

國中函數概念的教學歷程之我見

顏芳瑛
臺中市西苑國中

前言

不敢說它是值得分享的教學歷程，只想藉這個機會就教於專精數學教育的教師及教授們，希望能不吝指正。我一直覺得函數概念的建立很重要。它點出人類文明的特性，函數從沒有具體符號到演變成嚴密的數學支脈，它根源於人類獨特的思維方式，這種思維方式普遍存在於各文化中，不管人類是否能具體的意識到函數的意義，但卻在日常生活中不自覺的應用它。如果能點明這個事實，青少年的思考能力必能躍進。所以我深信函數概念的講述及具象化的重要性。不管講述部分學生能吸收多少，但卻指給他們一條思考路線，當智慧正在成長的關鍵時刻，學生觸及思考方法就有如得到一付望遠鏡，得以看得更遠一般。

教學歷程

底下提供一個函數概念教學實例：

(一)「爲了獎勵同學們這麼認真上數學課，我們來玩大風吹，除了要讓同學活動活動外，我是有數學教學的目的的，你們用心體會猜測老師到底教什麼？待會兒玩一兩回後，回答我。」「好，今天有沒有人缺席？」「我們把沒有人坐的椅子搬開，請一位同學來當鬼，大家來搶座位，但是鬼的椅子不能搶，而且一個人只能坐一張椅子，我喊大風吹戴眼鏡的同學，那麼戴眼鏡的同學就得起來搶位子，搶不到位子的就是下一輪的鬼。」玩幾回後。「好，你們想想，老師要教什麼？……」看情況，導入正題，問同學我們可不可以想，每一位同學 $\xrightarrow{\text{對應到}}$ 椅子？沒有椅子坐的同學，就是沒有椅子對應，他只好當鬼（學生可能很失望，就教這麼簡單？）「好，現在同學告訴我，還有什麼對應的例子？」有答案就給與肯定或釐清，沒有就繼續舉(二)(三)的例子。」

(二)工廠原料放入機器中是不是可以得到一個產品？

我們可以想成原料 $\xrightarrow{\text{對應到}}$ 產品

原料和產品可能在外觀上、用途上有很大的差異，但我們依舊可以把它們聯想在一起。希望機器能穩定，同樣的原料，製造出同樣的產品，這樣才能有好的品管。

(三)「在日常生活中，我們有時會把相關的東西聯想在一起。比如說到月份，你們聯想到什

麼？」……同學們如果聯想到每月的天數，就可以提出這是一種對應。如果聯想到各月份是春、夏、秋、冬四季中的那一季也可以進而介紹這種對應。（注意：反過來的對應則不一定是函數了。）

「每個人所聯想到的可能都不一樣，對不對？跟這個道理相同，我們可以把對應的想法用到數對應數，比如

$$1 \longrightarrow 2$$

$$2 \longrightarrow 4$$

$$3 \longrightarrow 6$$

$$4 \longrightarrow 8$$

.

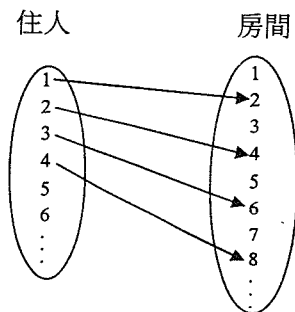
.

.

你們會想幹嘛玩這種數字遊戲？

我講一個太空的故事，你們就會覺得這個對應有意思。假想太空中有一間宇宙大飯店，有無限多間房間，每間房間都只能住一個人。有一天銀河系召開慶祝大會，這間飯店生意很好，每間房間都住了人，這時又來了一堆客人要住進這個飯店，飯店經理見到這個可以大賺一筆的好機會，當然不會放過，你們說經理得怎麼安排才能使這位客人住進來？」

讓學生們想一會兒。



飯店經理把房客做了一個大搬移
讓住 1 號房的人搬到 2 號房，
住 2 號房的人搬到 4 號房，
住 3 號房的人搬到 6 號房，

.

.

.

依此類推，那麼 1,3,5,……號房不就

空下來了嗎？所以飯店經理就可以

請新來的客人依序住進去……。

給學生思考及提出問題的時間。（參考自然數初探的錄影帶內容。）

寫成數學 就是 $x \xrightarrow{\text{對應到}} 2x$ ，

如果對應的兩邊用不同的符號代表，

也就是 $x \xrightarrow{\text{對應到}} y$ ，那麼 $y=2x$ （也就是 y 是 x 的 2 倍），

即

$$x=1, y=2$$

$$x=2, y=4$$

$$x=3, y=6$$

.....

像這樣在數學裡稱 y 是 x 的函數，也就是說： y 是隨 x 之變化，依照某一定的算式而產生的。

「同學們想想還有那些 y 是 x 的函數？舉例看看！」.....

y 既然是由 x 算出來的，那麼把 y 叫成 $f(x)$ 不是更恰當？

依上例 $y=2x$ 改成 $y=f(x)=2x$

即 $x=1, y=2$ 則 $y=f(1)=2$

$x=2, y=4$ 則 $y=f(2)=4$

$x=3, y=6$ 則 $y=f(3)=6$

.....

「好，同學們試試看如果 $y=3x+1$ ，是不是可寫成 $y=f(x)=3x+1$ ，

所以 $f(1)=?$

$f(2)=?$

⋮

同學們舉例看看.....，熟悉 $f(x), f(1), f(2), \dots$ 等等以後再介紹，

$f(1)$ 就是 $x=1$ 的函數值，

$f(2)$ 就是 $x=2$ 的函數值，.....」

這時候再開始舉課本的例子，也許用功的同學在我要他們舉例子時，他們就能舉出課本的例子，希望學生們能因此而覺得課本的內容了然於心。

註：本篇內容經過國立臺灣師範大學數學系謝豐瑞教授局部修改。