

量子霍爾液體簡介—談今年的諾貝爾物理獎

張明哲

國立臺灣師範大學 物理系

今年的諾貝爾物理獎頒給史丹佛大學的 Laughlin，哥倫比亞大學的 Stormer，及普林斯敦大學的崔琦（Daniel Tsui），表揚他們在量子霍爾液體研究上的貢獻。液體是大家都很熟悉的東西，但是什麼是量子霍爾液體（quantum Hall liquid）呢？這個名詞指的是電子在一種很特別的情況下形成的液體狀態。這個特別的狀態必須同時滿足下列幾個條件：1. 電子必須嚴格的被侷限在二維的平面上。2. 必須有很強的磁場（幾個 Tesla 以上）。3. 溫度必須降得很低（低於絕對溫度四度）。爲了滿足第一個條件，這個量子霍爾液體總是被“裝”在半導體材料的介面裏。利用介面裏自然產生的電場把它侷限在二維的平面裏。它不僅佔了很小的面積（小於幾毫米平方），而且由於半導體材料的阻隔，沒辦法被直接看到。既然如此，爲什麼物理學家的研究會鑽到這個牛角尖來？這又爲什麼是一個重要的研究？下面先簡單回顧這個研究的歷史。

霍爾效應應該是大家都很熟悉的現象。它是在 1879 年由當時仍在 Maryland 大學 Baltimore 分校當研究生的霍爾（E.H. Hall）所發現的。這個效應被廣泛運用在測量一個樣品裏導電粒子的電荷與密度。七零年代末期，在德國有個研究小組的研究重點是在測量半導體介面裏的電子氣體的霍爾效應。稍早幾年日本有幾位物理學家曾做了一些這方面的理論計算，這些計算裡都牽涉到很強的磁場。德國的研究小組（由 Von Klitzing 帶領）希望他們的測量能和理論比較，以了解半導體介面裏的電子氣體的基本性質。

在 1979 年年底，他們很意外的發現了電子氣體在上述的極端條件下的行爲和理論預測大有不同。微觀的理論計算得到的電阻應該和外加磁場近乎成正比的關係。他們量到的電阻卻是呈階梯狀。也就是說，在“平台部份”電子氣體的電阻不隨著外加磁場而變（見圖）。尤有甚者，即使採用不同的樣品，這些“平台電阻”仍以百萬分之一左右的精確度落在 $(25813.80/n)$ 歐姆的值上（Von Klitzing et al, 1980）。對應於不同的平台，這裡的 n 可以是 1,2,3 等的整數。這種驚人的精確度顯示半導體介面裏的電子氣體在極低溫以及極強磁場的條件下自成一種獨立於周圍半導體材料的量子態。事實上，25813.80 歐姆的出現絕非偶然。它正巧是普朗克常數除以電子電荷的平方 h/e^2 。

Von Klitzing 的研究結果公布後，美國的貝爾實驗室（幾年前改名爲 Lucent Technology）的 Stormer, Tsui, 及 Gossard 試著重複做這個實驗。他們採用了電子傳輸特性較佳的

