

神機妙算星期數

林保平
臺北市立師範學院

楔 子

(西元 1998 年某日，張建國、李小梅、易少華、江國隆在公園裡，偶然談到一起去看卡通樂園動物明星秀的表演，卡通明星秀的表演是在 4 月 1 日至 4 月 20 日)

少 華：我們挑一天一起去看如何？

小 梅：好呀！最好是在週休二日的星期六，春假期間我要跟爸爸媽媽一起去國外旅遊。

建 國：月曆！月曆！我們需要月曆來看哪一天是週休二日的星期六。

小 梅：到哪裡去找月曆呢？

少 華：我們算算看吧！4 月 1 日是星期…，喂！4 月 1 日是星期幾啊？

(大家都不知道 4 月 1 日是星期幾)

建 國：(建國扳手指頭)今天 2 月 25 日星期日，26 星期一、27 星期二、28 星期三、29 星期四、30 星期…，

(小梅打斷建國的話)

小 梅：嘿！拜託喔！二月哪來的 30 日啊！

少 華：先生、小姐們！今年是平年，二月只到 28 日喔！28 星期三、3 月 1 日星期四、3 月 2、3、4、5、6、7、噫！3 月 8 日星期四、3 月…

(小博士正走近他們)

國 隆：小博士！小博士！4 月 1 日是星期幾？

小博士：(伸出左手，以拇指指點著食指、中指、及無名指各節，像在作數算一樣)1、2、3、4(橫向數，中指第一節點兩次，停在無名指第一節，又從頭縱向數)，四、五、六、日、一、二、三(仍停在無名指第一節)，星期三。

少 華：對嗎？這麼容易就算出來嗎？

小博士：簡單啦！我有神仙的算法！

小 梅：少臭屁了！算算看 8 月 28 日星期幾？(這是小梅的生日，她查過月曆知道是星期五)。

小博士：(伸左手、點算一番)1、2、3、4、5、6、7、8、四、五、六、星期五。(對著小梅說)沒錯吧！

小梅：沒錯耶！我的生日是星期五！

小博士：神仙算法耶！只要告訴我月日，我三兩下就算出來了！

建國：少蓋了！我不信！再算一次。12月15日（這是建國媽媽的生日，他查過月曆知道是星期二）。

小博士：簡單啦！1、2、3、...12、四、五、六、日、一、二，星期二對不對？

建國：唉呀！對耶！好像真的有個簡單方法的樣子哦！

小梅：（拉著小博士）來！來！來！教教我怎樣算！

小博士：方法我是會啦！但是我可不知道背後的原理是怎樣的喔！

（小博士忙著教大家手指算出星期數的方法）

建國：真的不難耶！我們去請教老師這個星期數手指算法背後的原理如何？

（大家一起去找老師提出手指算法）

老師：這個算法背後的原理蠻複雜的，我們等上課時，作一些月曆的觀察，再討論其中的一些道理吧！

壹、星期數的手指算法

星期數的手指算法是利用左手手指的關節幫助記憶一些星期數推算的有關規則。分別以食、中、無名指關節所分隔九節手指中的八節來表示每月份的第一日及其星期數，平年係以食指第一節當作1月1日、10月1日；中指第一節當作2月、3月及11月1日；無名指的第一節當作4月1日；食指的第三節當作5月1日；中指的第三節當作6月1日；無名指的第三節當作7月1日；食指的第四節當作8月1日，中指的第四節當作9月1日如圖1所示。計算月份之時，用左手拇指橫向依序由1點數至12，找出某月一日的位。同時，食指的三節又分別表示星期四、星期五、星期六（以今年1988年為例，如圖1），中指的三節分別表示星期日、一、二；無名指的兩節都表示星期三（故以虛線分隔）均表示相同的星期數。其實點數只是幫助記憶，若圖1之各個位置均記憶清楚則不必點算。要計算x月y日星期幾時可依下列步驟：

1. 找出x月1日的位置（橫向依序點數）。
2. 心算將y除以7之餘數r找出，再由x月1日的位置起，縱向依序數r日（若r為零，即為x月1日的前一日），此即為x月y日的位置。
3. 算出該位置的星期數（縱向依序點數星期數，無名指的兩節只數算一次），即為所求。

