中學生通訊解題第八期題目

臺北市立建國高級中學　數學科

問題編號 89801

設 a,b,c,d 爲任意整數且 $a+b=c,b+c=d,c+d=a$，若 b 爲正整數，試求 $a+b+c+d$ 的最大值。

問題編號 89802

設 a 爲任意數，符號 $[a]$ 表示不大於 a 的最大整數，符號 (a) 表示 $a-[a]$。
試求下列聯立方程式的解

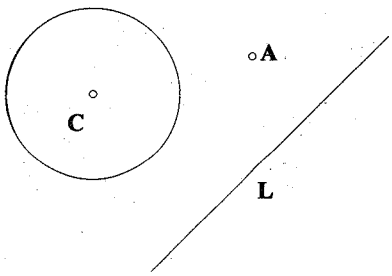
$$\begin{cases} x+[y]+(z)=1.5 \\ y+[z]+(x)=7.7 \\ z+[x]+(y)=2.6 \end{cases}$$

問題編號 89803

實驗室的木盒裡有 n 種不同的砝碼，重量爲 1 克、$\frac{1}{2}$ 克、……、$\frac{1}{n}$ 克。若每種砝碼的個數都有足夠多個，今有 n 位同學分別由木盒中各自取出砝碼放在天平上，第一位同學每種砝碼各取一個，第二位同學不取 1 克重的砝碼，其餘砝碼各取 3 個，第三位同學不取 1 克與 $\frac{1}{2}$ 克重的砝碼，其餘砝碼各取 5 個，依此規則……第 k 位同學不取 1 克、$\frac{1}{2}$ 克、$\frac{1}{3}$ 克、……、$\frac{1}{k-1}$ 克重的砝碼，其餘砝碼各取 $2k-1$ 個，試問所有同學取的砝碼在天平上顯示的總重量是不是正整數（要說明理由）。

問題編號 89804

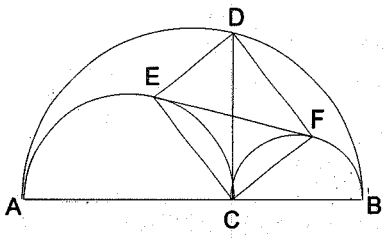
在同一平面上，已知圓 C，直線 L 及定點 A（如圖所示）試用尺規作圖在直線 L 上找到一點 P，在圓 C 上找到一點 Q，使 $\overline{AP}+\overline{PQ}$ 之值最小。



問題編號
89805

設 C 爲線段 AB 上的任意一點，在線段 AB 的同側分別以 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 和 $\overline{CB}$ 爲直徑作三個半圓，如圖所示，若直線 CD 爲兩個小圓的內公切線，C 爲切點且交大圓於 D 點，直線 EF 爲兩個小圓的外公切線，E 與 F 爲切點，求證：

四邊形 $ECFD$ 是一個矩形。



說明：

(1)本期有五題徵答題，請照「中學生數學通訊解題答題規則」中的規定作答（參閱師大科學教育月刊 223 期）。

(2)本期徵答題不限您作答的題數，請於 89 年 10 月 1 日前將回函寄達：

(100)台北市南海路 56 號，台北市立建國高級中學，楊希聰老師收。

（信封上請註明通訊解題）

(3)徵答題可能有多種解法，本期參考答案與徵答者之優良解答，答題優良者姓名、就讀學校，將於 89 年 12 月份在台灣師範大學科學教育月刊及建國高級中學數學科網站上發布。

(4)進入建中網站方法：

1.先利用瀏覽器進入建中首頁（網址：http://www.ck.tp.edu.tw/）

2.至最新消息 點選 數學科通訊解題。