- (1)因數與倍數的概念【e 百元商店】→以乘法的方式列出來→(練習題)→質數與合數(練習題)。
- (2)公因數的概念【第一關~阿公冒險故事集裡的秘密】→找公因數的方法(逐一列出)【第二關~因數平台】
- (3)最大公因數的概念【第三關~一飛沖天】→互質(練習題)
- (4)公倍數的概念【第四關~石穴之謎】→找公倍數的方法(逐一列出)【第五關~衣錦還鄉】
- (5)最小公倍數的概念【第六關~解救阿拉】→最後挑戰(練習題)

2.數學活動的說明與注意事項

- (1)【e 百元商店】：延續【學前測驗】的活動，仍舊是以開放性的問題來呈現，我們將「100 的因數」這個數學概念隱含在購物規則中，透過購物的生活經驗來啟動學生的思考，然後表列整理，以理解因數與倍

數的概念；再透過題目的練習，加以鞏固。

- (2)【第一關~阿公冒險故事集裡的秘密】：我們將「18 與 12 的公因數」隱含在藏寶圖的提示中，使用方格紙引導學生將 18×12 的長方形全部切割成一樣大的正方形，幫助學生建立公因數的概念，並將「18 與 12 的公因數個數」隱含在密碼的個數。接著【第二關~因數平台】是先逐一圈出 36、48 的因數，再觀察記號重複的數以找出公因數。
- (3)【第三關~一飛沖天】：延續【第二關~因數平台】活動，透過「魔法掃把」有趣的引導，幫助學生發現 36、48 的公因數與最大公因數之間的關係。有了最大公因數可以「控制」其他公因數的前置經驗，學生了解到原來最大公因數有這麼重要的地位，那麼將來在使用「短除法」、「質因數分解法」求最大公因數或者是在解一些文字應用題時，會比較有感覺。
- (4)【第四關~石穴之謎】：我們將「6 與 4 的公倍數」隱含在搬運黃金的規則中，使用方格紙引導學生符合規格的正方形黃金，幫助學生建立公倍數的概念。接著【第五關~衣錦還鄉】是先逐一寫出 4、6 的倍數，再觀察相同的車箱號碼以找出公倍數。
- (5)【第六關~解救阿拉】：延續【第五關~衣錦還鄉】的結論，為了「想要救人」，又要「損失最少」的抉擇，使學生有找出 6、4 最小的公倍數之需求。

三、模組特色

- (一)以故事來營造學習的興趣並維持學習的動機。
- (二)將數學的概念隱藏在有趣的規則(例如，購物、藏寶圖.....)中，學生透過運作這些規則，再配合適當的引導(例如，表格整理、方格紙.....)，進而理解數學概念。
- (三)精心設計的引導問題，使學生的學習能更深入。(例如，如果你是老闆，在符合 e 百元商品店的購物須知的條件下，你認為還可以推出幾元的商品？而你又想賣什麼呢?)

四、模組內容

e 百元商店

壹、使用方法

1. 本書屬於學生自學教材。
2. 可先完成學前測驗，以利活動的進行。

貳、學前測驗的能力指標(90.01 暫行綱要)

- N-2-15 能用不同的想法，檢驗答案的合理性。
- N-2-16 能知道先乘除後加減的約定，並能用來列式及簡化計算式子。

參、學前測驗：如下

肆、學習活動的目標(90.01 暫行綱要)

能符合九年一貫能力指標：

N-3-18 能察覺整數的因數、倍數、公因數、公倍數。

N-3-20 能察覺整數的最大公因數、最小公倍數、質數和合數，(並能將一個數做質因數分解。)



阿公的冒險故事集
25 元/集 (共 4 集)



