

# 談從9年一貫到12年一貫數學銜接的幾個面向

陳大魁

國立桃園高級中學

前言---『教改=九年一貫+國中基本學力測驗+大學多元入學方案』？

首先，這裡所謂的“九年一貫”或“十二年一貫”，非教育政策或教育制度的正式名稱，是一種統稱或俗稱，但是不管現行推行的“九年一貫”或計畫中的“十二年一貫”，都是龐大的教育改革工程，其中所有對應的政策或措施都是因應世界潮流和趨勢所必須做的選擇。

猶記得十多年前，由美國帶動所引發的世界性教改潮流，經由本地強調人本教育的團體或學社引入並加以推波助瀾，社會瀰漫著一股『再不改，就落伍』的急迫感，知識精英強烈要求教育改革的聲浪風起雲湧，甚至上了街頭，政府順應思潮，一方面在行政院成立教育改革審議委員會，聘請李遠哲先生擔任主任委員，委員會的委員們也鬥志高昂，全力以赴，南征北討，舉辦大大小小各類公聽會，聽取各階層教育人士對於教改的意見與想法，兩年後在“教育改革總諮議報告書”中提出建議：促進中小學教育鬆綁、小班小校、改革課程與教材、提早學習英語、協助學生具有基本學力。另一方面，教育部則成立專案小組做大動作大手筆的規劃與發展。

86年4月國民中小學課程發展專案小組成立，九年一貫的討論會，官方的、非官方

的，內容不斷的見諸報章雜誌或電視媒體洗腦著一般社會大眾，再加上第一次國中基本學力測驗的實施和大學多元入學方案的同時進行，直接影響的對象為學生、教師、學校，間接影響的對象則為家長、社區(本位課程、本土化)，改革內容包括課程、教材、教法、評量，並擴及學校行政，算是一次對教育體制的總體檢和大手術，陣痛難免，一時之間，質疑、撻闕、爭議、不安、解釋、說明、等揚揚沸沸，在進入21世紀之際，臺灣的教育界真是動盪不安。

事實上，教育有諸多理論與哲學觀，目的無非要告知：教育是因材施教，是因地制宜，是因時變化，是隨機教學，因此可以說教育的本質就是變，教育改革理應是一種常態，教育改革不是要“叫”了才要改。又教育最核心的目的之一就是讓學生具有“自我批判、學習、建構知識的能力，足以應付未知的情境”，簡單的說，就是要培養孩子具有未來的能力，那到底甚麼是未來的能力呢？

21世紀的學習觀---我們需要學習的不單是知識，而是如何運用知識及創新的特殊本領

20世紀後半，電腦科技不斷地創新，尤其電腦網路與多媒體技術的成熟，使得資源大增，知識取得門檻降低，知識倍速累積時

代來臨，預測專家 J. 馬丁(英國)估算：人類的知識，目前一方面是每 3 年就增長一倍，另一方面只要一年不學習，所擁有的全部知識就會折舊五分之一。未來(可以說不久)是一個變動更快速，競爭更極端的世界，屆時最具競爭力的人將是具有極強的想像和創新能力的人才，這樣的人能掌握知識學習的三要點：

- 一、如何迅速、充分、有效地選取與儲存知識。
- 二、如何利用知識來解決問題；
- 三、如何粹裂、重整，創造新點子。

基於此，學習結構(方式、態度、方法、)的構築和學習效率(更新與創造、壓縮與快速)的提升應是 21 世紀公民必要的技能，也是學校教育最重要的重點之一，而"終生學習或教育"成為每個現代人的生存和發展格調。

我們檢視過去(甚至現在)學校的數學教育：學習內容---強調書本知識的獲得，學習方式---仍以教師的灌輸為主，這樣的學習環境無法培養出具有競爭力的 21 世紀公民。正由於此種學習觀點的改變導致了現今對學校教育教材與教法的深刻檢討。新的教育概念相信：知識是經由學生自我觀察外在事物後探索、體會、與省思等思考活動(Thinking Activities)而建立的，強調以學生為中心(Learner-Centered)的學習環境，老師所扮演的角色由知識的傳授者蛻變到知識建構的協助者，老師不再是知識的唯一來源，學生與老師的關係也由“從老師身上學(Learning from Teacher)”轉變成“和老師一起學

(Learning with Teacher)”。從 1996、1997、1999、2001、2002 教育部分別對國小、國中、高中實施新課程，從目標也可以看出我們的教改也是依循這樣的方向前進：

