

# 克卜勒行星橢圓定律的初始內涵

姚玢\* 黃秋瑞\*\*

\*國立臺灣師範大學 物理系

\*\*國立臺灣師範大學 科學教育研究所

## 摘要

克卜勒遵循著哥白尼以數學的簡單性及均勻性為基礎之理念，接受並進一步推廣了日心說，他還證實：太陽是在行星軌道的偏心點而非圓心上。他認為太陽所放射出之光芒或力量，對行星在不同地方會有不同的影響，由此導出了行星在與太陽不同距離的位置上會有不同的速率之距離規則。從這個基本規則，最後他得到了行星的橢圓軌道定律。

關鍵詞：天文學、行星橢圓定律、克卜勒、科學史。

## 前言

古典物理奠基在牛頓力學上，而牛頓力學則是融合了伽立略落體運動，及克卜勒行星定律的觀念。這也是為何從國中力學（國立編譯館，2000）直到大學的普通物理學（Yang & Freedman, 2000），皆是以伽立略的加速度概念開始；高中物理（國立台灣師範大學科學教育中心，1999）則會再簡單介紹克卜勒行星定律。但由於各種教科書，甚至是大學天文學（Pasachoff & Filippenko, 2000）及理論力學教本（Marion & Thornton, 1995），或許是因受限於教學目標及授課時數，對行星定律均只能做精要地敘述，而無法對它們最初如何形成、所使用的方法、歷史演進過程、以及所表現的時代意義，給予較完整的呈現。本篇文章即是欲透過行星橢圓定律原初內涵的探討，儘力將上述主題簡潔地描述，期讓教學者對當時之科學背景、思考方式，能有一些較清楚的掌握與了解。

## 一、歷史背景

從巴比倫人大約在西元前兩千年，把天上分成 12 個星座開始，人類的生活空間，就由地面擴大轉向至天上了。當時人們在天上所欲真正尋找的，乃是天體與人類緊密聯繫著的關係和秩序。因為人們有時似乎甚難用社會的、經濟的現象，來解釋人類生活本身，而不得求助於相應的天上現象來協助，天是世界的主人和管理者，也是人類生活的統治者。在這樣的要求下，巴比倫人開始累積了許多觀測方法與天文資料（卡西勒，1994, p72）。

當希臘人建立並發明了幾何方法與抽象思考後，很自然地會用此方法，施展和發揮在巴比倫豐富的天文資料上去。其中，天體上最特殊的一個現象，即是有五顆會動的星體，它們不像月亮是穩定地以圓弧前進，而是有時會有倒退逆轉的情形發生，彷彿在天空漫遊，而被稱為漫遊者或行星。歐多克斯

(Eudoxus, 400-347 B. C.) 是第一位用幾何模型來詮釋行星的此種逆行現象。他用內外兩個同心球殼，旋轉方向互相垂直，內殼為行星所在之圓球，行星在其上作圓周運動，外殼為恆星球殼，恆星在其上不動，但整個背景(星座)在動。這樣，就可以產生行星的逆行現象。他也因此被視為天文學之奠基者(Hetherington, 1987, p125)。

接著阿波羅尼斯(Apollonius, 約 200 B. C.) 及依巴谷(Hipparchus, 約 135 B. C.) 提出了新的幾何模型：偏心圓(eccentric)體系與本輪—均輪(epicycle—deferent)體系。偏心圓模型意謂：行星 P 以等速繞圓心 C 做圓周運動，但地球並不在圓心 C 上，而是稍微偏離開圓心。而此圓心 C 與半徑 CP 會再繞地球運轉，如此可解釋行星之逆行。本輪—均輪模型則是說：地球位於主圓(均輪)中心，在圓周上，有另一小圓(本輪或周轉圓)，行星則只在此小圓上做圓周運動，而此小圓之圓心，會再以等速環繞地球運轉，同樣可給出逆行效果。此二模型基本上是等價的(羅杰斯, 1989, p67)。

到托勒密(Ptolemy, 約 130 A. D.) 為了能更正確與方便地計算出行星之位置，他提出了合成模型—偏心點(equant point)體系。在此體系中，如圖 1，本輪之圓心雖是繞著均輪之中心 C 作運轉，但非等速，而是以等角速率，環繞著偏離圓心之點 E 運轉，此偏心點 E 與地球 O，則分別在圓心 C 之不同兩端。托勒密用此模型可以描述出每一顆行星的運動細節，並建立起非常完整的天文圖表，與實際的觀測結果差別不到  $10'$  角

