

淺談物理教學—「高空彈跳」的模擬實驗

柯俊良 黃俊祥 蔣育承
高雄市中山高級中學

一、前言

在一個偶然的機會中，我們在實驗室以電鈴計時器測量自由落體的重力加速度時，屢次發現所測得的數據略小於高雄地區的重力場，大約只有 840 cm/s^2 左右。於是我們探討產生實驗誤差的原因，可能是由於自由落體的空氣阻力及紙帶與電鈴計時器之間的摩擦阻力，使自由落體的重力加速度值減小。爲了減小空氣阻力及紙帶與電鈴計時器之間的摩擦力，我們決定使用較重的自由落體（重錘 500 克），並將自由落體綁上一條鐵鏈之後再接電鈴計時器的紙帶（如圖一），這樣的重量應該可以避免一些外來的阻力所造成的誤差，而獲得比較準確的重力加速度值。但是，這樣的設計卻屢次發現測量出來的加速度值略大於高雄地區的重力加速度大小！這個實驗結果令我們百思不解？於是我們猜測會不會是因爲我們使用電鈴計時器來測量自由落體的重力加速度時，爲了避免實驗誤差而在自由落體上綁的鐵鏈會使其變爲『非自由』落體，因而加速度值增大？如果真的是這樣的話，那麼目前很流行的「高空彈跳」運動也綁著一條長長的繩子，它的加速度值是否也隱藏著一些不爲人知的奧秘呢？就是這樣的情境下引起我們的研究動機。於是，我們希望能設計一個有效的方法，來探討「高空彈跳」加速度運動的一些性質。

二、探討問題

「高空彈跳」是目前逐漸流行的一種運動，它的刺激與危險性是眾所皆知的。在我們蒐集「高空彈跳」運動的相關資料時，發現許多因素都可能是影響「高空彈跳」加速度值的重要原因（Menz, 1993）。當重錘未開始落下時（如圖一），設重錘（質量 M ）的重力位能爲零，則鐵鏈（質量 m ，長度 L ）的重力位能爲 $(-mgL/4)$ ，兩者均無動能，故系統的總力學能爲 $(-mgL/4)$ ；當重錘與鐵鏈一起落下距離 y 時，設當時重錘與右端鐵鏈（長度變短）瞬時速度 v ，而左端鐵鏈仍爲靜止（長度變長），當時重錘的動能、位能與左右端鐵鏈的動能、位能的大小分別爲：

- (一)重錘的動能爲 $(1/2)Mv^2$
- (二)重錘的位能爲 $-Mgy$
- (三)右端鐵鏈的動能爲 $(1/2)[(L-y)m/(2L)]v^2$

(四)右端鐵鏈的位能為 $-\frac{m}{2L}g[y+(L-y)/4]$

(五)左端鐵鏈的動能為 0

(六)左端鐵鏈的位能為 $-\frac{m}{2L}g[(L+y)/4]$

按照力學能守恆定律，當重錘未開始落下時與重錘落下距離 y 時的總力學能應相等，即 $(-mgL/4)$ 應與以上(一)至(六)式的總和相等，如此可推得當重錘落下距離 y 時的瞬時速度為：