食 指	中 指	無 名 指
1、10 四	2、3、11 日	4 三
5 五	6 一	7 三
8 六	9、12 二	

圖 1 西元 1988 年手指圖(平年)，阿拉伯數字(橫數)表示月份，國字(縱數)表示星期數，縱數時由星期四算起(因為 1988 年 1 月 1 日星期四)，4 月及 7 月算同一節(虛線)。

例如，要算出 4 月 1 日的星期數，橫向依序點算 1(食指)、2、3(中指)、4(無名指)其位置在無名指第一節，再由星期四縱向依序點算四、五、六(食指)、日、一、二(中指)、三(無名指)，故知四月 1 日星期三。若為四月 8、15、22 或 29 因其除以 7 餘數均為 1，故與 4 月 1 日星期數相同(從 4 月 1 日起縱向數 1)；同理若要算 4 月 25 日，因 25 除以 7 餘 4，縱向依序數 4(無名指只數一節，數完循環回到食指)，位置在食指第三節，故為星期六。

閏年與平年的月份規則略有不同，1 月及 2 月的位置有改變，西元 2000 年月份及星期數關係如圖 2 所示。

食 指	中 指	無 名 指
10 日	3、11 三	1、4 六
5 一	6 四	7 六
2、8 二	9、12 五	

圖 2 西元 2000 年(閏年)手指圖，阿拉伯數字(橫數)表示月份，國字(縱數)表示星期數，縱數時，由星期日算起(因 2000 年 1 月 1 日是星期六)，1 月、4 月及 7 月算同一節(虛線)。

不論平年或閏年，計算者均需知道所計算之年度 1 月 1 日是星期幾（其實只要知道任意月份的第一天為星期幾即可依序縱算推出其他月份第一日的星期數）。

貳、透過月曆之觀察探討手指算法的基本原理

在手指上作月份及星期數的安排，是配合星期及月份的關係而設定的，透過月曆的觀察，教師可與國小或國中的學生探討相關的規律性，甚至從一星期 7 日之週期性，一年的月份數等（國小數學課本教材）均可透過觀察或數算而得知，它所牽涉的幾個可以觀察討論的問題，列出並討論如下：

一、一年 12 個月中，每個月 1 日星期數是否可能都不相同？何故？

由於一星期有七天，而一年有 12 個月，因此，必至少有兩個月份的第一天星期數相同，此為「鴿籠原理」——若有超過 n 隻的鴿子，住入 n 個鴿籠，則至少有兩隻鴿子住在同一鴿籠內。較有學問的說法是：設一函數 $f: A \rightarrow B$ ， A 有 m 個元素， B 有 n 個元素，若 $m > n$ ，則存在 a_1, a_2 在 A 中，且 $a_1 \neq a_2$ ，使得 $f(a_1) = f(a_2)$ 。引伸推出的結果，如全校有 1200 人，則至少有 4 人是同月同日生，亦為有趣的問題。

二、1998 年中每月 1 日星期數相同的有哪些？1999 年又如何？2000 年呢？

這個問題可以透過月曆的觀察看出來，1998 年一月及十月；二月、三月及十一月；九月及十二月，其第 1 日星期數均相同。在觀察這些結果之後，若再問 1999 年每月 1 日星期數相同的月份是否也與 1998 年一樣時，作者曾多次在普通數學課（大一學生）及國中數學教師研習會中詢問學生或教師，提出選擇式的問題：1999 年每月一日星期數相同的月份（1）全部與 1998 年相同（2）大部分與 1998 年相同（3）小部分與 1998 年相同（4）全部與 1998 年不同。讓學生憑感覺選擇他們認為正確的答案，結果選出正確答案（1）者很少，大部分均選（3）或（4）。透過月曆的觀察，並提出答案與直觀可能相反的問題，可以形成學生「認知衝突」，對學習的結果有甚大的幫助。當再問 2000 年的情況時，沒有注意到閏年及平年的學生就會選（1）或（3），透過問題及月曆的觀察，學生可獲得不錯的觀察規律性的經驗，並且印象深刻。

