1999 年第 30 屆國際物理奧林匹亞競賽 理論競賽試題參考解答

林明瑞
國立臺灣師範大學　物理系

理論第一題參考解答

1.當圓柱容器內的氣體達成平衡時，氣體的壓力 P 等於大氣壓力 P_0 和玻璃板重量所施的壓力之和，即

$$P = P_0 + \frac{mg}{\pi r^2} \tag{1}$$

設容器內的氣體在雷射光照射前後的體積和溫度，分別爲 V_1、T_1 和 V_2、T_2，則因氣體的壓力保持不變，由理想氣體方程式 $PV = nRT$ 可知

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{2}$$

題設在起始時的氣體溫度和室溫 T_0 相同，則 $V_1 = \frac{nRT_0}{P}$。設此時容器內氣柱的高度爲 h_1，則

$$h_1 = \frac{V_1}{\pi r^2} = \frac{nRT_0}{P_0 \pi r^2 + mg} \tag{3}$$

在雷射光照射後，玻璃板的位移爲 Δs，因此容器內的氣柱高度變爲 $h_2 = h_1 + \Delta s$。由(2)式可得

$$T_2 = T_0\left(\frac{h_2}{h_1}\right) = T_0\left(1 + \frac{\Delta s}{h_1}\right) = T_0 + \frac{\Delta s(P_0 \pi r^2 + mg)}{nR} \tag{4}$$

將已知數據代入計算可得

$$P = 102.3kPa \text{ ，} T_2 = 322K = 49°C$$

2.氣體被照射後，溫度升高，體積膨脹，但氣體的壓力保持爲 P，所以氣體所作的功爲

$$W = (PA)\Delta s = \left(P_0 + \frac{mg}{\pi r^2}\right) \times \pi r^2 \times \Delta s = \left(P_0 \pi r^2 + mg\right)\Delta s = 24.1J \tag{5}$$

3..由於氣體的溫度由起始的 T_0 升高至 T_2，故其內能的增加量爲

$$\Delta U = nc_V(T_2 - T_0) = \frac{c_V \Delta s\left(P_0 \pi r^2 + mg\right)}{R} \tag{6}$$

氣體在雷射光照射期間所吸收的輻射能 Q，轉變爲氣體分子的熱運動能量，其中一部分使氣體的內能增加，另一部分則推動玻璃板對外界作功，所以

$$Q = \Delta U + W = \Delta s\left(P_0 \pi r^2 + mg\right)\left(\frac{c_V}{R} + 1\right) = 84J \tag{7}$$

另解：

由於容器內的氣體在定壓下膨脹，其溫度由起始的 T_0 升高至 T_2，設氣體的定壓莫耳比熱爲 c_P，則氣體所吸收的熱能爲

$$Q = nc_P\left(T_2 - T_0\right) = n\left(c_V + R\right)\frac{\Delta s\left(P_0 \pi r^2 + mg\right)}{R} = \Delta s\left(P_0 \pi r^2 + mg\right)\left(\frac{c_V}{R} + 1\right)$$

和(7)式相同。

4.題設雷射光的照射時間爲 $\Delta t = 10.0s$ ，所以雷射光的功率爲

$$P_{laser} = \frac{Q}{\Delta t} = 8.4W$$

每一個光子的能量等於 hc/λ ，所以每秒內氣體所吸收的光子數爲

$$\frac{P_{laser}}{\left(hc/\lambda\right)} = \frac{8.4 \times 514 \times 10^{-9}}{6.626 \times 10^{-34} \times 2.997 \times 10^{8}} = 2.2 \times 10^{19} s^{-1}$$

5.光能轉變爲玻璃板的力學位能的效率爲

$$\eta = \frac{mg\Delta s}{Q} = \frac{0.800 \times 9.80665 \times 0.0300}{84} = 2.8 \times 10^{-3} = 0.28\%$$

6.當圓柱軸旋轉 90^0，使成水平後，容器內的氣體壓力從 P 減至 P_0，即等於大氣壓力，其間氣體狀態的變化過程爲絕熱過程。氣體在絕熱過程中的壓力和體積的關係必須滿足 $PV^\gamma =$ 常數 ，式中 $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} = \frac{20.8 + 8.3145}{20.8} = 1.40$ 。利用此式並結合理想氣體方程式 $PV = nRT$ ，可得

$$T = (\text{常數}) \times P^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \tag{8}$$