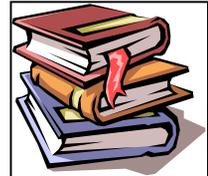
鬧鐘
100 元

一、學前測驗：

由於你的表現很不錯，媽媽給了你 100 元零用錢讓你去買你想要的禮物，你很高興的拿著 100 元零用錢跑去 e 百元商店晃晃，下面就是這間店所陳列的商品：



信封
12 元



故事書
50 元



玩具坦克車
500 元



模型飛機
200 元



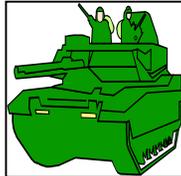
鉛筆
10 元



燈泡
45 元



拼圖
20 元



玩具坦克車
75 元

(1) 你會買什麼禮物呢？

例如：

①我會買一個拼圖、一個面具，共20
+35=55元。剩下_____元。

②我會買_____，共_____
_____元。剩下_____元。

③我會買_____，共_____
_____元。剩下_____元。

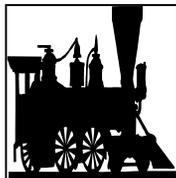
④我會買_____，共_____
_____元。剩下_____元。

⑤我會買_____，共_____
_____元。剩下_____元。

⑥我會買_____，共_____
_____元。剩下_____元。



面具
35 元



小火車
65 元



滑板車
199 元



禮物
40 元

(2) 如果想要將 100 元全部花光，可以買哪些禮物呢？

例如：

①我會買三個拼圖、四枝鉛筆，共 $3 \times 20 + 4 \times 10 = 100$ 元。

②我會買_____，共_____元。

③我會買_____，共_____元。

④我會買_____，共_____元。

⑤我會買_____，共_____元。

⑥我會買_____，共_____元。

二、學習活動：

(1) 認識因數-----【e 百元商品店】

歡迎光臨 e 百元商品店，這是一個電子化商店。

購物須知如下：

- (1) 每次只能買一百元
- (2) 不找零、也不賒帳
- (3) 規定只能買同一種的商品

小朋友準備好採購了嗎？以下是商品（請參照前一頁的圖）的種類及單價，列出你認為可以將 100 元全部花完的產品有哪些？及可以買幾個？

例如：

(1) 可以買 10 元的鉛筆 10 枝，共 $10 \times 10 = 100$ 元。

(2) 可以買_____的_____個，共_____元。

(3) 可以買_____的_____個，共_____元。

(4) 可以買_____的_____個，共_____元。

(5) 可以買_____的_____個，共_____元。

_____元。

②如果你是老闆，在符合 e 百元商品店的購物須知的條件下，你認為還可以推出幾元的商品？而你又想賣什麼呢？

例如：(1) 1 元的商品，我想賣棒棒糖。

(2) _____元的商品，我想賣_____。

(3) _____元的商品，我想賣_____。

(4) _____元的商品，我想賣_____。

③現在請你整理所有可購買的商品、價格及數量，並完成下表：

商品名稱	單價(元)	數量(個)	總價(元)
棒棒糖	1	100	100
			100
			100
			100
			100
			100
			100
			100
			100

④【說說看】總價和商品的單價及數量有什麼關係嗎？



練習題

$$\begin{aligned} \textcircled{1} 125 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \end{aligned}$$

請列出 125 的因數：_____

聰明的你，想出來了嗎？我們來瞧瞧「數學

橘子 」怎麼說…



因數與倍數

甲、乙、丙為正整數，如果 $\text{甲} \times \text{乙} = \text{丙}$ ，那麼我們就說，甲、乙都是丙的因數；或者丙是甲和乙的倍數。例如：我們可將 100 寫成 2×50 ，我們就稱 2、50 是 100 的因數，而 100 是 2 也是 50 的倍數。

根據上面的活動及說法，你能找出 100 的其他因數嗎？_____

$$\begin{aligned} \textcircled{2} 19 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \\ &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \end{aligned}$$

請列出 19 的因數：_____

在做完上面的練習後，是不是碰到什麼困難呢？聽聽數學橘子怎麼說！！



質數與合數

一個大於 1 的整數，其因數只有 1 和它自己本身以外，再沒有別的因數，這個整數

就叫做質數，例如：19 和 23。反之，一個大於 1 的整數，其因數除了 1 和它自己本身以外，還有別的因數，這個整數就叫做合數，例如：12、18。質數當中最小的是 2。