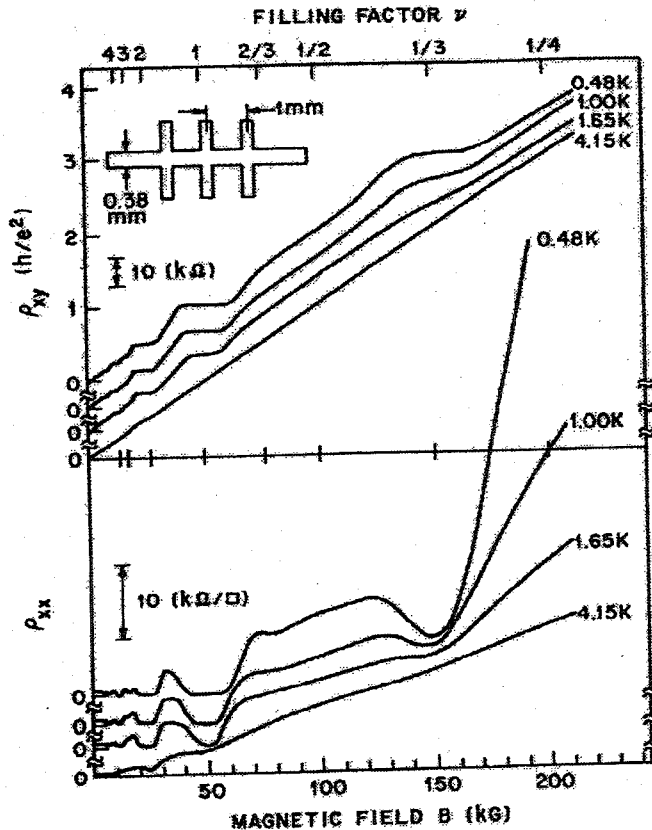
GaAs/AlGaAs 異質界面 (heterojunction)。可以在溫度及磁場的要求稍為不那麼嚴格的條件下得到上述的結果。在這同時，當時在貝爾實驗室工作，年僅三十出頭，無甚名氣的 Laughlin 指出上述的“整數”量子化霍爾效應 (integer quantum Hall effect) 存在的關鍵在於這種系統隱含的對稱性 (Laughlin, 1981)。概略的說，這種對稱性要求在半導體介面中受到強磁場作用的電子氣，在通過導電電子後，其波函數必須回復到通過電子前的狀態。這個條件唯有當電子氣體的電阻精確的落在 $h/(e^2 n)$ 時才得以保持。而 n 是整數和通過的電荷數總是整數有直接的關聯，所以 n 不可能是非整數 (例如說，不可以是分數)。這個理論提出後迅即為大多數的物理學家所接受。

所以，當 Stormer 等人在 1982 年繼續降低溫度、加大磁場，出人意表的做出 n 是分數的電阻平台時 (見圖) (Tsui et al, 1982)，這個領域的專家都很驚訝。最吃驚的可能莫過於 Laughlin 本人。隨後他花了一年左右的時間苦思這個難題，提出了一個很有創意而且完整的解答。使我們對量子霍爾液體的了解跨出了一大步 (Laughlin, 1983)。今年的諾貝爾物理獎基本上就是在表揚 Stormer, Tsui, 及 Laughlin 在八零年代初的貢獻。和 Stormer 及 Tsui 一起做實驗的 Gossard 很可惜沒能得獎。雖然他主要是負責製作樣品，但是這個 GaAs/AlGaAs 界面優越的傳輸性質事實上對於能觀測到分數量子化霍爾效應 (fractional quantum Hall effect) 是相當有幫助的。

為了能欣賞這個研究的重要性，我們必須更深入的來認識這個理論。基本上，整數量子化霍爾效應和分數量子化霍爾效應的微觀機制其實並不一樣。前者的解釋可以不用引入電子—電子交互作用，後者則非得考慮電子—電子交互作用不可。這一點 Stormer, Tsui, 跟 Gossard 在一開始就已經指出來了。這也是我們把它叫做“液體”的原因。因為量子多體理論裡通常把粒子間的交互作用很重要(而又不是固體)的體系稱為量子液體。

現在，我們馬上面臨了一個棘手的量子多體問題。這種問題通常只能用微擾展開的方法解。對於某些系統，例如超導體，微擾計算事實上永遠不可能導致正確的答案。量子霍爾液體也有類似的問題。Laughlin 的過人之處在於他用物理的推理直接猜出幾乎正確的量子波函數。這就像 Schrieffer 在六零年代直接猜出超導狀態的波函數一樣，是一個重要的成就。Laughlin 由這個波函數出發，推出了兩個重要的結果 (Laughlin, 1983)。第一個結果是量子霍爾液體需要用有限的能量才能被激發。這表示它跟超導體一樣，在溫度夠低時因為熱能不足，所有電子都凝結在基態。所以整個系統成了一個巨觀的量子態。第二個結果是量子霍爾液體的激發態是帶有分數電荷 (fractional charge) 的準粒子 (quasiparticle)。這裡的分數電荷正是量子霍爾電阻會有分數平台的原因。