設氣體達成平衡時的溫度爲 T_3，利用(8)式，可得

$$T_3 = T_2\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\lambda}}$$

$$= 322 \times \left(\frac{1.013 \times 10^5}{1.013 \times 10^5 + 0.800 \times 9.80665/\pi \times (0.100/2)^2}\right)^{\frac{1.40-1}{1.40}}$$

$$= 321K = 48°C$$

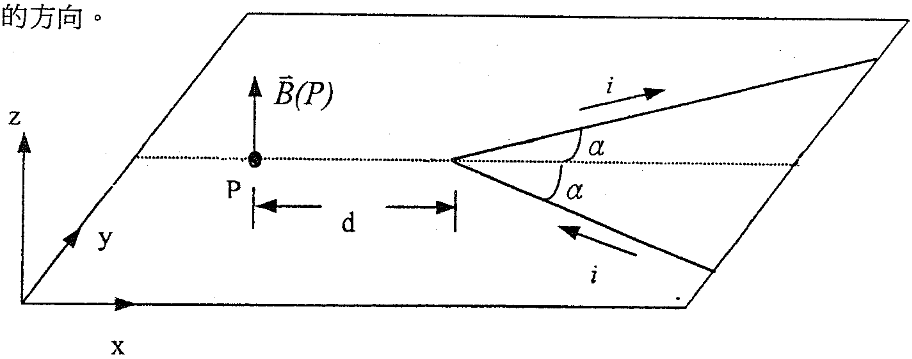
第一題評分標準

題號	配分	答　題　情　況	得　分	備　　　註
1	2.0	理解容器內外壓力的的關係。	0.5	
		適當使用玻璃板的位移。	0.7	
		得出正確的最後壓力。	0.2+0.2	分析式正確得 0.2 分，數值正確得 0.2 分。
		得出正確的最後溫度。	0.2+0.2	分析式正確得 0.2 分，數值正確得 0.2 分。
2	1.0	理解氣體所作的功是反抗玻璃板的重量和大氣壓力。	0.6	
		得出正確的功。	0.2+0.2	分析式正確得 0.2 分，數值正確得 0.2 分。
3	2.0	作法正確。	1.0	
		寫出正確的熱的方程式。	0.5	
		理解所吸收的光能等於熱能。	0.3	
		得出光能的正確數值。	0.2	
4	1.5	寫出正確的雷射功率。	02+0.2	分析式正確得 0.2 分，數值正確得 0.2 分。
		寫出光子的能量公式。	0.5	
		寫出正確的光子數目。	0.3+0.3	分析式正確得 0.3 分，數值正確得 0.3 分。
5	1.0	寫出位能的變化。	0.6	
		寫出正確的能量轉換效率。	0.2+0.2	分析式正確得 0.2 分，數值正確得 0.2 分。
6	2.5	理解氣體壓力回復至大氣壓力。	0.8	
		理解氣體狀態的變化爲絕熱過程。	0.4	
		寫出絕熱過程的氣體狀態方程式。	0.4	
		寫出 γ 值和定壓比熱和定容比熱之間的關係。	0.5	
		寫出正確的最後溫度。	0.2+0.2	分析式正確得 0.2 分，數值正確得 0.2 分。
合計	10.0			

【註】對於答案的數值部分，如果有效數字的位數比參考答案多出一位或少一位以上，則不能給予滿分。單位不對或漏寫要扣分。如果學生把氣體的重量都考慮在內，不給予額外的分數。

理論第二題參考解答

1.V 形載流導線的每一股在 P 點所產生的磁場 $\vec{B}(P)$ 有同樣的方向，和與之對應的無限長載流導線所生者相同。如果導線上的電流方向如下圖中的箭頭所示，則在 P 點的磁場方向垂直於兩股導線所構成的平面(x-y 平面)。若使用如圖所示的右手參考坐標系，則 $\vec{B}(P)$ 沿著+z 軸的方向。



