

1998 年第 29 屆國際物理奧林匹亞 實驗競賽

林明瑞*、郭鴻銘*、蔣亨進**、管惟炎**

*國立臺灣師範大物理系

**國立清華大學物理系

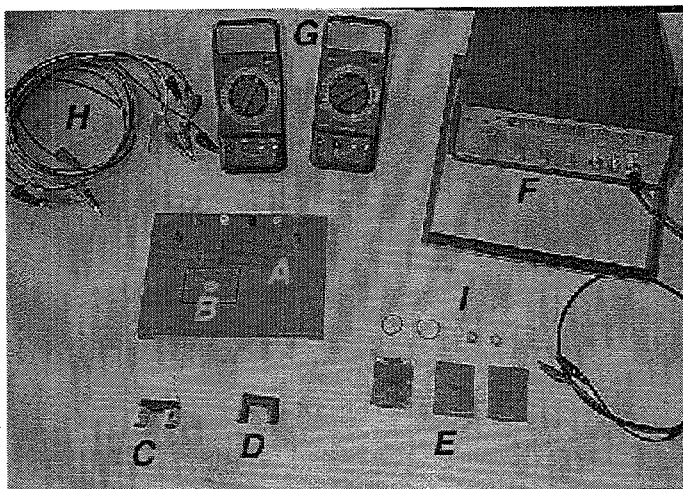
請先仔細閱讀以下規定

1. 你只能用所提供之筆書寫。
2. 你只能在答題紙上的正面作答。
3. 答題時文字敘述儘量精簡，答案以方程式、數字和圖形為主。請摘要將結果填寫在答案紙上。
4. 在每張答案紙上標註隊名、學生編號、該頁的頁碼、和總頁數。在空白的答案卷上也要寫上題號。
5. 交卷前，請將答案紙和圖表依序排好，留在桌子上。
6. 可以使用計算器。

命題單位：冰島大學物理系

儀器設備：

- A、含有六個插座的電路板。
- B、嵌入電路板內的偵測線圈。
- C、U形鐵氧體芯，上面有標記「A」和「B」的兩個線圈。
- D、不含線圈的U形鐵氧體磁芯。
- E、鋁箔，其厚度分別為 $25\ \mu\text{m}$ 、 $50\ \mu\text{m}$ 、和 $100\ \mu\text{m}$ 。
- F、附有輸出接線的函數訊號產生器。
- G、兩個多用途電表。
- H、六條附有香蕉接頭的連接線。
- I、兩條橡皮筋及兩小張不透油的紙片。



多用途電表：

多用途電表為兩接頭裝置。在本實驗中可用於測量 AC 電壓，AC 電流，頻率和電阻。在所有的電表測量中，一定都要用到其中標記為 COM 的接頭。在測量電壓、頻率、和電阻時，另一個須要用到的接頭是標記為 V- Ω 的紅色接頭。測量電流時，則要用標記為 mA 的黃色接頭。我們可利用中間的選擇轉鈕，來選擇電表的功能(V~用於測量 AC 電壓，A~用於測量 AC 電流，Hz 用於測量頻率， Ω 用於測量電阻) 及測量範圍。用於 AC 模式時，測量誤差為 \pm (讀數的%+最後數字的 10 倍)。為了要精確測量電流，我們建議你，當讀數小於該檔滿標值的 10%時，要換檔測量。使用電表時，在 50 分鐘內若未更換測量功能或換檔，則會自動切斷電源。

函數訊號產生器

按下標記為 PWR 的紅色鈕，就可啓動函數訊號產生器。按下標記為 10k 的按鈕，以選擇 10 kHz 的頻率範圍。按下右邊數來的第二個標有波形符號的按鈕，以選擇正弦波。除此兩按鈕之外，你不應按其它按鈕。你可很安全地將振幅轉鈕順時鐘方向轉到最底。使用左邊的大轉鈕可用於選擇頻率。此旋鈕讀數乘上頻率選擇範圍（即該檔滿標值）就是輸出頻率。你可用多用途電表隨時來查驗頻率。請用標記為 MAIN 的輸出接頭，它的內電阻為 50 Ω 。

鐵氧體磁芯(鐵氧體又稱為鐵滲氧磁物)

鐵氧體磁芯很脆弱，操作時要小心!! 鐵氧體是鐵磁性陶瓷材料，電導係數甚小，因此鐵氧體磁芯內的渦電流損失很小。

香蕉插座

要把線圈的接線連接到香蕉插座時，先轉鬆塑膠螺帽，將已鍍錫的接線頭夾在金屬螺帽和塑膠螺帽之間，再將塑膠螺帽鎖緊即可。

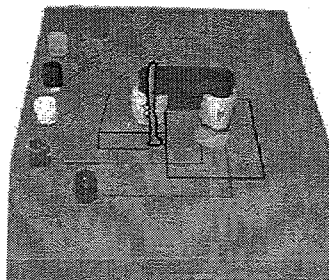


圖 1：第一部份的實驗裝置。

第一部分 渦電流的磁屏蔽效應 (8 分)