【來來來，讓我們玩個小遊戲！】

下面的方格中，隱藏兩個英文字母喔！想知道嗎？那就請你將有質數的格子塗黑，你就會發現囉！

6	58	44	36	9	24	63	54	69	4
42	28	15	40	48	23	52	30	91	49
2	11	29	43	10	83	75	86	59	70
31	35	22	7	57	47	96	19	45	16
71	51	68	79	99	13	17	76	64	38
37	80	27	41	74	53	25	97	88	55
73	3	67	5	85	89	92	90	61	66
81	56	34	14	93	82	12	60	77	39
98	21	84	95	46	32	72	18	65	87
8	50	20	62	90	78	100	94	26	1



練習題：

① 1 至 100 之間的質數有

② 1 至 100 之間的合數有

* 注意：1 不是質數，也不是合數哦！

(2) 認識公因數：

【第一關---阿公冒險故事集裏的秘密】

話說柯南的弟弟柯北在 e 百元商品店買了阿公的冒險故事集四本後，發現了一個天大的秘密，裡面竟然藏著一張藏寶圖，故事是這樣寫著：「傳說古埃及帝王，正準備將一

大筆黃金傳給後裔時，很不幸地被敵國知道了這個秘密，所以帝王只好派人將這些價值連城的黃金深藏在石穴中，並畫了一張藏寶圖，來指出石穴的位置。而隨著時間的流逝，愈來愈多人知道這件事，也因此大家都想去挖掘黃金……但尋寶的路困難重重，尋寶者必須憑藉堅強的毅力與不凡的智慧，突破層層關卡，才能順利取走黃金……。」