由於對稱，V 形載流導線的兩股在 P 點所生的磁場強度同向等值。

2.【解法一】：

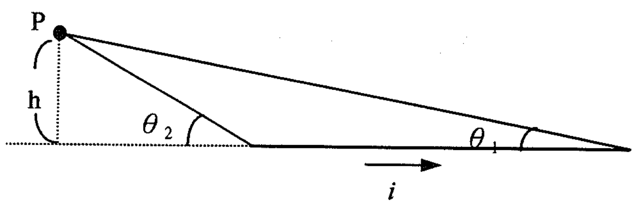
當 $\alpha=\frac{\pi}{2}$ 時，V 形導線變爲一條無限長的導線。在這種情況下，P 點的磁場強度爲 $B(P)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}$。按題設已知 $B(P)\propto\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$，因爲 $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$，所以比例常數 $k=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}$。因此 $B(P)$ 的一般式可寫爲

$$B(P)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{1}$$

【解法二】：

如下圖所示的有限長載流導線，利用積分可求得在 P 點所生的磁場爲

$$B=\frac{\mu_0 i}{4\pi}\left(\frac{\cos\theta_1-\cos\theta_2}{h}\right)。$$



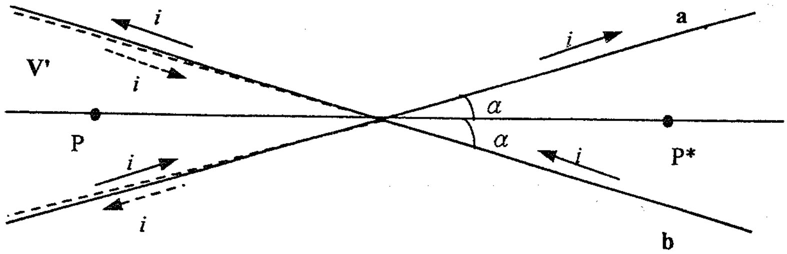
將此公式應用於本小題，則 $\theta_1=0$，$\theta_2=\alpha$，$h=d\sin\alpha$，所以 V 形導線的一股在 P 點所生的磁場強度爲 $\frac{\mu_0 i}{4\pi}\left(\frac{1-\cos\alpha}{d\sin\alpha}\right)$。由於對稱的關係，V 形導線的兩股在 P 點產生同樣的磁場，所以總磁場強度爲

$$B=2\times\frac{\mu_0 i}{4\pi}\left(\frac{1-\cos\alpha}{d\sin\alpha}\right)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

故比例常數 $k=\dfrac{\mu_0 i}{2\pi d}$ 。

3.【解法一】：

在 P*點的磁場強度 $B(P^*)$ ，相當於由兩條交叉的無限長載流導線(如下圖中標示的 a 和 b)加上另一 V 形載流導線(在圖中標示爲 V')所產生的磁場。V'導線和原先的 V 導線成對稱，它們的電流大小相同，但方向相反。



$B(P^*)$ 可寫爲

$$B(P^*)=B_a(P^*)+B_b(P^*)+B_{V'}(P^*) \tag{2}$$

上式中各分量分別爲

$$B_a(P^*)=B_b(P^*)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d\sin\alpha}\text{，方向沿著}-z\text{ 方向。} \tag{3}$$

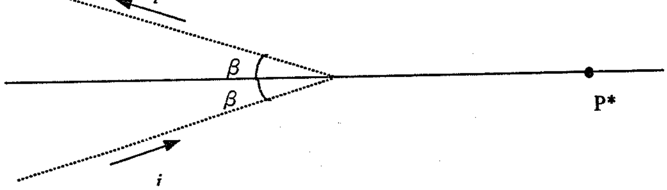
$$B_{V'}(P^*)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\text{，方向沿著}+z\text{ 方向。} \tag{4}$$

將(3)和(4)式代入(2)式，可得

$$B(P^*)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\left(\frac{2}{\sin\alpha}-\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)=k\left(\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)=k\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)\text{，方向沿著}-z\text{ 方向。} \tag{5}$$

【解法二】：

位於原 V 形導線內部的 P*點，可視爲是在半張角爲 β 的新 V 形導線(如虛線所示)的外部，但導線上的電流方向和原先者相反，如下圖所示。當 β 增大至等於 $\pi-\alpha$ 時，P*點形同位在該導線的內部，此時導線上的電流方向和原 V 形導線相同。



應用(1)式可得 P*點的磁場強度

$$B(P^*)=k\tan\left(\frac{\pi-\alpha}{2}\right)=k\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

【解法三】：

利用題 2 解法三的結果，可直接求得在 P*點的磁場強度為

$$B(P^*)=2\times\frac{\mu_0 i}{4\pi d}\left(\frac{\cos\alpha-\cos\pi}{\sin\alpha}\right)=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\left(\frac{\cos\alpha+1}{\sin\alpha}\right)=k\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