1996 年實施國小的課程改革：強化學生透過自己的經驗建構和理解數學的概念 提倡以數學語言溝通、討論、講理、批判的精神。

1997 年實施國中的課程改革：特別強調引導學生認識數學在生活中的功用，並培養主動學習的態度及欣賞數學的能力。

2002 年實施國中的課程改革(九年一貫)：除了過去的數學教育理念外，特別強調培養終身學習的態度和掌握如何學與樂於學的特質。以開拓學生自我學習的能力。

1999 年實施高中的課程改革：除了提供學生在實際生活與未來生涯所需的數學知能，以奠定學習相關學科基礎外，並強調培養學生欣賞數學內涵簡明有效及結構嚴謹優美的特質。

2005 年實施另一波後期中等教育的課程改革(十二年一貫)，正在規劃中。

但是如果在教育改革的實施過程中，學校、老師、學生、家長或社會大眾沒有這樣的認知和心理準備，則教育改革的路必坎坷崎嶇。近來，社會大眾質疑：建構式數學的教學降低了學生的數學能力，九年一貫讓老師、家長、學生無所適從等，都說明了在大家認知不足或眼界不遠或惰性使然，使得教改的路走起來備感艱辛。

談 9 年一貫至 12 年一貫數學銜接的幾個面向

## 簡談九年一貫數學領域

大家都相信“數學為科學之母”這一句話，科學精神強調探索和應用的過程：觀察、好奇、臆測、假設、實驗或推論、檢驗、修正、再實驗或推論、再檢驗、再修正、  
、  
形成結論或性質，應用推廣；但是不妨回顧一下：我們的數學教學過程有完成這些過程的全部或部分嗎？說得嚴肅一點，傳統的數學知識可以說是以最不科學的方式教學；而九年一貫數學領域的精神就是要還原數學學習的“科學本色”，請老師揚棄過去對數學概念或性質直接告知，再餵食很多試題的填鴨灌輸，以達到所謂“精熟學習”的教學方式。

九年一貫數學領域詳細的理論基礎和課程架構，請參考教育部或各教科書出版商所提供的資料。在這裡僅提供筆者認為最重要的部分，請讀者可以看出它的精隨。

### 一、強調以數學為工具的內涵

數、形、量基本概念之認知、  
具運算能力、組織能力，  
能應用於日常生活中，  
了解推理、解題思考過程，  
與他人溝通數學內涵的能力，  
能做與其他學習領域適當題材相關之連

結

### 二、強調依據學生認知發展的學習

階段	學習特徵 學習方式： 思考型態：	學 習 說 明
1-3	具體操作： 視覺：	主要透過具體物的[實物]操弄進行學習。 透過直覺協助思考
4-5	具體表徵： 察覺樣式：	主要透過具體的表徵[如圖、表等進行學習。 能察覺具體表徵的樣式。
6-7	類化具體表徵： 辨識樣式間的關係：	使用具體表徵進行學習。 能辨識出樣式與樣式間的關係。
8-9	符號表徵： 非形式化演譯：	使用符號的表徵進行學習。 能做簡易邏輯關聯，做非形式化推論，但不能有系統演繹

### 三、強調能力養成與檢驗的主題能力指標

將數學課程內容區分五大主題：數與量、圖形與空間、統計與機率、代數、連結，其中數與量、圖形與空間、統計與機率、代數再依四個階段區分不同的能力指標。例如：

數與量

N-3-16 能用平均速率的概念描述一個物體的運動狀態，並應用於日常生活中。

N-3-20 能察覺整數的最大公因數、最小公倍數、質數和合數，並能將一個數作質因數分解。

圖形與空間

S-3-5 能利用形體的性質，解決幾何問題

S-4-1 能根據給定的性質作局部推理

統計與機率

D-4-1 能利用統計量(例如百分位數)，來

了解資料散佈的情形

D-4-6 能自訂主題，蒐集資料，利用統計圖表抽取與主題有關的資訊

代數

A-3-5 能察覺簡易數量模式與數量模式之間的關係

A-4-9 能認識商高定理及其生活中的應用

#### 四、強調科學精神的連結主題

連結主題包含察覺、轉化、解題、溝通、評析等五種能力，連結的能力可以說就是“數學能力”，九年一貫數學領域最特殊的地方就是將“連結”與其他數學知識共同列為學習主題，不再依階段區分能力指標，正式宣告數學的學習是要透過各階段的數學知識培養數學能力。