(Kozhamthadam, 1995, p166)。並且他以地球為宇宙中心的觀點，與亞理斯多德(Aristotle 384 – 322 B.C.) 之哲學觀點—目的論(teleology)相當一致，故能在西方暢行將近 15 世紀之久(羅伊德, 1984)。

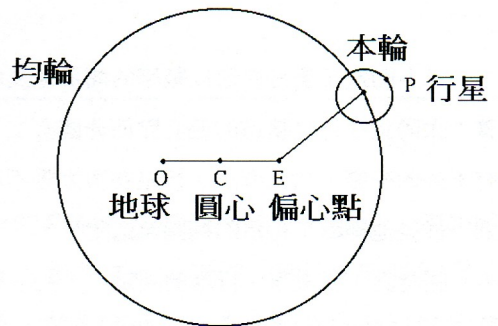


圖 1：托勒密行星運動體系

一直到哥白尼(Copernicus, 1473-1543)時，他質疑偏心點體系之過度人為性，且本輪中心與均輪中心連線所成角度，並非均勻改變，亦與均勻或等速運動原則相矛盾，背離了自然之簡單性，破壞了幾何學之美感(拉卡托斯, 1987)。

“同心圓、偏心圓和本輪，...引用了許多顯然與均勻運動的基本原則相抵觸的概念，...也不能得出...對稱性，...彼此不協調。...那些人採用偏心圓論證的過程或方法，要不是遺漏了某些重要的東西，就是塞進了一些外來的、毫不相關的東西。”(哥白尼, 1543, p3)

如果以地球為宇宙中心，並不能給出完美均勻的圓形，那麼要以什麼做為天體的中心，才可達成此理想？在圖 2 中，O 為托勒密體系中之地球，P 為行星並位於以 G 為圓

心之本輪上，哥白尼發現，若取  $OO'$  平行且等於  $PG$ ，並視  $O'$  為地球， $G$  為行星， $O'$  以  $OO'$  為半徑繞著圓心  $O$  作圓周運轉，則從地球  $O'$  觀測行星  $G$  之情形，恰與托勒密之  $OP$  完全一致。這就是有名的地動 (earth's mobility) 理論，最後，哥白尼發現若將太陽置於圓心  $O$  上，則會與觀測值相當吻合 (Barbour, 1989, p216)。

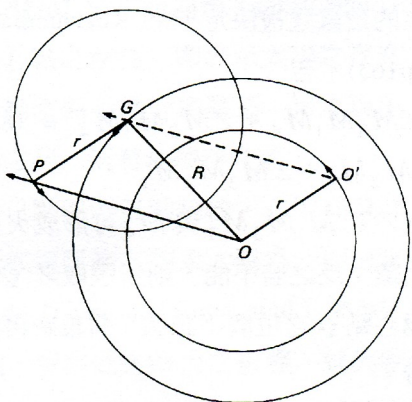


圖 2：哥白尼日心體系

(引自 Barbour, 1989, p216)

## 二、克卜勒的偏心學說

### (一) 偏心點之再引入 — 太陽為宇宙之真正中心

在哥白尼對托勒密的偏心點體系，感到太過人為化與不圓滿，而提出了地球與所有行星，均環繞著一共同的幾何中心，在做圓形運轉的日心理論。但太陽是否真正位於所有行星圓周運動的幾何圓心上，還是接近於此圓心？哥白尼亦不十分確定。在天體運行論 (哥白尼, 1543) 第 10 章裡有：

“靠近太陽之處，是為宇宙之中心。(Near the sun is the center of the universe.)”

此處所言“靠近”，亦即非真正是在中心。但在同一章裡，又寫著：

“萬物之中央，即是太陽。(In the middle of everything is the sun.)”

前後說辭不一，甚為明顯。且依照哥白尼的學說，圓周運動的幾何中心，並非全然固定的，而是有著些微的來回擺盪 (Kozhamthadam, 1995, p148)。克卜勒並不滿意這些種種之含糊與缺陷，此外，他始終相信太陽乃宇宙中最特別之星體：

“它是萬物的生產者，... 它是光的泉源，... 是一切色彩的描繪者。” (Kepler, 1937, p266)

“藉著光，它與萬物交流，因此，它正確的居所必是全世界之中心，如此他才可永遠均勻地，將自身散佈傳播至整個宇宙。” (Kepler, 1937, p19)