4.磁針在磁場中所受的力矩為 $\vec{\Gamma}=\vec{\mu}\times\vec{B}$。磁偶極矩 $\vec{\mu}$ 的方向為從磁針的 S 極指向 N 極，當磁針和磁場方向平行時，磁針所受的力矩為零，此時磁針的位置為其平衡位置。設磁針和磁場方向之間的夾角為 θ，磁針繞其質心轉動的轉動慣量為 I，則磁針的振動方程式為

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\mu B\sin\theta \tag{6}$$

式中的負號表示磁力矩企圖使磁針恢復至其平衡位置。若 θ 很小，$\sin\theta\approx\theta$，則(6)式可近似為

$$I\frac{d^2\theta}{dt}\approx-\mu B\theta$$

$$\Rightarrow\quad \frac{d^2\theta}{dt}+\left(\frac{\mu B}{I}\right)\theta\approx 0 \tag{7}$$

上式為標準的簡諧運動方程式，其週期為 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{I}{\mu B}}$。

5.下列的磁場強度和週期，分別以下標 1 代表安培的預測，下標 2 代表必歐－沙伐的預測，則

$$B_1=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\qquad B_2=\frac{\mu_0 i}{\pi^2 d}\alpha$$

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{2\pi Id}{\mu_0\mu i\tan(\alpha/2)}}\qquad T_2=2\pi\sqrt{\frac{\pi^2 Id}{\mu_0\mu i\alpha}}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{2\alpha}{\pi\tan(\alpha/2)}}$$

當 $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ 時(可能的最大角)，$T_1=T_2$；當 $\alpha\to 0$ 時，$T_1\to\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}T_2=1.128T_2$。設當 $T_1=1.10T_2$ 時，$\alpha=\alpha_0$，則

$$\tan\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)=\frac{4}{1.21\pi}\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)$$

$$\Rightarrow\quad \alpha_0=0.77rad\approx 44^\circ$$

因為 $\dfrac{\alpha/2}{\tan(\alpha/2)}$ 為單調遞減函數，所以 $\dfrac{T_1}{T_2}$ 也是隨 α 的增加而單調遞減。因此欲使 $T_1>1.10T_2$，則 α 必須小於 α_0，即 $\alpha<44^\circ$。

第二題評分標準

題號	配分	答題情況	得分	備註
1	1.0	知道 V 形導線的每一股產生同樣的磁場。	0.5	
		繪圖正確。	0.5	
2	1.5	知道當 $\alpha=\pi/2$ 時，V 形導線相當於長直導線。	0.7	
		寫出正確的磁場強度方程式(無限長或有限長的載流導線)。	0.4	
		寫出正確的 k 值。	0.4	
3	2.0	知道 V 形導線產生的磁場相當於兩條無限長導線加上另一個反向的 V 形導線所產生者。	0.7	
		寫出正確的由無限長導線所產生的磁場方程式。	0.3	
		寫出正確的所求的磁場方程式。	0.5	
		寫出或標記出正確的磁場方向。	0.5	
	或	描述出 P^* 點的磁場相當於 V 形導線的外部，但半張角爲 $\pi-\alpha$，且電流反向。	0.8	
		寫出正確的分析結果'。	0.7	
		寫出或標記出正確的磁場方向。	0.5	
	或	正確使用有限長載流導線所生磁場的公式。	0.5	
		寫出正確的分析結果'。	1.0	
		寫出或標記出正確的磁場方向。	0.5	
4	2.5	寫出正確的力矩方程式。	0.5	
		作小角度的近似計算，$\sin\theta\approx\theta$。	0.5	
		寫出正確的運動方程式，包括符號，或識別爲簡諧振動。	1.0	
		寫出正確的週期。	0.5	
5	2.0	正確寫出兩者的週期公式。	0.3	
		認出 α 的極限值。	0.3	
		正確寫出兩者的週期比。	0.4	
		找出 α 和其正切值之間的關係。	1.0	
		解出適當的 α 近似值。	05	
		解出最後 α 的確實限值。	0.5	
合計	10.0			