三、何謂平年及閏年？

根據 Rosen (1992) 及 Compton's Interactive Encyclopedia(1995) 的說法，現行的曆法，其實是修正後的曆法，其起源為埃及。凱撒 (Julius Caesar) 採用埃及天文學家 Sosigenes 之曆法，以一年平均為 $365\frac{1}{4}$ 天為準，修改舊曆法，一年訂為 365 日，且每四年一閏以反映一年的真正日數。事實上，比較正確的估計應是一年有 365.2422 日（太陽年，約 365 日

5 時 48 分 46 秒)。依此曆，每年約少算了 0.0078 日，到了西元 1582 年春分(vernale equinox)的 3 月 11 日實際上應為 3 月 21 日，大約少算了 10 日。西元 1582 年，教皇葛黎哥里(Pope Gregory XIII)訂立了新曆法，爲了補正少算的 10 日，以 1582 年 10 月 4 日星期四的次日爲 10 月 15 日星期五(跳過了十月的 5 至 14 日)，並規定一年有 365 日，每四年有一閏(可補足少算的 $0.2422 \times 4 = 0.9688$ 日)，每 100 年再少一閏(可以平衡多算的 $0.0312 \times 25 = 0.78$ 日)，每 400 年再多一閏(可以再補回少算的 $0.22 \times 4 = 0.88$ 日)。閏年是合於下列規則之一的年份：

(1) 該年西元紀元可被 100 除盡且可被 400 除盡，

(2) 該年西元紀元不可被 100 除盡但可被 4 除盡。

依此規定，一年平均爲 365.2425 日。但這個規定仍有每年 0.0003 日的差異，亦即每 10000 年有 3 日的差異。現行曆法，並非立即(西元 1582 年)施行於全世界，例如，英國(及之後的美國)是 1752 年採用的，他們定凱撒曆(Julius Calendar)之 9 月 3 日爲葛黎哥里曆(Gregorian Calendar)之 9 月 14 日；日本在 1873 年採用；蘇聯是在 1917 年採用；希臘在 1923 年才採用故在計算某年某月某日之星期數時，還應考慮當日該國是採納那一個曆法之時間才是。

四、是否所有平年每月 1 日星期數相同的月份都一樣？閏年呢？爲什麼？

透過 1998、1999、1990 的月曆觀察及閏年平年的討論，學生大部分均會認爲上述問題的答案是肯定的。但是觀察不是證明，要能說出理由才好。引導學生由觀察到分析瞭解月份日數及星期數的關係是此時的主要工作。教師可引導學生討論下列問題：

1、若 1 月 1 日星期四時(1998 年)，2 月 1 日星期幾？3 月 1 日呢？何故？

此時透過查月曆或數算，學生可算出 2 月 1 日仍是星期四，3 月 1 日是星期日，繼續其他月份 1 日的星期數推算，討論推算的過程中，教師應引導學生發現：將間隔日數(例如 1 月 1 日與 2 月 1 日之間隔日數爲 31 日，相應於植樹問題頭尾均種時的間隔數)除以 7 之餘數加上原有的星期數即爲次月 1 日的星期數。例如，3 月有 31 日，31 除以 7 餘 3，將 3 月 1 日的星期日加上 3 日可知 4 月 1 日爲星期三，其計算原理可透過觀察而得，因每隔 7 日星期數就重複一次，故若兩日之間隔日數除以 7 之餘數爲零，則此兩日之星期數相同，例如第 1、8、15、22、29 日星期數相同；第 2、9、16、23、30 日星期數相同；…。若兩日的間隔日數除以 7 之餘數爲 r ，則則這兩日之星期數差 r 日，將第 1 日星期數加上 r 即得另一日之星期數(若超過 7 則減掉 7)，若結果爲 0，則爲星期日。