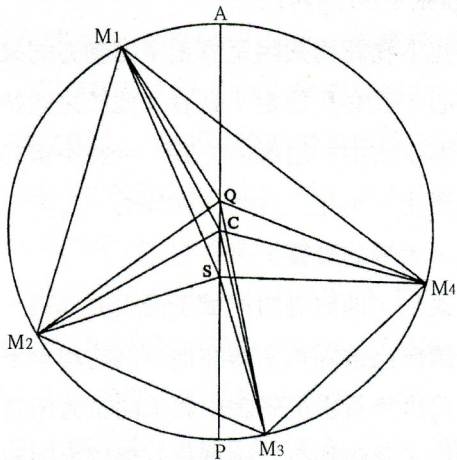
克卜勒認為太陽是真正宇宙動力的來源與中心，且必是穩定不動者。他於是開始尋找這個宇宙中心之幾何位置，且將宇宙的結構與變化，全建立在此最純粹的、及第一推動者—太陽的影響上。

雖然，他對哥白尼賦予最大的尊重，但也不讓自己被囚禁束縛在他導師的理念下。為了要排除哥白尼學說中對太陽位置所含的模糊性，及解決行星確實具有環繞太陽運轉之非等速性，克卜勒重新再回顧審視，並接受了托勒密之偏心點觀點，但賦予其更新的內涵。

“任何人研讀了此段有關偏心點之論述，將必歡樂。因為如果天文學者驚訝於，托勒密毋需證明而可假設偏心點之重要性，

他們將更驚奇於，其中竟然有可以解釋的理由存在著。” (Kepler, 1596, p219)

這新的偏心點學說內容是什麼？可以解釋其存在的理由又是什麼？克卜勒在新天文學 (Kepler, 1609) 第 10 至 21 章中，先選取了四個在日落時，背對著太陽，觀察剛升起 (acronychal observation) 的火星經度 (longitude) 之水平位置 (如圖 3)。他依照哥白尼所言，以太陽為固定不動點  $S$  (但不一定是圓心)，在落日時，地球介於太陽與火星之間， $SM_1$ 、 $SM_2$ 、 $SM_3$  與  $SM_4$  四直線分別表示在 1587 年 3 月 6 日、1591 年 6 月 8 日、1593 年 8 月 25 日及 1595 年 10 月 31 日時，所觀測到的火星經度方向，故角  $M_1SM_2$ 、 $M_2SM_3$  等之大小即可得知 (但尚不知  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  與  $M_4$  落於直線上何



處，因還不知火星與太陽之間的距離) (Jacobson, 1999)。

圖 3: 克卜勒火星暫代性假說 (引自 Voelkel, 2001, p106)

克卜勒再採用 1587 年第谷 (Tycho, 1546-1601) 所定出的遠近線 (line of

apsides，即偏心點與均日點之連線  $QS$ ，且  $QS$  線之經度被訂為  $148^{\circ}48'55''$ )，若火星對於取定的偏心點  $Q$  為等角速率，由火星週期 687 天為  $360^{\circ}$ ，亦可得知時間角度  $M_1QM_2$ 、 $M_2QM_3$  等。在  $AP$  直線上，若太陽  $S$  與偏心  $Q$  選定後，則由  $QS$  長度與上述經向觀測及時間角度，可表示出太陽與火星在四種狀況下之距離  $SM_1$ 、 $SM_2$ 、 $SM_3$  與  $SM_4$ ，故火星的位置遂被決定下來 (Kozhamthadam, 1995, p163)。若

$$\angle M_2M_1M_4 + \angle M_2M_3M_4 = 180^{\circ} = \angle M_3M_2M_1 + \angle M_3M_4M_1$$

則四點  $M_1M_2M_3$  與  $M_4$  可形成火星之圓周軌道；反之若不能，則所選取之  $QS$  長度或偏心點  $Q$  之位置不正確，需重新再定  $Q$  之位置。

若火星四位置可形成圓形，則可求得圓心  $C$  點之位置。然若  $\angle ASM_1 \neq \angle CSM_1$  或  $C$  點不在  $QS$  (或  $AP$ ) 直線上，意謂偏心點  $Q$ 、圓心  $C$  及太陽  $S$  三點，不在一直線，則需選取新的  $Q$  點位置，從頭再算一次，直到  $Q$ 、 $C$ 、 $S$  三點共線為止。以上這些工作，並非是件容易的事：

“如果這種冗長的方法讓你厭煩的話，你或許更會憐憫起我來。因為我花費了巨大的時間，反覆了至少 70 餘次的計算，從探討火星開始，至今已過了五個年頭。” (Kepler, 1609, p256)

克卜勒最後，可讓  $Q$ 、 $C$ 、 $S$  落於同一直線上，且以  $C$  點為中心之圓，可通過四個火星觀測位置，若半徑長為 1，則他得出

$$QC = 0.07232, \quad CS = 0.11332$$