【註】對於答案的數值部分，如果有效數字的位數比參考答案多出一位或少一位以上，則不能給予滿分。單位不對或漏寫要扣分。

理論第三題參考解答

1.按題設木星的軌道近似半徑爲 R 的圓形，其所受的萬有引力提供作圓運動所需的向心力，故

$$\frac{mV^2}{R}=\frac{GmM_S}{R^2}$$

$$\Rightarrow \quad V=\sqrt{\frac{GM_S}{R}}=1.306\times10^4\,m/s \tag{1}$$

2.設當太空探測器和木星之間的距離爲 ρ 時，太陽和木星對刺探測器的萬有引力剛好平衡，則

$$\frac{GMm}{\rho^2}=\frac{GM_Sm}{(R-\rho)^2} \tag{2}$$

式中 M 爲木星的質量。由上式可解得

$$(R-\rho)\sqrt{M}=\rho\sqrt{M_S}$$

$$\Rightarrow \quad \rho=\left(\frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M}+\sqrt{M_S}}\right)R=0.02997R=2.333\times10^{10}\,m \tag{3}$$

這個距離相當於木星本體半徑的 334 倍。

3.利用相對速度公式或伽立略轉換式，可得太空探測器在木星參考坐標系中的速度分量爲

$$\begin{cases} v'_x=V \\ v'_y=v_0 \end{cases}$$

因此在木星的參考坐標系中，探測器的速度方向和正 x 軸之間的夾角爲 $\theta_0=\tan^{-1}\dfrac{v_0}{V}$，其速率爲 $v'=\sqrt{v_0^2+V^2}$。將已知的數據代入計算可得

$$\theta_0=\tan^{-1}\left(\frac{.00\times10^4}{1.306\times10^4}\right)=0.653rad=37.4^\circ$$

$$v'=\sqrt{(1.00\times10^4)^2+(1.306\times10^4)^2}=1.65\times10^4\,m/s$$

4.太空探測器的軌跡可近似地認爲是由於兩物體(即探測器本身和木星)之間萬有引力交互作用的結果。雖然我們也應考慮太陽和其他行星的影響，但是它們對探測器的萬有引力都很小，因此可予忽略。相對於木星的參考坐標系，當探測器距離木星很遠時，其位能爲零，所以它的總力學能爲

$$E\approx\frac{1}{2}mv'^2=\frac{1}{2}\times825\times\left(1.65\times10^4\right)^2=1.12\times10^{11}J \tag{4}$$

5.當探測器遠離木星時，其徑向坐標的倒數爲零，由題中的方程式(1)可得

$$1+\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}\cos\theta=0$$

$$\Rightarrow \quad \cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}} \tag{5}$$

另外我們應注意到徑向坐標不能爲負值，故由(1)式可知

$$1+\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}\cos\theta \ge 0$$

$$\Rightarrow \quad \cos\theta \ge -\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}} \tag{6}$$

因此滿足(5)式的極角爲

$$\theta_{\pm} = \pm\cos\left[-\left(\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}}\right)\right] = \pm\left(\pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}}\right) \tag{7}$$

故總偏向角，即兩漸進線之間的夾角，爲

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= (\theta_+ - \theta_-) - \pi \\ &= \pi - 2\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}} \\ &= \pi - 2\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{v'^4b^2}{G^2M^2}}} \end{aligned} \tag{8}$$

在上式中的 E 已用(4)式代入。

6.從(8)式可知探測器的總偏向角 $\Delta\theta$ 爲撞擊參數 b 的單調遞減函數。當 b 爲最小値時，$\Delta\theta$ 爲最大值。由題中的圖 2 或方程式(1)可知當 $\theta = 0$ 時，探測器最接近木星，其徑向坐標爲 $r = r_{\min}$，即

$$r_{\min} = \frac{v'^2b^2}{GM}\left(1+\sqrt{1+\frac{v'^4b^2}{G^2M^2}}\right)^{-1} \tag{9}$$

$$\Rightarrow \quad b = \sqrt{r_{\min}^2 + \frac{2GM}{v'^2}r_{\min}} \tag{10}$$

由上式可知撞擊參數 b 是 $r_{\min}$ 的單調遞增函數。按題設探測器從木星旁飛過時，它到木星中心的距離，不能小於 3 倍的木星半徑，即 $r = 3R_B$，式中 R_B 爲木星本體的半徑，故 b 的可能最小値爲

$$b_{\min} = \sqrt{9R_B^2 + \frac{6GM}{v'^2}R_B} \tag{11}$$

由(8)式可得探測器的可能的最大偏向角爲

$$\Delta\theta_{max} = \pi - 2\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{v'^2 b_{min}^2}{G^2M^2}}} = \pi - 2\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{v'^2}{G^2M^2}\left(9R_B^2+\frac{6GM}{v'^2}R_B\right)}} \tag{12}$$

