

中學生通訊解題第十九期題目

臺北市立建國高級中學 數學科

問題編號

901901

100 個同學圍坐成一圓圈，遊戲開始，每人先各由 1、2、3 三數中依 "相鄰之人不得選擇相同數字" 之條件，任意選定一數作為自己的幸運數字。選定之後各人與鄰座依序兩兩一組，共分 50 組，各組二人幸運數字之和若為 3、4、5 者各有 a、b、c 個組，則 a、b、c 三數中最大之各組有獎。

小希與左鄰同組，統計結果數字和為 5 的 c 個組獲獎。

小希說：若我與右座同組，獲獎的未必共有 c 個組吧。

小聰說：一樣啦！不論你與左鄰或右座同組，a、b、c 之值不會變的。

你以為呢？

問題編號

901902

若 p 為質數，且 $\frac{q}{10^p} = 0.123xyzw = \overline{0.123xyzw23xyzw23xyzw\cdots}$ ，q 為自然數，x、y、z、w 為阿拉伯數字，求 p 之值。

問題編號

901903

(1) 設 n 是形如 4k+1 的正整數 (例如：1, 5, 9, ...)，是否可以找到 n 個正奇數， $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，使得 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = a_1$

a_2, a_3, \dots, a_n ?

(2) 若有 n 個正奇數 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，滿足 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，證明 n 必為形如 4k+1 的正整數。

問題編號

901904

某天蛋頭正在寫數學作業，調皮搗蛋的弟弟把他的作業本搶了去，在幾個數字上亂塗鴉，結果只見題目如下：

"若 $(x^4 + x^2 + \quad)$ 可被 $(x^2 + x + \quad)$ 整除，……………"

蛋頭只記得兩個 \quad 處是相同整數，兩個 \quad 處也是相同整數，請幫幫忙解救他，找出 \quad 和 \quad 的數字吧！

問題編號

901905

在平面直角座標系中，A 點座標為 (1, 1)，B 點與 C 點都在座標軸上 (可能同在 x 軸或 y 軸上，也可能各在一個座標軸上)，A、B、C 三點形成一個等腰三角形。

- (1) 請找出 5 個滿足以上條件的三角形。
- (2) 設以 A 為頂點，令 $\overline{AB} = \overline{AC} = d$ ，試用 d 的值來討論此類等腰三角形 $\triangle ABC$ 的個數。
- (3) 若以 B、C 為頂點，請討論這類的等腰三角形的個數。

(下轉第 21 頁)