2、某年 1 月 1 日之星期數與次年 1 月 1 日之星期數有何關係？

由上述的討論，學生不只能知道如何計算隔月 1 日之星期數，亦可由某年 1 月 1 日之星期數算出次年 1 月 1 日之星期數，其實若該年為平年（間隔日數為 365 日），次年 1 月 1 日星期數比原星期數多 1 ($365 \div 7 = 52 \cdots 1$)，若該年為閏年（間隔日數為 366 日），則次年 1 月 1 日星期數較該年 1 月 1 日之星期數多 2 ($366 \div 7 = 52 \cdots 2$)。

3、平年或閏年每月 1 日星期數相同的月份是否相同？如何證明？

透過上一題的討論知，某月份日數被 7 除的餘數是計算星期數的重要數字，討論相鄰各月份第 1 日之星期數時，可引導學生列出表 1 如下（應先以已知的 1 月 1 日之星期數開始，在需要一般化或證明時，才用一月一日星期 x 來討論）。

表 1 平年及閏年每月 1 日星期數之關係

月 日	該月天數	被 7 除之餘數	平年星期數	閏年星期數
1月1日	31	3	x	x
2月1日	28 或 29	0或1	$x+3$	$x+3$
3月1日	31	3	$x+3$	$x+4$
4月1日	30	2	$x+6$	x
5月1日	31	3	$x+1$	$x+2$
6月1日	30	2	$x+4$	$x+5$
7月1日	31	3	$x+6$	x
8月1日	31	3	$x+2$	$x+3$
9月1日	30	2	$x+5$	$x+6$
10月1日	31	3	x	$x+1$
11月1日	30	2	$x+3$	$x+4$
12月日	31	3	$x+5$	$x+6$

由上表可知，前面手指數算星期數之原理即為此表所示之內涵，此表展示出平年或閏年哪幾個月的一日是星期幾（圖 1 及圖 2）。事實上，若將上表中各月份日數被 7 除之餘數，依 3 月、4 月、…、11 月、12 月、1 月之順序排列得數列 $A = \{3, 2, 3, 2, 3, 3, 2, 3, 2, 3, 3\}$ ，其平均數約為 2.6，Zeller 教士發現數列 $a_n = [2.6n - 0.2] - 2$ ， $n = 1, 2, 3, \dots, 10, 11, 12$ 所表示的數列為 $B = \{0, 3, 5, 8, 10, 13, 16, 18, 21, 23, 26, 29\}$ ，其中 $[]$ 表示高斯記號（即最大整數函數），有趣的是數列 B 相鄰二項之差所成之數列恰為數列 A ，數列 $\{a_n\}$ 因此被用為求得某年某月某日為星期幾的一個重要公式（薛，民 68；趙，民 81；Rosen 1987，p156）。

參、星期數的計算公式

要探討星期幾的計算公式先要算出當年的一月一日星期幾，假設要算西元 x 年一月一日為星期幾，以公式 $\left[\frac{x-1}{4}\right] - \left[\frac{x-1}{100}\right] + \left[\frac{x-1}{400}\right] + x$ 除以 7，得到的餘數即為該日的星期數，此公式之由來，除以 4、100、400 及有關加減之原因，與每 4 年一閏，每 100 年再少一閏，每 400 年再多一閏有關，但 $x-1$ 之道理就不十分清楚了。其實，這些都可以用觀察之方式看出來。雖然「葛黎哥里」曆法是 1582 年制訂，若談及 1583 年之前的年份並計算其星期數意義並不大（因為當時使用的是舊曆法），但由於「葛黎哥里」曆法的 400 年完整週期性，西元 1601 年 1 月 1 日的星期一，若當作西元 1 年 1 月 1 日來計算，其結果是相同的。國中教師若要幫助學生探討上述公式的意義，其實可以用列表之方式來觀察其規律性。下表列出西元 1 年（注意此處假設新曆是從本年修正的）之後每年 1 月 1 日之星期數，每年之次年，其 1 月 1 日之星期數恰為當年星期數加 1（當年為平年）或加 2（當年為閏年）：

表 2 西元年份與當年 1 月 1 日之星期數

西元年數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
星期數	一	二	三	四	六	日	一	二	四	五	六	日
西元年數	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
星期數	二	三	四	五	日	一	二	三	五	六	日	一
西元年數	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
星期數	三	四	五	六	一	二	三	四	六	日	一	二