好奇的柯北，看了這則冒險故事後，決定要接受挑戰，勇敢闖一闖……

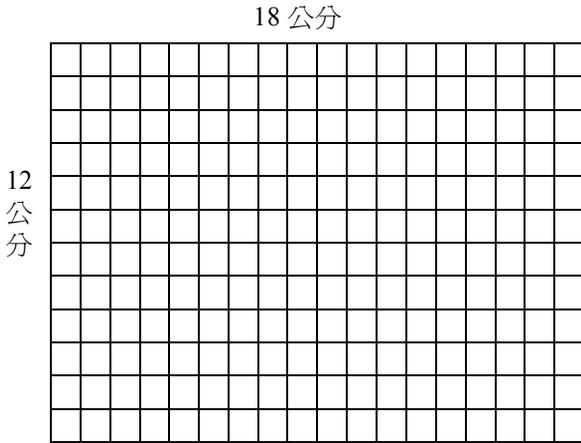
首先，柯北發現，在藏寶圖的背面做了下面的提示：

提示①設法將這張長 18 公分，寬 12 公分（每格代表是 1 公分）的藏寶圖，全部分割成大小一樣的正方形，而且邊長必須是整數。

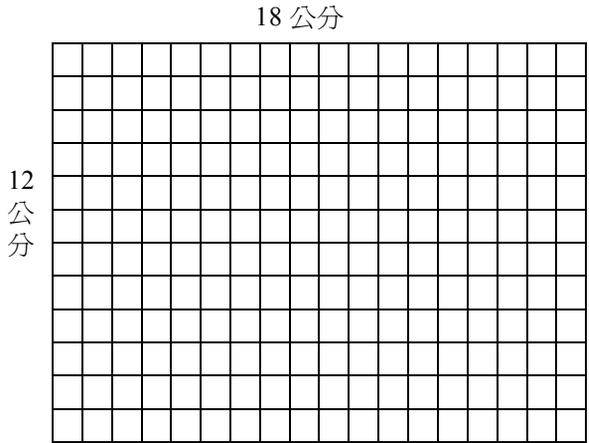
提示②再將這些正方形的邊長由小到大排列，即是通往石穴的四道密碼。

提示③找出一種正方形後，請將其中一塊正方形丟往石牆，這時石門就會打開，總共有四道石門。

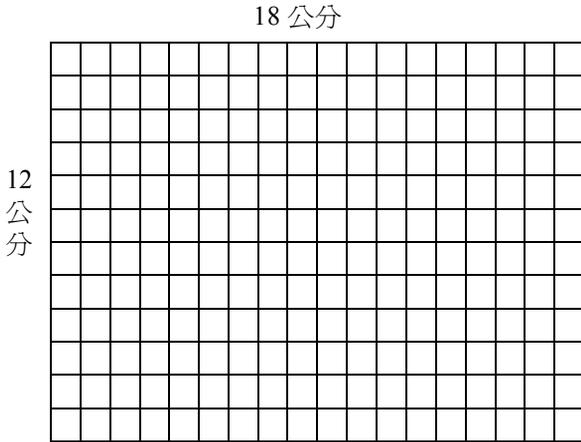
請你幫助柯北破關吧！



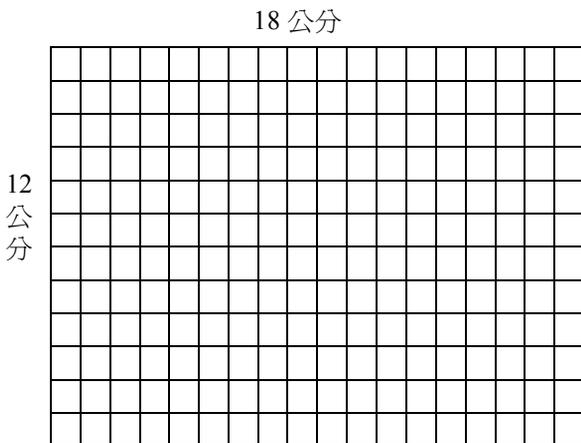
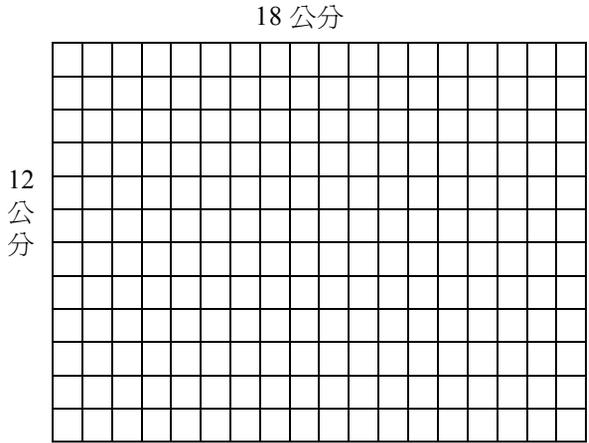
恭喜你破解第一道密碼！



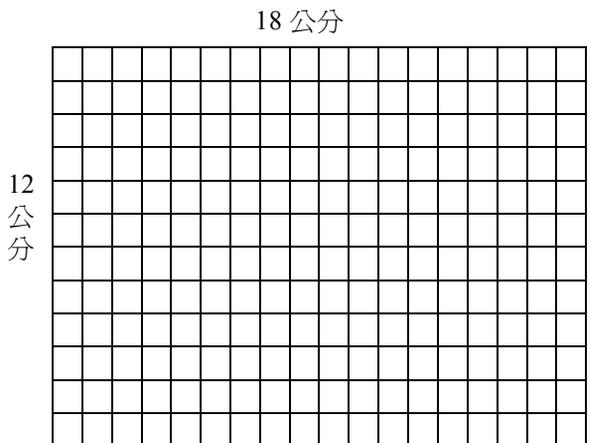
再想想看，還有沒有其他的正方形呢？



好厲害唷！又破解一碼了，加油！



你真ㄉ一尤！再差一碼，就快實現願望囉…



【想想看】密碼和邊長 12、18 公分之間的關係是什麼呢？

【第二關---因數平台】

向前走沒幾步路後，前方突然冒出了一陣白煙，一個巨人阿拉出現了，他說：「現在你已成功解開四道密碼，但可別高興的太早！噓...仔細聽，有沒有聽到急促的腳步聲一直跟著你，沒錯！他們就是從惡魔島來的敵人要跟妳一起爭奪寶藏，不過妳別害怕，我是妳的守護神，當妳遇到困難的時候，我就會給妳必要的提示。

