

數學解題訓練第一、二、三期題目

鄭金塗 劉賢建
臺北市士林國民中學

前言

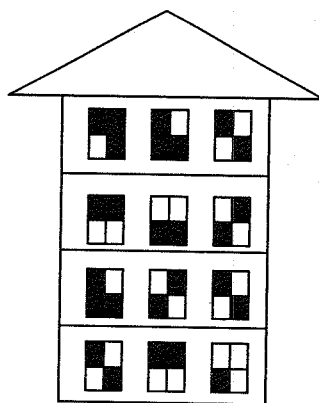
近年來，「教育改革」的理念逐漸能被大眾所接受，我們不禁開始反省我們過去的教材及教學活動。過去的教育強調在課程內容「教」與「授」的部分，深入部分又集中於參考書的演練，極少讓學生有「親自動手」、「試試看」或「自己找答案、發表，與共同討論」的機會。在數學部分，過去的上課方式大都停留在「告知」層面，強調的是學生的「計算能力」，而忽略了其他的能力。因此我們希望能藉由「解題訓練」的題目來幫助學生做除了計算以外的能力的訓練，特別是「思考」及「多元能力」的培養。

我們所設計的題目，基本上是不需要很多繁雜的計算，也不需要所謂的「死硬的數學知識」，我們要求學生事先擁有的是他們的「雙手」，只要願意動手做做看，就能得到一個屬於他們自己的結果，進而幫助學生養成好的「數學習慣」及「察覺」、「解題」、「溝通」、「評析」等其他能力。

這就是我們設計「解題訓練」的理念與目標，不同於其他數學競試的訓練的是：我們的對象是所有有興趣的學生，甚至是所有的人，希望幫他們「找回」原本就屬於他們自己的數學能力與習慣。

《解題訓練—第一期》

- (1) 如圖，有一座四層樓房，每個窗戶的 4 塊玻璃分別塗上紅色和白色，每個窗戶代表一個數字，每層樓有三個窗戶，由左而右表示一個三位數，四個樓層分別表示的三位數為：791、275、362、612，請問第三層樓表示哪個三位數？



- (2) 已知 $1^2=1$ ， $11^2=121$ ， $111^2=12321$ ，若 $N=11\dots1^2$ ，
則 N 的數字和為_____。 20 個 1

- (3) 試說明：1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 每個數字間不是用加法就是用減法作連接，所得的結果必為奇數。

(4)

I	II	III	IV	V
	1	3	5	7
15	13	11	9	
	17	19	21	23
31	29	27	25	
...

將正奇數 1、3、5、7……排成五行（按圖的格式排列），試問 1999 排在哪一系列的哪一行？

《解題訓練—第二期》

- (1) 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f} + \frac{1}{g} + \frac{1}{h} + \frac{1}{i} + \frac{1}{j} = 1$ ，且 $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ 是不大於 100 的相異正整數，試求 $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ 的可能值。

（提示：可先找 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6}$ ， a, b 是相異正整數的解有哪些）

- (2) 已知 $a = \frac{19991998}{1999}$ ， $b = \frac{19991998}{1998}$ ， $c = \frac{19981999}{1999}$ ， $d = \frac{19981999}{1998}$ ，

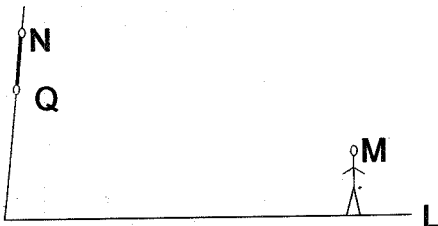
試比較 a, b, c, d 的大小。

- (3) $S = 15 + 195 + 1995 + 19995 + 199995 + \dots + \underbrace{19\dots95}_{\text{有 44 個 9}}$ ，試求正整數 S 末四位數字的和。

- (4) 試求 $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})$ 之值。

- (5)  左圖為一正方形。

請問：如果想要用剪刀剪一刀就可得到九塊大小相同的正方形，那麼該怎麼摺？怎麼剪？

- (6) 

如左圖，某人阿土在 L 上行走，請問阿土在何處時，對 N, Q 所展開的視角最大（亦即若將阿土的眼睛當 M 點， $\angle NMQ$ 的角度最大）。

- (7) 某學生阿土做代數題“若 $f(x) = 10x^9 + 9x^8 + 8x^7 + 7x^6 + 6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ ，求 $f(-1)$ ”，但