由上表容易看出每 4 年星期數有跳一日現象（如表中兩框線字元之間）。若將跳掉星期數之處補上一平「年」，則可將星期數視為週期為 7 的循環，計算該年 1 月 1 日的星期數其實就十分簡易了，只要將年份加上加入的平「年」數除以 7 之餘數就是該年的星期數。在 100 年之內，只需在如表 2 有框線字元之各年間加入一平「年」即可，例如在西元 4 年、5 年、8 年、9 年；12 年、13 年；...；96 年、97 年間各加入 1 平「年」。此時，若 $x < 100$ 時，西元 x 年變為西元 $x + \left[\frac{x-1}{4}\right]$ 年， $x-1$ 是因為西元 1 年不記的話，每 4 年就增了 1 平「年」，除以 4 是閏年之緣故。由於每 100 年要再少一閏，每 400 年要再多一閏，西元 x 年想像成西元 $\left[\frac{x-1}{4}\right] - \left[\frac{x-1}{100}\right] + \left[\frac{x-1}{400}\right] + x$ 年，此時星期數已變成 7 之週期循環，故除以 7 之餘數即為該年 1 月 1 日之星期數。其實若從西元 1601 年開始列表 2（西元年數大於

1600)，其計算的公式應為 $\left[\frac{x-1601}{4}\right] - \left[\frac{x-1601}{100}\right] + \left[\frac{x-1601}{400}\right] + x - 1601$ 。由於 n 為整數時， $[x+n] = [x] + n$ ，原式可化為 $\left[\frac{x-1}{4}\right] - 400 - \left[\frac{x-1}{100}\right] + 16 + \left[\frac{x-1}{400}\right] - 4 + x - 1601$ ，即 $\left[\frac{x-1}{4}\right] - \left[\frac{x-1}{100}\right] + \left[\frac{x-1}{400}\right] + x - 1995$ 。由於 1995 為 7 的倍數，計算週期為 7 的星期數並無作用，故原式就可以變為 $\left[\frac{x-1}{4}\right] - \left[\frac{x-1}{100}\right] + \left[\frac{x-1}{400}\right] + x$ 。

其實，計算星期數也可將月日計算進去，得到更簡化的公式，其主要的方法是將二月看成前一年的最後一個月份（這樣規則性才容易確定），再利用前述 Zeller 教士發現的數列對應關係加以簡化即可，由於閏年平年之不同在二月，故將二月視為一年的最後一個月，以方便公式的簡化（參閱趙，民 81；Rosen 1987 及薛，民 68），例如西元 N 年 M 月 k 日之星期數為

(1) 將 $k - 2C + Y + [2.6m - 0.2] + \left[\frac{C}{4}\right] + \left[\frac{Y}{4}\right]$ 除以 7 之餘數，其中

當 $M \geq 3$ 時， $m = M - 2$ ， $N = 100C + Y$ ($Y < 100, C \geq 16$)；

(將該年的 3、4、...、12 月(M)視為該年的 1、2、3、...10 月(m))

當 $M < 3$ 時， $m = M + 10$ ， $N - 1 = 100C + Y$ ($Y < 100, C \geq 16$)；

(將該年的 1 月及 2 月(M)視為前一年的 11 及 12 月(m))

或 (2) 將 $k + 5C + Y - 1 + [2.6(m+1)] + \left[\frac{C}{4}\right] + \left[\frac{Y}{4}\right]$ 除以 7 之餘數，其中

當 $M \geq 3$ 時， $N = 100C + Y$ ($Y < 100, C \geq 16$)；

當 $M < 3$ 時， $m = M + 12$ ， $N - 1 = 100C + Y$ ($Y < 100, C \geq 16$)

(將該年的 1 月及 2 月(M)視為前一年的 13 月及 14 月(m))