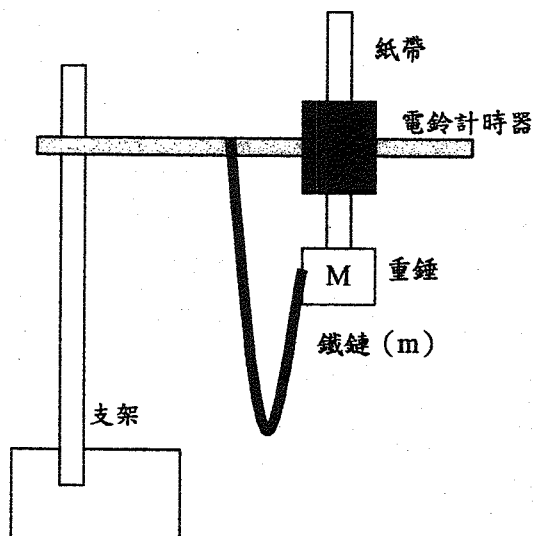
$$v^2 = gy(4ML+2mL-my) / (mL-my+2ML)$$

再將瞬時速度對時間微分，並取 $y = L$ ，即可得當鐵鏈完全伸長的瞬間加速度為：

$$a = g[1+m(4M+m)/8M^2]$$

本研究的主要目的，即是以簡單的設計來模擬高空彈跳運動，並探討繩子重量 (m) 和人的重量 (M) 的比值對落體加速度的影響。從圖一的實驗裝置可清楚的看到，當自由落體綁上一條鐵鏈時，其與鐵鏈同時落下的過程與自由落體單獨落下的過程是有所不同。當鐵鏈在完全伸直的那一瞬間，似乎有一個神秘的「扭力」作用在自由落體上。本研究的主要目的，除了透過簡單的實驗設計模擬「高空彈跳」的運動之外，並希望從實驗測量的數據分析中探討下列問題：

- (一)「高空彈跳」是否為等加速度運動？
- (二)「高空彈跳」的加速度值與繩子的重量有何關係？



圖一 本研究的實驗裝置圖

三、實驗裝置器材

主要儀器	電鈴計時器（頻率 60 次／秒）	1 具
輔助儀器	重錘（重 500 公克）	1 個
	長紙帶	
	支架（附夾子）	1 個
	鐵鏈 1（重 10 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 2（重 50 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 3（重 100 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 4（重 150 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 5（重 200 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 6（重 380 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 7（重 540 克，長約 150 公分）	1 條
	鐵鏈 8（重 840 克，長約 150 公分）	1 條

四、實驗過程方法

本研究的實驗過程方法完全參照高中物理實驗手冊第一冊實驗五的方法二（國立編譯館，1997），利用紙帶與電鈴計時器測出重錘下落過程的加速度值。實驗步驟如下：

- (一) 取一長紙帶經過電鈴計時器，起動計時器，以手拉動紙帶 10 秒鐘，以此求得相鄰二點痕間的時間是幾秒鐘。
- (二) 將紙帶一端附於重錘上，紙帶並經過懸吊妥當的電鈴計時器，以手持紙帶的上端。並將重錘另一端附於懸吊妥當的鐵鏈上如圖一。
- (三) 起動電鈴計時器，然後將紙帶釋放，使重錘下落。更換不同重量的鐵鏈，並重複此步驟。
- (四) 分析紙帶的點痕，求出重錘下落過程的加速度值為多少公分／秒²，並作出其 a-t 圖。

五、資料分析

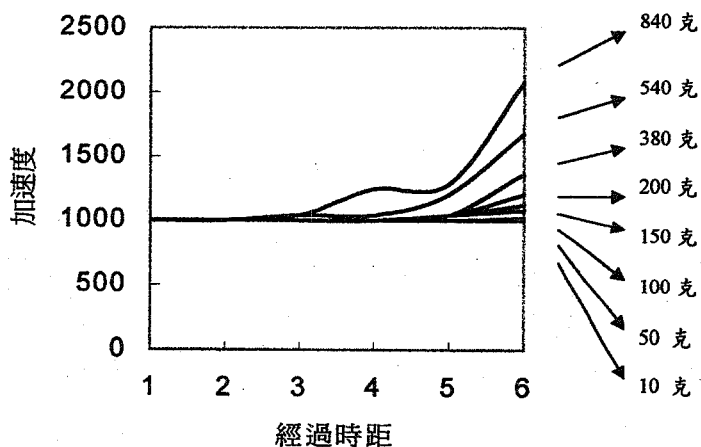
本研究在測量完成後，立即進行紙帶打點的數據分析。在實驗步驟(一)中，我們測出本研究的電鈴計時器的打點頻率為 60 次／秒，而且打點頻率非常穩定。在實驗步驟(二)、(三)、(四)中，我們以電鈴計時器打三次的時間（即時距 = 0.05 秒）來測量紙帶上重錘下落的位移，再以此位移來計算重錘下落過程中的平均速度與加速度值。在經過詳細的計算分析後，將重錘綁上五條不同鐵鏈之後的加速度與經過時間的關係列表如表一，並以