接著妳繼續向前走，將會看到有一個平台，上面出現 1 到 48 號的數字，妳必須依照我的指示去做，這個平台將會護送妳到安全的地方，否則平台周圍的陸地將會漸漸被海水淹沒，妳將會完全動彈不得，身陷其中。」

以下是阿拉所給的指示...

指示①：現在請妳穿上這雙「超彈力跳跳鞋」，它可以幫助妳跳到妳想要踏的數字。

指示②：請先跳出 36 的因數，並用  將該數圈起來。

指示③：請跳出 48 的因數，並用  將該數圈起來。

請妳幫助阿拉完成！！



1	2	3	4	5	6	7	8
16	15	14	13	12	11	10	9
17	18	19	20	21	22	23	24
32	31	30	29	28	27	26	25
33	34	35	36	37	38	39	40
48	47	46	45	44	43	42	41



哪些數字上面會重複作記號呢？請逐一列出：_____

【想想看】妳列的這些數字和 36、48 有什麼關係呢？



讓我們談談公因數

一個整數甲同時為某幾個整數的因數時，我們就稱甲是這幾個整數的公因數，例如：4 的因數有 1、2、4；而 6 的因數則有 1、2、3、6。4 和 6 的公因數有 1 和 2。

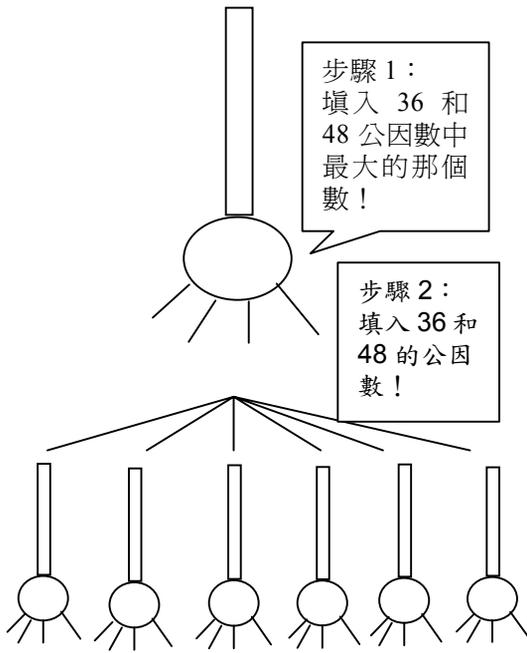
【想想看】試著找出 36 與 48 的公因數？

(3) 認識最大公因數：

【第三關---飛衝天】

此時眼前又出現一陣白煙……阿拉又來了，他說：「恭喜你踏出正確的數字，因數平台已經將妳安全護送到岸邊……接著妳會看到許多支魔法掃把，但妳必須要乘著最大的那隻魔法掃把才能抵達埋藏黃金

的石穴，而不幸的是它們都受到法老王的詛咒而無法飛行，你必須依以下所提示的步驟，一一填入正確的號碼，才能解除咒語，騎著它飛向石穴，朝下一關邁進，若數字填錯，掃把就不會帶領你往正確的目的地囉!!…我不多說了，try it !」



【想想看】 大掃把中的數字跟小掃把中的數字有什麼關聯呢？



最大公因數是

公因數中最大的那一個，稱為這幾個整數的**最大公因數**。例如：4 和 6 的公因數有 1 和 2，所以 4 和 6 的最大公因數是 2；而且，最大公因數控制了其它公因數。