星期數的手指算法，其實是運用上述所討論過的事實，將月份及星期數的關係，巧妙地安排在手指的關節上，方便記憶，只要知道當年 1 月 1 日（或當年任何月份第一日）的星期數，就可利用手指推出任何月份第 1 日的星期數，再利用除以 7 之餘數就可容易推得該日的星期數。若要探討其他年份，則可利用閏年、平年及每年星期數相差 1 或 2 之事實，推算其他年份 1 月 1 日的星期數。

事實上，亦可運用上述原理，製作年月日星期數查閱表，表 3 是可查閱 1900 年至 1999 年某月某日星期數的百年曆。

表3 1900至1999年百年曆

百年曆																
符號	年	號	表	1900 - 1999												
D	0	28	56	84	(月份)											
E	1	29	57	85	一月	十月										
F	2	30	58	86	二月	三月	十一月									
G	3	31	59	87	閏一月	四月	七月									
B	4	32	60	88		五月										
C	5	33	61	89		六月										
D	6	34	62	90	閏二月		八月									
E	7	35	63	91	九月		十二月									
G	8	36	64	92												
A	9	37	65	93	(日期)				(星期)							
B	10	38	66	94	1	8	15	22	29	日	一	二	三	四	五	六
C	11	39	67	95	2	9	16	23	30	一	二	三	四	五	六	日
E	12	40	68	96	3	10	17	24	31	二	三	四	五	六	日	一
F	13	41	69	97	4	11	18	25		三	四	五	六	日	一	二
G	14	42	70	98	5	12	19	26		四	五	六	日	一	二	三
A	15	43	71	99	6	13	20	27		五	六	日	一	二	三	四
C	16	44	72		7	14	21	28		六	日	一	二	三	四	五
D	17	45	73													
E	18	46	74		28 = 0 (mod 7)		30 = 2 (mod 7)		365 = 1 (mod 7)							
F	19	47	75		29 = 1 (mod 7)		31 = 3 (mod 7)		366 = 2 (mod 7)							
A	20	48	76		西元 x 年一月一日星期 y, 0 ≤ y ≤ 6											
B	21	49	77		$y = [(x-1)/4] - [(x-1)/100] + [(x-1)/400] + x \pmod{7}$											
C	22	50	78		西元 (i 0 0 j + n) 年 m 月 q 日星期 y											
D	23	51	79		$y = 5j + [j/4] + n + [n/4] + [2.6(m+1)] + q - 1 \pmod{7}$											
F	24	52	80		一月和二月須看成前一年的十三及十四月											
G	25	53	81		第一日為星期 y, 第 x 日為星期 z, 則											
A	26	54	82		$z = y + x - 1 \pmod{7}$											
B	27	55	83													

要查星期數時，先查當年（西元年數後二位數）的代表符號，再將該符號與月份及日期對照即可查出星期數。例如，要查西元 1999 年 9 月 28 日星期幾，先查出它的代表符號為 A（在 99 之左），然後查查看九月那一列中符號 A 的那一「行」（表右方算來第 4 行）與 28 日那一「列」（日期最後一列）相交之處，即可得其星期數（星期二）。

另有轉盤式的查閱表，這種表由兩個轉盤疊合，透過上方轉盤的旋轉查出與某年月日相對應的星期數。圖 3-1 為底盤，安排的是年數及星期數，年數只記錄 1900 + X 中的 X，要查 1999 年只要看 99 就可以了。圖 3-2 為上盤，安排的是月份及日期（有圓圈的 1 月及 2 月為閏年的 1 月及 2 月）。