雖然 Laughlin, Stormer, 跟 Tsui 等三人是因為在分數量子霍爾效應上的研究獲獎。有趣的是諾貝爾獎的給獎原因裡並沒有提到“分數量子霍爾效應”這個名詞，而是強調他們發現了“一種有分數電荷激發態的新型量子液體”。的確，自從密立根求出基本電荷的大小以來，這是人們第一次發現帶有分數電荷的準粒子。這裡必須強調所謂的準粒子並非基本粒子。它是一群基本粒子（在這裏是電子）的集合所形成的激發態。我們沒有辦法把準粒子抽離出來研究，就如同我們沒有辦法把聲音抽離出空氣這個介質來研究一樣。而且，準粒子的壽命總是有限的，因為它們並不是量子多體系統的本徵態。不過除此之外，準粒子和粒子一樣可以有電荷、質量、自旋等屬性。嚴格的說，Stormer, Tsui, 及 Gossard 量到的霍爾電阻的分數平台只是間接證實了準粒子帶有分數電荷。直接而明確的證實是去年分別由以色列和法國的兩個研究小組經由測量電流的噪音做出來的（Collins, 1997）。



插圖說明：具有階梯結構的霍爾電阻（上圖）。（下圖顯示的是縱向電阻，在本文中未提及）。最上面的平台對應的電阻是 $3h/e^2$ ，或者是 $h/(e^2/3)$ ，即所謂的分數霍爾電阻。下面的平台對應的電阻分別是 h/e^2 ， $h/(2e^2)$ 等等，即所謂的整數霍爾電阻。不同曲線是在不同溫度下測量的。

量子霍爾液體的精微之處比起超導體或超流體可謂有過之而無不及。在將近二十年的研究裏，幾乎每隔兩三年就有令人驚喜的新發現。這包括早期理論預測這種新的準粒子可以不是玻恩子或費米子，而是具有分數統計 (fractional statistics) 性質的任意子 (anyon)。這和這個系統的電子是活在二維的平面裏有很密切的關連，一般三維的體系並不會存在具有分數統計的粒子。此外，研究者還發現量子霍爾液體和超流體在形式上有很多類似的關係，和拓樸學裏的陳氏級 (Chern Class) 也有一些優雅的關聯 (九零年以前的研究請見 Prange and Girvin, 1990)。

在九零年代初，物理學家普遍認為關於霍爾液體該發現的全被發現了。後來卻一再有出人意料的進展。這包括物理學家長久以來在其它凝態系統遍尋不著的 Luttinger liquid，卻在霍爾液體裡找到。此外，還發現 composite fermion 及 skyrmion 等其他新型準粒子，以及發現電荷—旋渦的對偶性質 (charge-vortex duality) 等 (較近幾年的發展請見 Das Sarma and Pinczuk, 1996)。霍爾電阻平台由於可以被精確的測量，幾年前已被採用為電阻的新標準。量子霍爾液體本身雖然仍沒有實際的用途，但是這方面的研究直接的刺激了半導體介面及中觀物理 (mesoscopic physics) 的進展。後者牽涉到量子線 (quantum wire) 量子點 (quantum dot) 等奈米尺度 (nano-scale) 的人造結構，是製造下一世紀的計算機所必須面對的課題。量子霍爾效應的發現，已經為我們帶來了一個豐富的寶藏。今年的獲獎，可謂實至名歸。

參考文獻

1. G.P. Collins, Fractionally charged quasiparticles signal their presence with noise, *Physics Today*, November, p.17 (1997).
2. S. Das Sarma and A. Pinczuk eds., *Perspectives in Quantum Hall Effects : Novel Quantum Liquids in Low-Dimensional Semiconductor Structures*, John Wiley and Sons (1996).
3. R.B. Laughlin, Quantized Hall conductivity in two dimensions, *Phys. Rev. B* 23, 5632 (1981).
4. R.B. Laughlin, Anomalous quantum Hall effect — an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations, *Phys. Rev. Lett.* 50, 1395 (1983).
5. R.F. Prange and S.M. Girvin eds., *The Quantum Hall Effect*, 2nd ed. New York, Springer-Verlag (1990).
6. D.C. Tsui, H.L. Stormer, and A.C. Gossard, Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit, *Phys. Rev. Lett.* 48, 1559 (1982).

(下轉 61 頁)