連結強調的重點：

- 一、發展以數學作為明確表達，理性溝通工具的能力；培養數學的批判分析能力；培養欣賞數學的能力
- 二、以學生的認知心理邏輯和數學內容邏輯結構並重，特別強調學生數學能力及認知層次的連貫性和發展性。
- 三、考慮學生學習動機的引發和持續，從學生的生活經驗中出發探討。
- 四、培養察覺及展現數學結構的能力，學習合理的推論與批判，提升思考層次，進而應用於生活當中，提升生活品質。

架構分為

內部連結---同一主題內或不同主題間，

外部連結

---與其他學習領域間(語文、健康與體育、藝

術與人文、社會、自然與生活科技、綜合活動)

---與六大議題間(資訊、環境、兩性、人權、生涯發展、家政)

#### 從九年一貫到十二年一貫(或稱後期中等教育)的數學教育銜接

教育部已經將後期中等教育(高中、高職、綜合高中、完全中學後三年、五專前三年)已成為下一波教育改革的重點。現行高中課程標準是於八十四年公佈，自八十八學年度高一新生開始實施，至今邁入第四年，但為配合國中小學九年一貫國教課程從九十學年起分四年逐年全面實施，並因應教育改革推動，教育部先後成立「高級中學課程發展委員會」與「高級中學課程總綱修訂小組」，積極研修課程標準，全部修訂工作期程預定到九十二年六月完成，經試用後於九十四學年正式實施。目前高中課程標準總綱修訂暫告一段落，但是質疑之聲紛沓而至，例如

一、給部長：高中課程修訂不踩煞車，教改註定要失敗

臺北市家長協會曾對此一議題提出四大主張，指陳現在課程的諸多問題，但願新上任的黃榮村部長，能嚴肅思考這樣的改革將把臺灣的教育帶到哪裡去。國中小的課程改革已問題重重，如果高中課程將再一次的重蹈覆轍；我們不禁要擔心十年教改下來，學生的日子將更苦，教改真的會失敗。

二、不滿教育部官方版本的「九十四年高中

談 9 年一貫至 12 年一貫數學銜接的幾個面向

課程綱要草案」嚴重與臺灣人力市場脫節，二十二個民間教改團體組成的「後期中等教育課程改革聯盟」昨日提出民間版本「後期中等教育課程改革綱要」，強調民間版本兼顧兩大面向，分別是「創新」、「合作」，與整合高中職、高中職社區化與高中職發展學校特色。

該聯盟批評，官方版高中課程綱要草案不僅無法與九年一貫課程的精神銜接，也無法解決後期中等教育脫節與不均的問題。整個後期中等教育存在兩項基本問題，就是「脫節」與「不均」，高中錯把多數的高中生當成菁英教育，  
(910906 中央日報)

改革必然引起諸多疑慮與疑議，這些異樣的聲音都在提醒教育部在推行課程改革時，不能忽視或需加以考量、重視的觀點。

筆者因任教於高中，又參與了九年一貫數學課程的編輯，對於九年一貫之後的數學課程的發展，有著一股好奇、不安又急切的感覺：

1. 九年一貫之後數學領域的課程發展委員會成員與九年一貫的是不同的一組人，他們如何在理論架構上、認知觀念、課程結構和教材內容上作銜接？
2. 國內各高中的數學老師，有多少人知道九年一貫數學領域的內容？

筆者就個人經驗，在此提供幾個要注意的銜接面向，供大家參考。

## 一、非教材內容的銜接

### 1. 數學領域的內涵---

內涵決定課程內容和教學重點，如何依據九年一貫的架構作沿用或發展，應先確認。

### 2. 學習的認知階段---

所謂因材施教，就是依據學生的認知階段作教學和評量，因此認知階段的正確劃分可以以最適當的教材內容和教學方式進行教學。

劃分方式大致分成兩種：以 10~12 年級當第五階段，或以 10~11 年級當第五階段，而 12 年級當第六階段。(因為確定高一高二課程不分化)

### 3. 主題與能力指標---

主題牽涉到課程的內容，九年一貫數學領域的前四大主題為數與量、圖形與空間、統計與機率、代數，是否需要再增加？或再細分？或另訂主題名稱(邏輯、函數、代數、幾何、統計、微積分、實用、 )？

另外一個重點便是各個主題的能力指標，是延續現行的“教學目標”，或是從九年一貫向上延伸，或是依樣另訂，或是廢除另訂，這些決定了老師和學生用甚麼心態作教學和評量。

### 4. 連結---

察覺、轉化、解題、溝通、評析等數學能力的培養，是“自我建構、終生學習”的重要必備能力，是否更應該強化？

### 5. 高中數學教師心態

教師站在教育的第一線，是教改能否成功的決定角色，因此除了要關心自身的權益之外，更要時時反省：是否能揚棄過去“I am the king in the classroom”的心