【想想看】

寫出 36 與 48 的最大公因數：_____

寫出 36 與 48 的公因數：_____

你發現了什麼：_____



練習題：

①請列出 36、54 的因數 36：_____

54：_____

36、54 的公因數有那些？

36、54 的最大公因數是

②請列出 156、390 的因數 156：_____

390：_____

156、390 的公因數有那些？

156、390 的最大公因數是

③請列出 12、19 的因數 12：_____

19：_____

列出 12、19 的公因數



互質？

如果兩個整數的最大公因數是 1，我們就稱這兩個整數**互質**。例如：12 和 19，17 和 22。

【想想看】

你可不可以再舉出兩組互質的數呢？

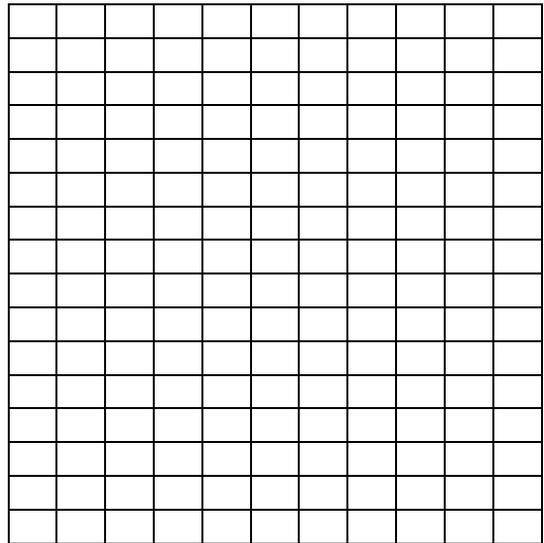
(4) 認識公倍數：

【第四關--石穴之謎】

柯北搭著魔法掃把，成功抵達埋藏黃金的石穴了。正當他將第一關的 4 個密碼大聲唸出來後，這時堅固的石牆彷彿聽懂密碼似的，緩緩打開了，裡頭竟然出現了一個神秘的洞穴，但在進入洞穴的入口處石牆上卻寫著：「你可以進的來，但卻不一定出的去，除非你解開洞穴的謎題，若你成功，寶藏就是你的了！」。柯北憑著堅強的勇氣，使他沒有恐懼，沒有猶豫，昂首闊步的走了進去。

不可思議的事情發生了...，滿洞穴的黃金閃閃發光，石牆突然崩裂了一塊，斗大的字在你眼前出現，寫道：「洞內的黃金一拿出洞外就會消失，除非你將這些長 6 公分、寬 4 公分的長方形黃金條拼成正方形即可帶出洞外，而且你不能太貪心，只能帶走三種拼好的正方形黃金塊，若違反規則，洞穴將會倒塌。」請你幫柯北完成。

每格方塊的長是 6 公分，寬是 4 公分



【想想看】

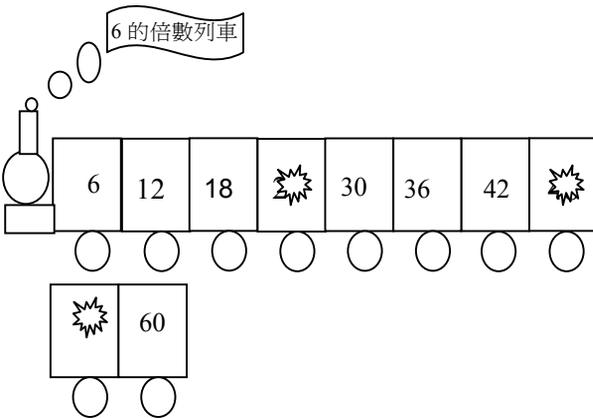
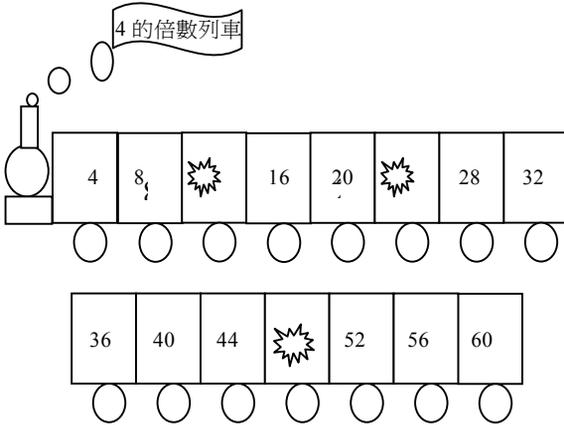
帶出洞外的正方形黃金塊的邊長和長方形金條的邊長 6、4 公分之間有什麼關係？