阿土把其中某一項前面的“+”錯看成“-”，誤得代數值為 7，請問阿土看錯哪一項的符號？

《解題訓練—第三期》

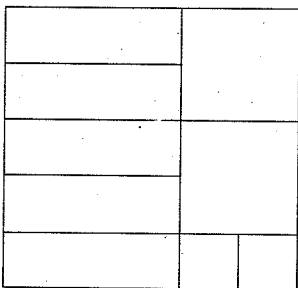
(1) □□□□□□□□ 試將 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 填入方格中使得前 2 格可被 2 整除，前 3 格可被 3 整除，前 4 格可被 4 整除，前 5 格可被 5 整除，前 6 格可被 6 整除，前 7 格可被 7 整除，前 8 格可被 8 整除，前 9 格可被 9 整除。

(2)

a	b	c
d	e	f
g	h	i

如右， $a=4$ ， $d=19$ ， $i=22$ ，且每列數字和，每行數字和，及對角線數字和均相等，求 $b+h$ 之值。

(3)



右圖為 5 條 3×1 的長方形，2 塊 2×2 的正方形，

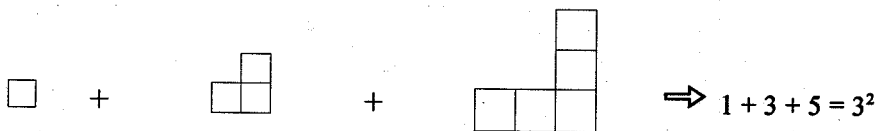
2 塊 1×1 的正方形，

- ①請利用其中六塊拼成 4×4 的正方形。
- ②請利用其中五塊拼成 4×4 的正方形。
- ③請利用其中七塊拼成 4×4 的正方形。
- ④請拼出面積 24 的矩形。

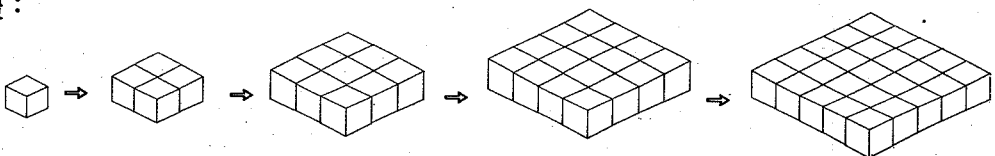
(※如無法拼出，請說明思考過程)

(4)

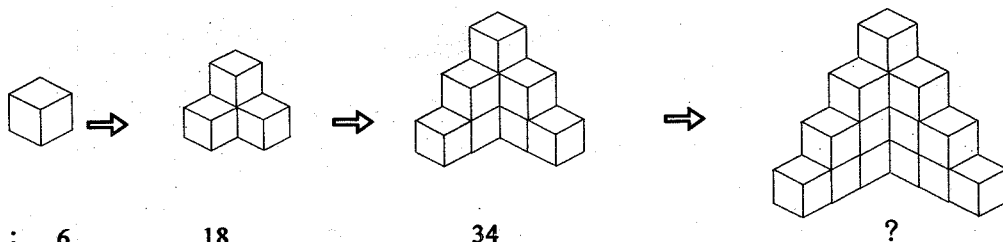
平面：



立體：



表面積： 6 16 30 48 ?



表面積： 6

18

34

?

堆 5 層時，表面積多少？

(5)



如左圖：任給弧 \widehat{AB} ，請摺出 \widehat{AB} 所對之弦切角。

(6) 某飲料公司促銷活動“集 7 瓶空瓶可換飲料一瓶”：

① 阿土收集了 370 個空瓶，問阿土最多可喝飲料幾瓶？

② 若阿土正好喝了 43 瓶飲料，試問最初空瓶最少有多少個？

(例如：守守、創創、不化蟲三人想喝飲料。

守守說：「7 瓶空瓶可換飲料一瓶，所以 $7 \times 3 = 21$ ，需要 21 個空瓶。」

不化蟲說：「20 個就夠了，我等你喝完後，拿你的空瓶湊足 7 個空瓶再去換。」

創創說：「那應該可以更少吧?!」

你認為呢？

(編者按：第一、二、三期參考解答將於本刊第 234 期刊出。另，第四期以後的各期題目亦將擇期陸續刊登。)