隨時間變化的磁場在導體內會感應產生渦電流。渦電流隨著產生一反抗磁場。由於正常金屬的電導係數為有限值，因此不能完全有效地屏蔽磁場。為了描述鋁箔的磁屏蔽效應，我們採用下述的現象模型：

$$B = B_0 e^{-\alpha d} \quad (1)$$

式中 B 是在鋁箔下面的磁通量密度， B_0 是沒有鋁箔時在同一地點的磁通量密度， α 為衰減係數， d 為鋁箔厚度。

實驗

取繞有線圈的鐵氧體磁芯，腳向下，一腳放在凸起的小板塊上，使線圈 A 置於已嵌入電路板內的偵測線圈的正上方，如圖 1 所示。用橡皮筋緊繞在磁芯及凸起板塊下面的凹槽上，以便將鐵氧體磁芯穩穩地固定在凸起的小板塊上。我們假設鋁箔厚度和測量頻率的誤差可忽略。

1. (1 分) 將線圈 A 和 B 的接線連到插座上，測量所有線圈的電阻，以確保接線良好。電阻應在 10Ω 以下。將你量出的電阻值寫在答案卷的第 1 小題部分。
2. (5 分) 量取實驗數據，以驗證上述的模型，並求出鋁箔 (厚度由 $25\mu\text{m}$ 增至 $175\mu\text{m}$) 在 6 kHz 至 18 kHz 頻率範圍內的衰減係數 α 。先把鋁箔放在電路板上標示的方框內，使位在偵測線圈的正上方。施加正弦波電壓於線圈 A，並將結果寫在答案紙的第 2 小題部分。
3. (2 分) 畫出 α 對頻率的關係圖線。

第二部分 磁通量連結 (12 分)

這一部分我們研究繞在一封閉的鐵氧體磁芯上的兩線圈，對訊號產生器輸入的正弦交流電壓 (V_0) 的反應。現有的實驗裝置已避免掉所有的飽和現象，另外我們假設磁導率 μ 為定值。

理論

在下面的基本理論討論中，我們假設兩線圈的歐姆電阻及鐵氧體磁芯的磁滯效應所產生的能量損失，對電流及電壓的測量沒有影響。由於這些簡化，下面的理論計算值和實際測量值之間將會有偏差。

單一線圈

讓我們先考慮磁芯上只有一個線圈，線圈上載有電流 I 。此電流在磁芯內所產生的磁通量 Φ 與電流 I 和線圈匝數 N 成正比。此磁通量也與幾何因數 g 和磁導率 $\mu = \mu_r \mu_0$ 有關， g

值決定於磁芯的大小和形狀，而 μ 值則與磁芯材料的磁性有關。 μ_r 為相對磁導率， μ_0 為真空的磁導率。

磁通量 Φ 可以下式得出，

$$\Phi = \mu g NI = cNI \quad (2)$$

式中 $c = \mu g$ 。感應電壓可由法拉第定律得知，

$$\varepsilon(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt} = -cN^2 \frac{dI(t)}{dt} \quad (3)$$

傳統上是利用線圈的自感係數 L 來描述線圈的電流和電壓之間的關係。自感係數 L 的定義如下：

$$\varepsilon(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} \quad (4)$$

連接到線圈的正弦波訊號產生器，會在線圈內產生電流 I ，其值為

$$I(t) = I_0 \sin \omega t \quad (5)$$

式中 ω 為角頻率， I_0 為電流的振幅。利用(3)式可得此交流電流在線圈兩端產生的感應電壓為

$$\varepsilon(t) = -\omega c N^2 I_0 \cos \omega t \quad (6)$$

其所產生的電流將使得感應電壓等於訊號產生器所施加的電壓 V_s 。注意電流和電壓之間有 90° 的相差。如果我們只看交流電壓和電流的最大值 ε_0 和 I_0 ，則可得

$$\varepsilon_0 = \omega c N^2 I_0 \quad (7)$$

以下我們刪去下標「0」的符號。

兩個線圈

現在讓我們設定在一個磁芯上裝有兩個線圈。鐵氧體磁芯可用來連接兩個線圈之間的磁通量。就理想磁芯而言，在磁芯的所有截面上應具有同樣大小的磁通量。由於實際磁芯上有磁通量的洩漏，一般而言，磁芯上的第二個線圈所感受的磁通量，將小於通過原線圈的磁通量。副線圈B內的磁通量 Φ_B 和原線圈A內的磁通量 Φ_A 有下列的關係式：

$$\Phi_B = k\Phi_A \quad (8)$$

同樣地，在線圈B中電流所產生的磁通量 Φ_B ，將在线圈A中產生磁通量 $\Phi_A = k\Phi_B$ ， k 稱為耦合因數，其值小於1。

本實驗所用的鐵氧體磁芯，有兩個線圈安排成變壓器。讓我們設定線圈A為原線圈(連接到函數訊號產生器)。如果在線圈B中沒有電流通過($I_B=0$)，則單由 I_A 所感應產生的電

