

中學生通訊解題第二十五期題目

臺北市立建國高級中學 數學科

問題編號

912501

已知一個六位數的自然數 n ，它以 p 為個位數。若把 n 的個位數 p 移到其餘各位數之前，所得新數是 n 的 4 倍。請問滿足此條件之 n 有幾個？是哪幾個？

問題編號

912502

阿福在某次測驗時，誤將一題分數相減 $\frac{b}{a} -$

$\frac{d}{c}$ 套以「分子相減為分子，分母相減為分母」，結果答案居然也對（假設計算部分並無其他錯誤）。且阿福還記得：

1. 分子與分母各為大於 0 的一位阿拉伯數字。
 2. 兩分數皆為假分數。
 3. 兩分數之分母不同，但其最大公因數比 1 大。
- 請問：原題目為何？

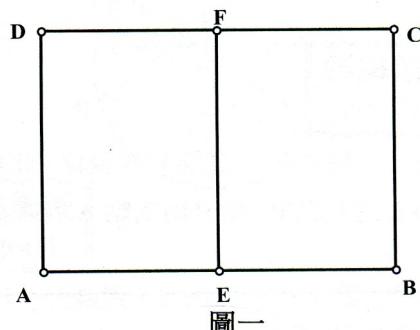
問題編號

912503

矩形的自我相似分割：

- (1) 將矩形 ABCD 分割成 2 個小矩形，使得每個小矩形的長與寬的比與原矩形 ABCD 的長寬比相等。設最小的一個矩形的長寬比為 x (其中 $x \geq 1$)，請求出所有可能的 x 值。

(2) 將矩形 ABCD 分割成 3 個小矩形，使得每個小矩形的長與寬的比與原矩形 ABCD 的長寬比相等。設最小的一個矩形的長寬比為 x (其中 $x \geq 1$)，請求出所有可能的 x 值。



圖一

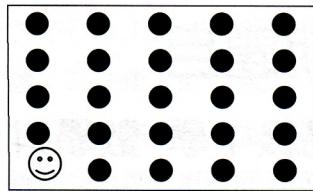
問題編號

912504

假設小精靈要於 5×5 階圖形(如圖二)中的左下角開始直線前進吃完圖中所有的 24 個小黑點，且小精靈每吃一個小黑點要花 1 秒，若小精靈行進時轉 90 度需花 1 秒，連續轉兩次 90 度(即轉 180 度)需花 3 秒，試問：

- (1) 小精靈應採何種行進路線才能最快吃完小黑點？
- (2) 此時共花了幾秒鐘？

請說明你選擇路線的方法。(註：圖三為其中一種走法，共吃 24 個黑點、轉 90 度 2 次、連續轉兩次 90 度(180 度)3 次，故共計花 $24 + 1 \times 2 + 3 \times 3 = 35$ 秒)



圖二

□	→	→	→	↖
↑	↑	□	↖	↓
↑	↑	↓	↑	↓
↑	↑	↓	↑	↓
☺	└	└	└	└

圖三

問題編號
912505

平面上一點 A 對一直線 L 作垂線，此垂線與直線 L 的交點 P，點 P 稱為點 A 對直線 L 的

(上承第 57 頁)

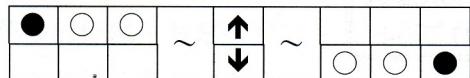


圖 H-1



圖 H-2

第二類：橋=2→不可走完。因為兩座橋會造成一上一下的走向，而無法連通至另一端不同行的圓圈。

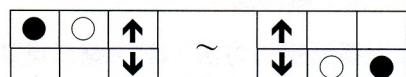
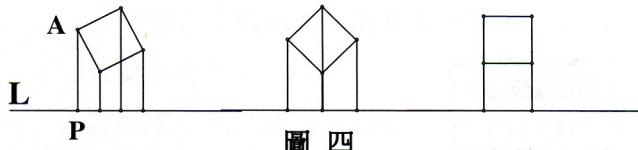


圖 H-3

第三類：橋≥3→必可走完。取出最外側的兩座橋與中間任一座橋，可以圖 H-5 方式走完。

投影點。考慮一正方形的四個頂點，在一條直線上的投影點個數，如圖四，共有 4,3,2 點等三種情形，



圖四

(1)請考慮正五邊形、正六邊形的情形，它們的頂點在直線上的投影點個數，可能有那幾種情形。

(2)考慮一般的正 n 邊形，它們的頂點在直線上的投影點個數，可能有那幾種情形。

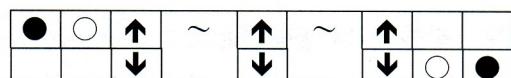


圖 H-4

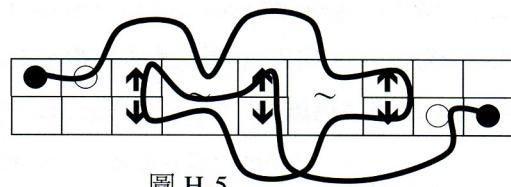


圖 H-5

解題重點：

洞察出通行要點(即解中的橋)以試誤實驗方式作討論。

評析：

本題徵答人數共有 21 人。平均得分為 2.10 分。