

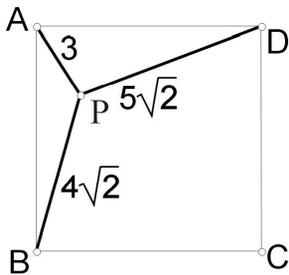
中學生通訊解題第十七期題目

臺北市立建國高級中學 數學科

問題編號

901701

如圖，設正方形ABCD內部有一點P滿足 $AP=3$ ， $BP=4\sqrt{2}$ ， $DP=5\sqrt{2}$ ，試求正方形ABCD的面積。



問題編號

901702

若 $a_1, a_2, \dots, a_{2001}$ 為 $2001, 2002, 2003, \dots, 4000, 4001$ 的任意一種重新排列，試求證

(1) $(2001-a_1) \times (2002-a_2) \times (2003-a_3) \times \dots \times (4001-a_{2001})$ 為偶數。

(2) $(1-a_1) \times (2-a_2) \times (3-a_3) \times \dots \times (2001-a_{2001})$ 亦為偶數。

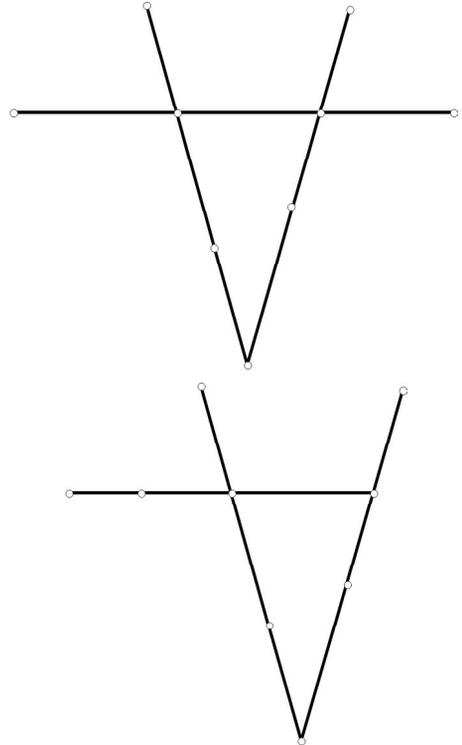
問題編號

901703

平面上有 9 個點，現在要將它們排成三行，要求每行恰好有 4 個點，如圖所示，就是兩種不同的排列方法。

(1) 請儘量舉出不同的排列方法。

(2) 在你舉例的過程中，你是否發現什麼規律？而能將此問題解決。

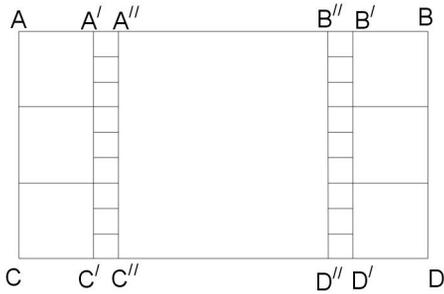


問題編號

901704

有一長方形ABDC，已知 \overline{AB} 長度為 x ， \overline{AC} 長度為 y ，如圖所示

今在長方形兩邊分別取兩個長方形 $ACC'A'$ 、 $BDD'B'$ ，使 $\overline{AC}=3\overline{AA'}$ ， $\overline{BD}=3\overline{BB'}$ ，如此可將長方形 $ACC'A'$ 、 $BDD'B'$ ，各分為 3 個正方形，再將長方形 $A'C'D'B'$ 兩邊分別取兩個長方形 $A'C'C''A''$ 、 $B'D'D''B''$ ，使 $\overline{A'C'}=9\overline{A''C''}$ 、 $\overline{B'D'}=9\overline{B''D''}$ ，如此可將長方形 $A'C'C''A''$ 、 $B'D'D''B''$ 各分為 9 個正方形，照此規則分割下去，試問 $x : y$ 為多少時，恰能將長方形 $ABDC$ 分為 6558 個大小不同的正方形。



問題編號
901705

已知 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 均為正數，若
 $M = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{a_2^2 + a_3^2} + \dots + \sqrt{a_{n-2}^2 + a_{n-1}^2} + \sqrt{a_{n-1}^2 + a_n^2} + \sqrt{a_n^2 + a_1^2}$
 $N = \sqrt{2}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$

則 M 與 N 的大小關係為何？證明你的結果。

(1) 本期有五題徵答題，請照「中學生數學通

訊解題答題規則」中的規定作答。（參閱師大科學教育月刊 226 期）

(2) 本期徵答題不限您作答的題數，請於 90 年 11 月 1 日前將回函寄達：(100) 台北市南海路 56 號，台北市立建國高級中學，楊希聰老師收。（信封上請註明通訊解題）

(3) 徵答題可能有多種解法，本期參考答案與徵答者之優良解答，答題優良者姓名、就讀學校，將於 90 年 12 月份在台灣師範大學科學教育月刊及建國高級中學數學科網站上發佈。

(4) 進入建中網站方法：

1. 先利用瀏覽器進入建中首頁（網址：<http://www.ck.tp.edu.tw/>）

2. 至最新消息點選數學科通訊解題。

(上承第 37 頁)

庚. 已知二次型 $x^2 + 4xy + y^2$ 可經由坐標旋轉化成 $a(x')^2 + b(y')^2$ 的形式。若 P 點的 xy -坐標為 $(2, 1)$ ， $x'y'$ -坐標為 (r, s) ，則 $r^2 + s^2 = \underline{\text{㉔}}$ 。

辛. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ 且 $f(t) = t^6 + a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0$ 為 A 的特徵多項式，則 $a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = \underline{\text{㉓}} \underline{\text{㉔}} \underline{\text{㉕}}$ 。

四、微積分答案

第一部份：選擇題

1.(1) 2.(4) 3.(2) 4.(3) 5.(4) 6.(3)

7.(2) 8.(4) 9.(1) 10.(2)

第二部分：填充題

甲.4 乙.2 丙. $\frac{1}{2}$ 丁. $\frac{2}{27}$ 戊.33 己.7

庚. $4\sqrt{2}$ 辛.8 壬.2 癸.(3,-3)

五、線性代數答案

第一部份：選擇題

1.(2) 2.(2) 3.(3) 4.(1) 5.(4) 6.(3)

7.(3)(4) 8.(2) 9.(1)(3)(4) 10.(2)(3)

11.(1)(4) 12.(1)(2)(4)

第二部分：填充題

甲. $(1, \frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ 乙.-20 丙.(2,2) 丁.(11,-7,1)

戊.(3,2) 己.(2,2,3,2) 庚.5 辛.441