壓 ε 等於 V_g 。在副線圈內由 I_A 所產生的磁通量由(8)式決定， I_A 在線圈 B 中感應產生的電壓為

$$\varepsilon_B = \omega k c N_A N_B I_A \quad (9)$$

如果在線圈 B 中有電流 I_B 通過，它會在線圈 A 中感應產生一電壓，它可用類似於(9)式的方程式來描述。所以在線圈 A 兩端的總電壓包括下列兩項：

$$V_g = \varepsilon_A = \omega c N_A^2 I_A - \omega k c N_A N_B I_B \quad (10)$$

因此在副線圈中的電流將原線圈中感應產生一反向電壓，導致 I_A 增加。對 ε_B 亦可寫出類似的方程式。經由實驗可驗證 k 與採用何者為原線圈無關。

實驗

將兩個 U 形磁芯連在一起，用橡皮筋固定如圖 2 所示。使函數訊號產生器輸出 10 kHz 的正弦波。對每一個測量，切記要將多用途電表調到適合該測量的最靈敏檔。兩線圈的匝數分別為 $N_A = 150$ 匝和 $N_B = 100$ 匝（每一線圈的匝數讀差為 ± 1 匝）

1. (3.5 分) 試證明自感係數 L_A 、 L_B 、和耦合因數 k 的代數式為

$$L_A = \frac{\varepsilon_A}{\omega I_A}, I_B = 0$$

$$L_B = \frac{\varepsilon_B}{\omega I_B}, I_A = 0$$

$$k = \frac{N_B I_B}{N_A I_A}, \varepsilon_B = 0$$

並將你的結果寫在答案卷的 1.a 處。在答案卷的 1.b 處畫出線路圖。計算 L_A 、 L_B 、和 k 的數值，並登錄在答案卷的 1.c 處。

2. (2 分) 副線圈短路時，在原線圈中的電流 I_P 將增加。利用上面的方程式導出表達 I_P 的數學式，以原線圈的電壓、自感係數、和耦合因數表示之，並將你的結果寫在答案卷的 2.a 處。測量 I_P ，並將你的結果寫在答案卷的 2.b 處。

3. (2.5 分) 線圈 A 和 B 可用下列兩種不同的方式串聯，使兩線圈的磁通量貢獻相加或相減。

3.1. 連接線路使流經兩線圈的電流所生磁通量的貢獻相加（即增強）。由在此情況下所測得的數據，求出該二線圈串聯後的自感係數， L_{A+B} 。將你的答案寫在答案卷的 3.1 處。

- 3.2 在兩線圈的磁通量貢獻彼此反向時，測量電壓 V_A 和 V_B 。將你的數值寫在答案卷的 3.2a 處。將電壓的比值寫在答案卷的 3.2b 處。導出表達兩線圈電壓的比值，以匝數及耦合因數表示之，並將其寫在答案卷的 3.2c 處。
4. (1 分) 利用所得到的結果驗證：線圈的自感係數正比於線圈匝數的平方，並將你的結果寫在答案卷的 4 處。
5. (1 分) 驗證下述結論：原線圈的電阻是可以被忽略的。以數學式說明你的論點，將其寫在答案卷的 5 處。
6. (2 分) 將紙片嵌入兩個 U 形磁芯之間，如圖 3 所示，這將使線圈的電感大為減少。已知安培定律，和磁通量密度 B 在鐵氧體磁芯—紙片的界面具有連續性，利用此減小的電感值可用於決定該鐵氧體磁芯的相對磁導率 μ_r 。
- 假設紙片的磁導率 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{Ns}^2/\text{C}^2$ ，一張紙片的厚度為 $43 \mu\text{m}$ 。安培定律可表述如下：

$$\oint \frac{1}{\mu} B dl = I_{total} \quad (11)$$

式中 I_{total} 係通過積分環路的圍裏面的總電流。將 μ 的數學式寫在答案卷的 6.a 處，並將其數值寫在 6.b 處。

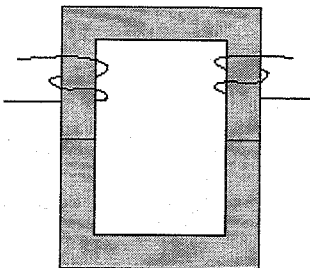


圖 2 有封閉磁路的變壓器。

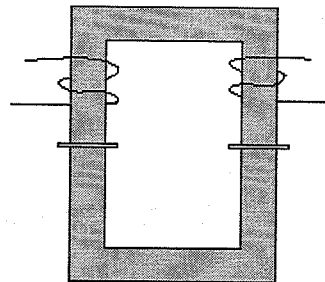


圖 3 嵌入有兩紙片的鐵氧體磁芯。