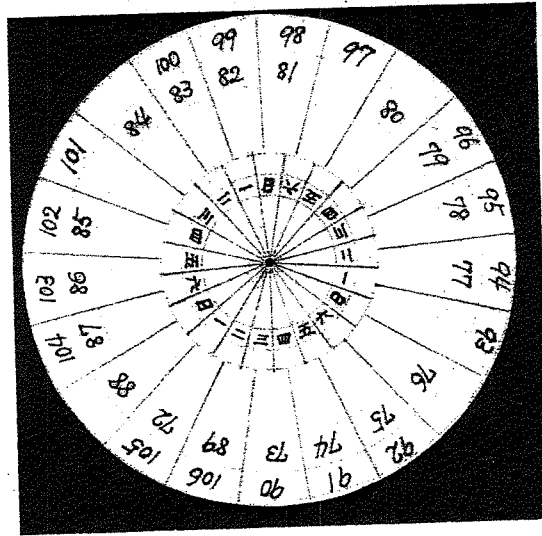


圖 3-1 顯示年份（外二圈）及星期數之底盤

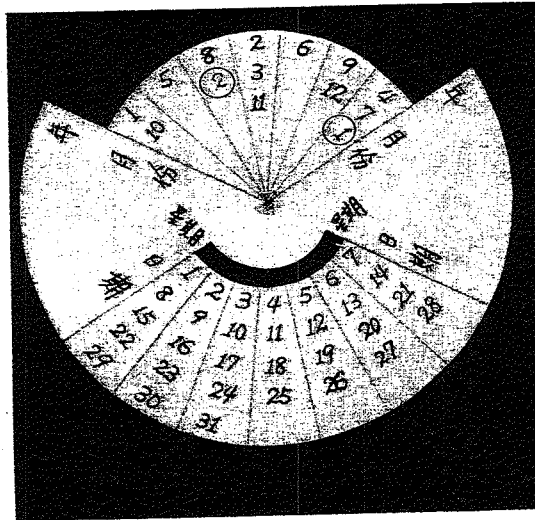


圖 3-2 記錄月份及日期之上盤。

圖 3-3 展示兩盤合起來的情況，將年份與月份轉至同一扇格（相同的圓心角）之後，再查日期及其對應扇格中的星期數即可，如圖 3-3 所示，1999 年 9 月 28 日為星期二。不只如此，圖上方的年月日星期均已配好，任一扇格內的年份及月份，當月的日及星期表即為圖中下半部所示。

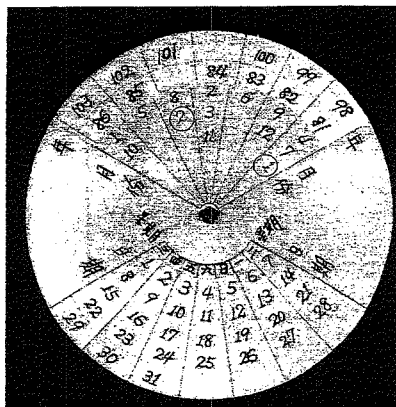


圖 3-3 兩盤合併可查出某年某月的「日及星期」表

運用上述原理，亦可將星期數與月份放在底盤，年份與日期放在上盤，或作其他安排。

肆、結語

許多人刻板地認為數學學習的就是定理的證明，公式的邏輯推導，計算方法的記憶，事實上，這些只是學習的附帶結果，重要的是獲得這些數學知識的歷程。「有意義的學習」就是學生參與數學建構過程（有觀察、有思考）的學習，並非只是接受已知的數學結果。提出日常生活有關的數學問題情境，就是希望引發學生有意義的學習，能與生活經驗相配合當然最好，但是老師的引導不可或缺。本文先以學生日常生活的對話為起點，透過「手指算法」提出日常生活中必然遇到的星期數問題，透過月曆的觀察，探討蘊含其中的規律性，並對似乎神奇的手指算法有所理解。由規律性的觀察討論中，教師可幫助學生發現數學的學習也可以是十分有趣且與生活相關的，這些觀察，可從最簡單的星期數規律性開始，進入到最終的計算公式，教師可斟酌學生程度決定應討論至哪一階段，製作年月日星期數查閱表也是十分有趣的活動，希望本文對教師在教學中運用生活相關的素材及規律性的探討方面有所助益。

參考資料

1. 趙文敏（民 81）*數論淺談*，協進圖書有限公司。
2. 薛昭雄、呂德根（民 68）*萬年曆*。*科教月刊*，第 29 期，p46-47。國立台灣師範大學科學教育中心。
3. Compton's Interactive Encyclopedia (1995). 光碟，CA: Compton's New Media, Inc.
4. Rosen, K. H. (1987). *Elementary number Theory and Its Applications*. .NY: Addison-Wesley Publishing Company.