態？是否能體會教育的本質就是“變”，一種向上提昇的變？是否有一顆謙虛而創新的心態來面對十二年一貫，加強自己的專業成長，重建教師的形象品牌？是否能體認：廿一世紀的新 e 教師必須是一位教學與研究的行動者、設計者及終身學習者，方能具備課程統整能力、編寫教材能力、協同教學的思維、彈性設計活動能力、多元評量觀點及參與課程發展的能力？

## 二、教材內容的銜接

筆者根據九年一貫數學主題能力指標和現行版(88 年起用)高中課程的教材內容作一比較，發現期間的落差很大，大到接受九年一貫數學課程學習的學生，遇到現行版的高中數學課程內容，幾乎無法學習。比較結果簡列如下，供大家參考，更期待十二年一貫數學領域課程發展委員會的成員能正視這個問題。

### (一)方根運算---

九年一貫：

A-4-7 能認識平方根以及用電算器看出其近似值

高中現行版至少須具備能力：立方根概念、無理數的簡易化簡與運算、套用於乘法公式

### (二)乘法公式---

九年一貫：

A-4-8 能使用乘法公式(和差平方、平方差)

高中現行版至少須具備能力：立方和差、和差立方

### (三)等差與等比數列---

九年一貫：無。

(註：也有稱在 A-3-5 能察覺簡易數量模式與數量模式之間的關係可以介紹等差數列)

高中現行版至少須具備能力：數列、等差數列(級數)、等比數列(級數)等觀念

### (四)多項式與方程式---

九年一貫：

A-3-1 能用  $x$ 、 $y$  的式子表徵生活情境中的未知量及變量。

A-3-2 能將生活情境中的問題表徵為含有  $x$ 、 $y$  的等式或不等式，透過生活經驗檢驗、判斷其解，並能解釋式子及解與原問題情境的關係。

A-4-11 能利用配方法或十字交乘法解一元二次方程式。

(註：多項式的名稱未必出現，如果出現也未必有運算)

高中現行版至少須具備能力：多項式觀念、多項式簡易運算、簡易因式分解概念(如提公因式、利用乘法公式、)

### (五)多項式函數---

九年一貫：

A-4-2 能從生活情境問題列出並解二元一次聯立方程式

A-4-4 能利用一次式解決生活情境中的問題

A-4-5 能畫出形如  $y=ax+b$  的座標平面圖形

談 9 年一貫至 12 年一貫數學銜接的幾個面向

高中現行版至少須具備能力：線形函數、二次函數的概念、二次函數的圖形及極值性質

(六)指數函數---

九年一貫：

N-3-20 能察覺整數的最大公因數、最小公倍數、質數和合數，並能將一個數作質因數分解。

N-4-1 能掌握命數系統，並以科學符號表示一個數

高中現行版至少須具備能力：指數為正整數之指數律

(七)二元一次聯立方程式的圖解及其幾何意義

---

九年一貫：無

高中現行版至少須具備能力：圖解及其幾何意義

(八)一元一次不等式的化簡----

九年一貫：

A-3-2 能將生活中的問題表徵為含有  $x$ 、 $y$ 、 的等式或不等式，透過生活的經驗檢驗、判斷其解，並能解釋式子及解與原問題情境的關係。

A-4-5 能檢驗、判斷不等式的解並描述其意義。

A-4-5 能以一次式解決生活中的問題。

(說明：這裡強調“認識”一次不等式的解，及利用一次等式或不等式解決

生活中的問題，不要求學生用一個最簡式子表示不等式的解，只要學生有解的概念及非形式化的描述其解即可。

高中現行版至少須具備能力：一元一次不等式的化簡的能力，及在數線上的表徵。

(九)其他---

九年一貫未談：諸多幾何性質，包括：圓的內外幕定理、直角三角形母子相似定理、

高中現行版：在介紹三角函數或幾何觀念時，這些性質會出現應用

數學概念育成時間不足

## 自我期許

教育改革是因應世界潮流和社會變遷，所不得不做的事。而成功與否，教師是關鍵角色，尤其是教師的心態，教師要有「心」方能得「新」，課程改了，教學習慣要能因應新課程內容，我們身為老師的是排斥、抗拒還是用心學習，並檢討改善或修正？

誠如 Fullan 所言：「教師不是技術員，只有教師願意，才有可能改革，沒有人能使教師改變，沒有人能使他有不同的想法或發展新的技能，只有教師才能改變自己的動機、信念、洞見、態度和價值」