將已知數據代入，可計算得

$$b_{min} = 4.90\times 10^8 m \approx 7.0R_B \text{ ，} \Delta\theta_{max} = 1.526rad = 87.4^\circ$$

【註】：利用角動量和力學能守恆定律，也可得出(10)式。

由於探測器僅受到有心力場(central force field)的作用，故角動量守恆，即

$$L = mv'b = mv'_{min}r_{min}$$

式中 v'_{min} 為當探測器最接近木星時的速率。由力學能守恆定律可得

$$E = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv'^2_{min} - \frac{GMm}{r_{min}}$$

由上二式消去 v'_{min} ，可得(10)式。

7.按題設太空探測器從木星的後方飛越而過，故在木星的參考坐標系中，探測器的最後速度方向和正 x 軸之間的夾角為 $\theta_0+\Delta\theta$ ，其在 x 和 y 方向的速度分量為

$$\begin{cases} v'_x = v'\cos(\theta_0+\Delta\theta) \\ v'_y = v'\sin(\theta_0+\Delta\theta) \end{cases} \tag{13}$$

將上式轉換為太陽的參考坐標系，可得

$$\begin{cases} v''_x = v'\cos(\theta_0+\Delta\theta)-V \\ v''_y = v'\sin(\theta_0+\Delta\theta) \end{cases} \tag{14}$$

因此在太陽的參考坐標系中，探測器的最後速率為

$$\begin{aligned} v'' &= \sqrt{(v'\cos(\theta_0+\Delta\theta)-V)^2+(v'\sin(\theta_0+\Delta\theta))^2} \\ &= \sqrt{v_0^2+2V^2-2v'V\cos(\theta_0+\Delta\theta)} \\ &= \sqrt{v_0^2+2V^2-2v'V(\cos\theta_0\cos\Delta\theta-\sin\theta_0\sin\Delta\theta)} \\ &= \sqrt{v_0^2+2V^2-2V(V\cos\Delta\theta-v_0\sin\Delta\theta)} \\ &= \sqrt{v_0(v_0+2V\sin\Delta\theta)+2V^2(1-\cos\Delta\theta)} \end{aligned} \tag{15}$$

8.當總偏向角為可能的最大值時，將下列已知的數據代入(15)式計算，可得

$$v_0 = 1.00\times 10^4 m/s$$

$$V = 1.306\times 10^4 m/s$$

$$(\Delta\theta)_{max} = 87.4^\circ$$

$$\Rightarrow \quad v'' = 2.62\times 10^4 m/s$$

第三題評分標準

題號	配分	答　題　情　況	得　分	備　註
1	1.5	寫出萬有引力定律和圓運動向心力公式。	0.4	
		解題方式正確。	0.4	
		得出正確的木星速度。	0.4+0.3	分析式正確得 0.4 分，數值正確得 0.3 分。
2	1.0	解題方式正確。	0.3	
		得出正確的探測器距木星的距離。	0.4+0.3	分析式正確得 0.4 分，數值正確得 0.3 分。
3	2.0	寫出正確的兩坐標系之間的速度轉換式。	1.0	
		正確寫出在木星坐標系中的探測器速率。	0.3+0.2	分析式正確得 0.3 分，數值正確得 0.2 分。
		正確寫出探測器速度的方位角。	0.3+0.2	分析式正確得 0.3 分，數值正確得 0.2 分。
4	1.0	知道如何處理在無限遠處的位能。	0.8	
		正確寫出動能的數值。	0.2	
5	2.0	解題方式正確。	0.6	
		寫出正確的漸近線方位角的方程式。	0.6	
		寫出正確的探測器偏向角的方程式。	0.8	
6	1.0	寫出正確的最小撞擊參數。	0.3+0.2	分析式正確得 0.3 分，數值正確得 0.2 分。
		寫出正確的最大偏向角。	0.3+0.2	分析式正確得 0.3 分，數值正確得 0.2 分。
7	1.0	正確寫出探測器在太陽參考坐標系中的速度分量。	0.5	
		正確寫出探測器速率和偏向角度之間的函數關係。	0.5	
8	0.5	寫出正確的探測器最後速率的數值。	0.5	
合計	10.0			

【註】對於答案的數值部分，如果有效數字的位數比參考答案多出一位或少一位以上，則不能給予滿分。單位不對或漏寫要扣分。