「Excel 97」繪圖如圖二。

表一 不同重錘的加速度與時間的關係

重錘	10 克	50 克	100 克	150 克	200 克	380 克	540 克	840 克
0.05 秒	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
0.10 秒	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
0.15 秒	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1040	1040
0.20 秒	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1040	1240
0.25 秒	1000	1000	1040	1040	1040	1040	1200	1280
0.30 秒	1000	1020	1080	1120	1200	1360	1680	2080

(單位：cm/s²)



圖二 綜合比較

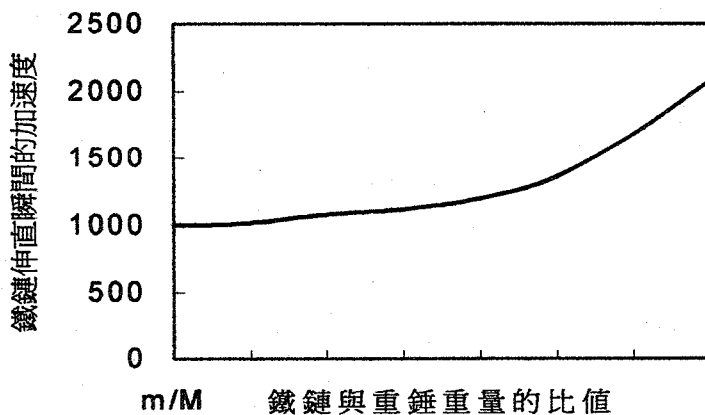
從圖二中可以看出，當重錘綁上鐵鏈時，其加速度一開始保持定值(約 1000 cm/s²)，只有在鐵鏈完全伸直的一瞬間，重錘的加速度值才突然的急遽的增加。現在我們比較有興趣的是，當鐵鏈完全伸直的一瞬間，鐵鏈伸直的扭力作用在重錘上使其加速度值急遽增大，而且(鐵鏈伸直瞬間的加速度)與(鐵鏈和重錘重量的比值 m/M)似乎有一個二次曲線的函數關係，詳細分析如表二所示，而以「Excel 97」繪圖如圖三。

從圖三中我們明顯的可以看出，(鐵鏈伸直瞬間的加速度)與(鐵鏈和重錘重量的比值)所繪出的很類似一條拋物線。於是我們以最小平方方法來做二次曲線配適和函數的趨近(顏仁鴻譯，1986)，計算結果可得到(鐵鏈伸直瞬間的加速度)與(鐵鏈和重錘重量的比值 m/M)之間的二次函數關係為：

$$\text{Max}(a) = 122.5 (m/M)^2 + 490(m/M) + 980$$

表二 鐵鏈伸直瞬間的加速度與 m/M 值的分析

鐵 錘	重 錘	鐵錘／重錘	鐵錘伸直瞬間的加速度
150 克	500 克	0.02	1000
150 克	500 克	0.1	1020
150 克	500 克	0.2	1080
150 克	500 克	0.3	1120
200 克	500 克	0.4	1200
380 克	500 克	0.76	1360
540 克	500 克	1.08	1680
840 克	500 克	1.68	2080

(單位： cm/s^2)圖三 鐵鏈伸直瞬間的加速度與 (m/M) 值的關係

六、結論

(一)「高空彈跳」是否為等加速度運動

從圖一模擬高空彈跳的實驗分析中可以看出，高空彈跳一開始是等加速度運動，大約為 1000 cm/s^2 。但是在繩子完全伸直的一瞬間，由於繩子伸直扭力的作用，使其加速度增大。

(二)「高空彈跳」的加速度與繩子重量的關係

從圖二模擬高空彈跳的實驗分析中可以明顯看出，高空彈跳在繩子伸直瞬間的加速度值 $\text{Max}(a)$ 與繩子重量 (m) 和人的重量 (M) 的比值趨近二次曲線的函數，而大致符合以下的方程式：

(下轉 58 頁)