

中學生通訊解題第十二期題目

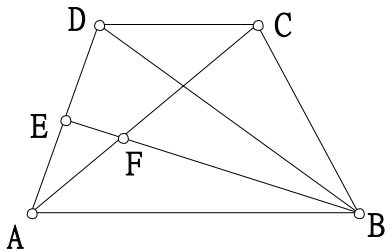
臺北市立建國高級中學 數學科

問題編號
901201

- (1) 有一個 3×3 的正方形，裡面有 9 個單位方格。若在這 9 個單位方格中填入正整數 1~9（數字可重複），使得相鄰兩數（只有頂點相交的兩個方格不算相鄰）之差不大於 2，請問最多可填入多少個不同的數？
- (2) 若將(1)的問題改為在 $n \times n$ 的正方形所形成的 n^2 個單位方格中，填入正整數 1~ n^2 （數字可重複），使得相鄰兩數（只有頂點相交的兩個方格不算相鄰）之差不大於 2，請問最多可填入多少個不同的數？

問題編號
901202

如圖，梯形 ABCD 中， $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 的面積比為 4 : 1，為 $\triangle ABD$ 的中線，試求 $\triangle AEF$ 與梯形 ABCD 的面積比。

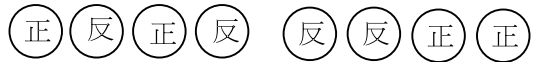


問題編號
901203

- (1) 如圖一，有 4 個銅板，正反面交錯，一個接著一個排成一直線。每次移動時，把相

鄰的兩個銅板交換，使得這 4 個銅板最後變成圖二的情形，請問最少要移動多少次？

- (2) 請推廣這個問題到 n 個銅板的情形，並說明最少要移動多少次？



圖一

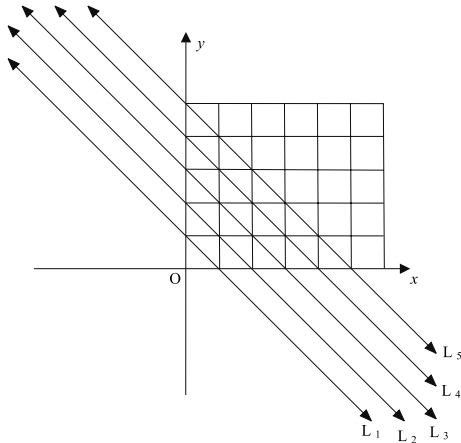
圖二

問題編號
901204

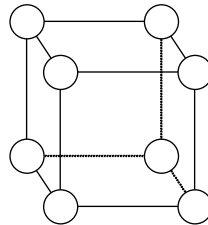
1946 年 4 月 5 日，美國某報紙登了一則消息，說一個著名的天文學家也是數論專家預言：「2141 年將是世界末日」並且宣稱他的預言是通過深刻的數學與歷史的研究所得到的結果。他計算了 $1492^n - 1770^n - 1863^n + 2141^n$ ，這個式子，當 $n=0, 1, 2, 3, \dots$ ，1945 時，他發現這些數都能被 1946 所整除，而 1492、1770、1863 分別是一些重要的歷史年代：西元 1492 年哥倫布發現新大陸、1770 年發生英國殖民者製造的波士頓慘案、1863 年林肯發表「解放黑奴宣言」，由於數學與歷史年代上的巧合，這位「專家」宣稱「2141 年將是世界末日」。請問 $1492^n - 1770^n - 1863^n + 2141^n$ ，這個式子，代入 $n=0, 1, 2, 3, \dots$ ，1945 時，這些數都能被 1946 所整除，這是巧合嗎？試說明你的看法。

問題編號
901205

(1)如下圖所示，有一組平行線，其中兩條相鄰平行線間的距離都是 1 ，直線 L_1 通過點 $(1,0)$ 、 $(0,1)$ ，令 S_k 表示前 k 條平行線在第一象限內的格子點(點 (x,y) 中， x,y 均為整數的點稱為格子點)數目， A_k 表示這些格子點 x 坐標與 y 坐標的總和。例如 $S_4=1+2+3=6$ ， $A_4=(1+1)+(1+2)+(2+1)+(1+3)+(2+2)+(3+1)=20$ 試找出 S_n 、 A_n 的值。(用 n 表示)



請在右圖之正方體 內填入 $1 \sim 8$ 的數字，使得六個面上的數字和都相等。



說明：

- (1)本期有五題徵答題，請照「中學生數學通訊解題答題規則」中的規定作答。(參閱師大科學教育月刊 223 期)
- (2)本期徵答題不限您作答的題數，請於 90 年 4 月 1 日前將回函寄達：
(100) 台北市南海路 56 號，
台北市立建國高級中學
楊希聰老師收。
(信封上請註明通訊解題)
- (3)徵答題可能有多種解法，本期參考答案與徵答者之優良解答，答題優良者姓名、就讀學校，將於 90 年 5 月份在台灣師範大學科學教育月刊及建國高級中學數學科網站上發布。
- (4)進入建中網站方法：
1.先利用瀏覽器進入建中首頁(網址：<http://www.ck.tp.edu.tw/>)
2.至最新消息點選數學科通訊解題。