【第五關--衣錦還鄉】

經過一番努力後，柯北終於可以把黃金帶回家了，走出洞外...眼前突然出現了 2 列火車，一列是 4 的倍數列車，另一列是 6 的倍數列車，它們一動也不動著，你正納悶著...這些火車是做什麼用的...

這時候它們突然開口說話了：「哈囉!你好呀...我們是來裝載黃金的火車，只要你填上空白車廂上的號碼就可以發動我們，但是不

是每節車廂都能可以裝載黃金喔!!你必須在這些車廂中，挑選出兩列火車共同都有出現的車廂號碼才能搭載。」現在，請將你認為可以裝載黃金的车箱圈出來吧!!



讓我們認識公倍

一個整數甲同時為某幾個整數的倍數時，我們就稱甲數是這幾個整數的公倍數。例如： $4 \times 3 = 12$ ，所以 12 是 4 的倍數，又 $6 \times 2 = 12$ ，所以 12 是 6 的倍數；12 同時是 4 與 6 的倍數，我們就稱 12 是 4 與 6 的公倍數。

【想想看】

除了 12 之外，你認為 4 與 6 還有那些公倍數呢？



練習題：

①請列出 14、21 的倍數（至少 10 個）

14：_____

21：_____

14、21 的公倍數有那些？

②請列出 12、15 的倍數（至少 10 個）

12：_____

15：_____

12、15 的公倍數有那些？

③請列出 21、28 的倍數（至少 10 個）

21：_____

28：_____

21、28 的公倍數有那些？

(5) 認識最小公倍數：

【第六關--解救阿拉】

當你準備運送黃金的時候，阿拉出現了，他苦苦哀求你說：「小主人阿，不蠻你說，其實我根本就不是守護神，我只是一個被囚禁的奴隸，我必須要付給我主人一堆正方形的黃金，才可以重獲自由。請你念在我之前協助你闖關的份上，無論如何，請你幫幫我，

把您拼成的最小正方形金塊留給我好嗎？」

善良的你選擇的正方形邊長是多少呢？
並說明給你給阿拉的正方形金塊為什麼是最小？



最小公倍數

公倍數中最小的一個，稱為這幾個整數的**最小公倍數**。

例如：4 的倍數有：4、8、12、16、20、24、28、32、36...

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36...

4 和 6 的最小公倍數是 12。



練習題：

①如果洞裡面的長方形金塊是長 60 公分、寬 48 公分，那麼你要解救阿拉的最小金塊是多少呢？

②你認為 60 與 48 還有那些公倍數呢

而最小公倍數是：

【最後挑戰】

1.請將下面的質數圈起來，數一數總共有多少個？

答：共有_____個

51、52、53、54、55、56、57、58、59、60
61、62、63、64、65、66、67、68、69、70
71、72、73、74、75、76、77、78、79、80

2.已知一長方體的長為 72 公分、寬為 60 公分、高為 42 公分，若欲切割成體積為最大的正方體，而不使其剩下，則可鋸成正方體多少個？

3.若 72、90、108 三數的最大公因數為 a，最小公倍數為 b，

則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【致謝】

本學習模組是台灣師範大學科學教育中心所舉辦的「91 學年度九年一貫數學及自然科課程教學模組設計工作坊」的成果之一。感謝台灣師大數學系洪有情教授的指導。