

「軸對稱圖形」在教材教法上的簡單設計

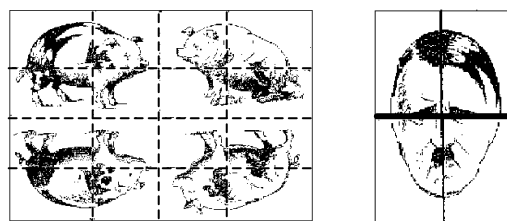
許建銘

高雄市立龍華國民中學

「生活化」、「趣味化」一直是眾多數學教師在教材教法上，努力經營和推動的工作，而「活學活用」也是九年一貫教改下，重要的教學理念與課程目標。筆者將現行國中數學第四冊教材內容中的「四邊形性質」與「軸對稱圖形」結合，設計一個摺紙遊戲，這個遊戲在課堂上或全市科學園遊會上，受到許多參與挑戰的學生及親子們的喜愛。

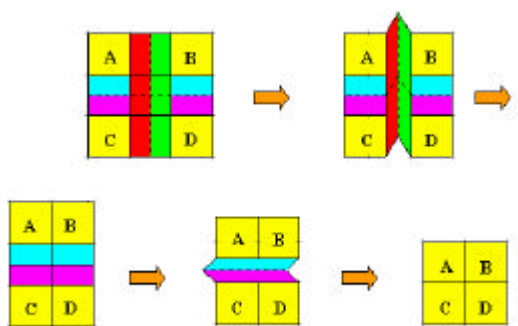
有一個名為：「第五隻豬」的古老摺紙遊戲（遊戲紙如圖（一）），遊戲者透過摺紙操作，用四片「豬屁股」拼出「希特勒人頭」（如圖（二））的趣味圖形就算成功。遊戲者想要成功，就必須設法將圖中間的十字形通路摺到紙背，並將虛線分隔在四個角落的四個矩形拼湊留在正面。而這個有虛線提示的遊戲紙，大多數學生透過嘗試錯誤、方位修正，都可在十分鐘左右拼出正確的完成圖。其實這個看似簡單的遊戲，便是「軸對稱」性質的應用。

圖(三)中，若要將 A、B、C、D 四片矩形併在一起，可以先將呈矩形的縱向通路，沿其縱向對稱軸，將左、右兩個對稱面的部分，面對面併疊摺向紙背。接著再將呈矩形的橫向通路，沿其橫向對稱軸，將上、下兩個對稱面，面對面併疊摺向紙背，便可摺出完成圖了。



圖（一）

圖（二）

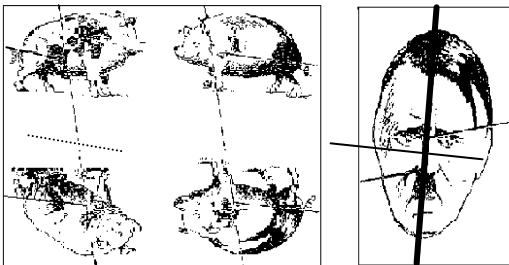


圖（三）

我將四隻豬的相對位置作了調整，並改變通路的形狀，於是遊戲紙改成了圖(四)，而其完成圖仍是將四個角落的四個四邊形拼湊在一起的「人頭」(如圖(五))。或許有讀者開始懷疑：縱向通路是一般的平行四邊形，它並不是一個「軸對稱圖形」，我們有辦法使其併疊摺向紙背嗎？的確，這個懷疑是合理的：我們真的無法僅用一條對稱軸將縱向通路摺向紙背。但是我們可以試用兩條或更多條嗎？其中道理就必須先了解以下的「四邊形性質」。

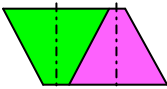
我們將(1)兩個等高且腰長相等的等腰梯形

如圖(六)靠在一起；(2)兩個等高且腰長相等的等腰三角形如圖(七)靠在一起；(3)等高且腰長相等的一個等腰梯形與等腰三角形如圖(八)靠在一起，我們都可以輕易證明出三種圖形都是平行四邊形。然後依此道理作反向思考：若將遊戲紙的通路設計成可分解為圖(六)或圖(八)的平行四邊形，再利用等腰梯形與等腰三角形都是「軸對稱圖形」的性質，那麼也就可以分兩次將此種通路摺向紙背了。

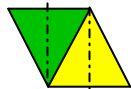


圖(四)

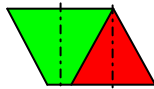
圖(五)



圖(六)

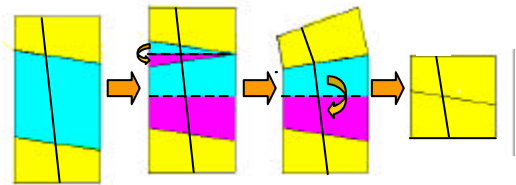
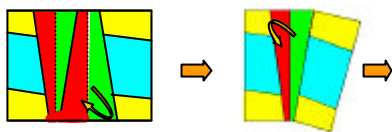


圖(七)



圖(八)

圖(九)中，我們要把四個角落的四個四邊形拼湊在一起，可以先將呈平行四邊形的縱向通路分解成兩個等腰梯形，再各依其對稱軸，分兩次將左、右兩個對稱面的部分，面對面併疊摺向紙背。接著可以將呈平行四邊形的橫向通路分解成一個等腰梯形和一個等腰三角形，再各依其對稱軸，分兩次將上、下兩個對稱面的部分，面對面併疊摺向紙背，便可摺出完成圖了。



圖(九)

另一個「軸對稱」性質應用的教學內容，是我為分散式資優班所作的課程設計，希望能作為讀者的教學參考。

- (一)教學名稱：趣味人形的摺剪紙。
- (二)教學目標：透過教師自行設計的摺剪紙遊戲，讓學生學習軸對稱的性質與應用。
- (三)教學教材：每位學生發一張遊戲紙（如圖(十)）。遊戲紙的兩邊有兩個全等人形，每個人形除了一長一短的手部外，其它部位皆與頭部中心線呈對稱，而且人形的寬與中央的矩形長相等。
- (四)教學活動：採分組的合作學習解題，各組討論並且紀錄與報告各種開放式的摺剪紙想法。同組同學集思廣益，利用人形摺疊在矩形上的輪廓，在中央的矩形中再剪出另一個全等人形。剪紙時必須先全部摺疊好再剪，而且剪了之後便不得再摺再剪，完成圖共有兩種：

- 1.長手拉長手，短手拉短手（如圖(十一)）。
- 2.長手拉短手，短手拉長手（如圖(十二)）。



圖(十)

圖(十一)

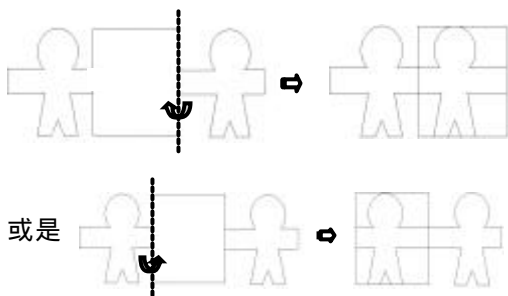
圖(十二)

師生共同討論出嚴謹而簡易的摺剪法有以下幾種，而下文的摺法圖示中，向前或向後摺並非表示唯一選擇，也就是說前後摺與翻面剪也可以考慮作一些彈性組合(請注意以下的摺痕線說明)：

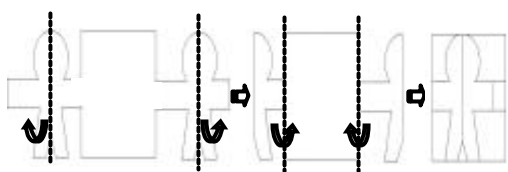
————— 以此線為軸，將軸一邊的圖形向前或向後摺疊。

..... 以此線為軸，將軸一邊的圖形向前或向後摺，再攤平後留下的摺痕。

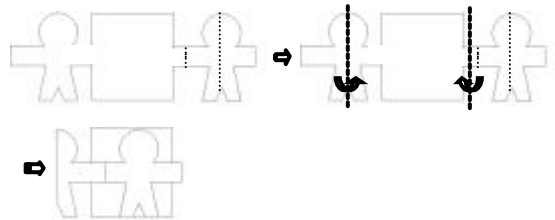
(1) 長手拉長手，短手拉短手：



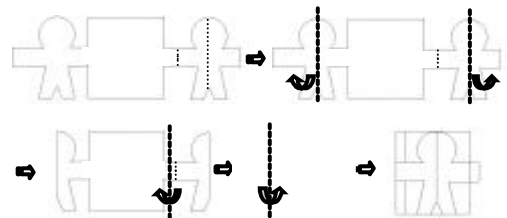
(2) 長手拉長手，短手拉短手：



(3) 長手拉短手，短手拉長手：



(4) 長手拉短手，短手拉長手：



以上(1)~(4)圖，只要將摺疊出的最後圖形，沿著正面的人形輪廓剪開，再打開重疊的紙，就會出現完成圖了。其中有些摺法不如想像中容易，不過學生從嘗試錯誤的操作過程中，會因發現而得到樂趣及經驗。

光說不練或光學不用，永遠無法學到最好的本事，也體會不出學習的意義與知識的價值。設計一些有趣、又富含深刻數學原理的遊戲，讓學生在課堂上操作(如讓學生動手摺一摺紙)，親自體驗數學理論的巧妙應用，學生一定更喜愛學習數學。