中學數學挑戰徵答題解答評析

設計者：通訊解題發掘數學資優生研究小組

問題編號 2026

試找出所有滿足下列聯立方程組的實數解 x_1，x_2，…，x_n，x_{n+1}，其中 x_1，x_2，…，$x_n \ge 1$ 且 $x_{n+1}>0$，n 是大於 1 的整數。

$$\begin{cases} \dfrac{x_1^{\frac{1}{2}}+x_2^{\frac{1}{3}}+\cdots+x_n^{\frac{1}{n+1}}}{n}=x_{n+1}^{\frac{1}{2}} \\ \dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=x_{n+1} \end{cases}$$

。

解答：（採自北一女曾于容，雄中廖健溢，中一中林宗茂及屏東高中董正隆等之解法。）

$x_1=x_2=\cdots=x_{n+1}=1$ 顯然是方程組之一組解。

我們將證明 $x_1=x_2=\cdots=x_{n+1}=1$ 是方程組的唯一解。

$$n^2x_{n+1}=(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)\underbrace{(1+1+1+\cdots+1)}_{n\text{ 個}}$$
$$\ge(x_1^{\frac{1}{2}}+x_2^{\frac{1}{2}}+\cdots+x_n^{\frac{1}{2}})^2$$

$x_{n+1}^{\frac{1}{2}} \ge \dfrac{x_1^{\frac{1}{2}}+x_2^{\frac{1}{2}}+\cdots+x_n^{\frac{1}{2}}}{n}$，又 $\dfrac{x_1^{\frac{1}{2}}+x_2^{\frac{1}{3}}+\cdots+x_n^{\frac{1}{n+1}}}{n} \ge x_{n+1}^{\frac{1}{2}}$

故 $x_1^{\frac{1}{2}}+x_2^{\frac{1}{3}}+\cdots+x_n^{\frac{1}{n+1}} \ge x_1^{\frac{1}{2}}+x_2^{\frac{1}{2}}+\cdots+x_n^{\frac{1}{2}}$

因爲 $x_i \ge 1$，但 $x_i^{\frac{1}{i+1}} \le x_i^{\frac{1}{2}}$，（等號當 $x_i=1$ 時成立，$i \in 1,2,\cdots,n$）

故必有 $x_1=x_2=\cdots=x_n=1$ 代入得 $x_{n+1}=1$。

《解題重點》

1. 根指數之大小關係。
2. 柯西不等式之使用。
3. 柯西不等式“等號”成立之充要條件。

《評析》

1. 本題配合高二統合柯西不等式題材設計，延續高一下根指數之基本概念，本期參與徵答人數計有北一女曾于容等 29 人，幾乎均能獲得滿分，應屬簡易題，得分率 0.92，完全符合原先預估之水準。
2. 部分學生使用算幾平均數解題，技術水準較技巧，仍不失好方法，金門高中翁克全就是一例。

問題編號 2027

試求所有滿足下列條件的正整數 a、b：

$a^3+8a^2-6a+8=(b+1)^3$。

解答：對所有的實數 a，$(a^3+8a^2-6a+8)-(a+1)^3=5a^2-9a+7>0$，

即 $a^3+8a^2-6a+8>(a+1)^3$；

又當 $a\geq 1$ 時，$(a^3+8a^2-6a+8)-(a+3)^3=-a^2-33a-19<0$，

$\therefore$ 當 $a\geq 1$ 時，$(a+1)^3<(b+1)^3=a^3+8a^2-6a+8<(a+3)^3$

故 (a,b) 是 $a^3+8a^2-6a+8=(b+1)^3$ 的一組正整數解 $\Leftrightarrow b=a+1$

解 $a^3+8a^2-6a+8=(a+2)^3$，

即解 $0=(a^3+8a^2-6a+8)-(a^3+6a^2+12a+8)=2a^2-18a$

$\because a\geq 1 \quad \therefore a=9,\ \ b=10$

$\therefore (a,b)=(9,10)$ 是唯一滿足題意之解。

《解題重點》

1. $\forall x\in R$，$f(x)=ax^2+bx+c$ 恆爲正 $\Leftrightarrow a>0$ 且 $b^2-4ac<0$。
2. 當 $a\geq 1$ 時，$(a+1)^3<(b+1)^3=a^3+8a^2-6a+8<(a+3)^3$ 進而得到 (a,b) 是 $a^3+8a^2-6a+8=(b+1)^3$ 的一組正整數解 $\Leftrightarrow b=a+1$。

《評析》

1. 本題屬代數不定方程之題材，亦屬簡易題，本期徵答這道題者人數最多，計有台中一中蔡政育等 31 人，得分率 0.93，亦略高於前一道題。
2. 徵答者均能先找出 b 和 a 之關係：$b=a+1$ 進而求得 $(a,b)=(9,10)$ 是滿足題意之唯一解。
3. 不定方程屬數學競賽熱門題材，由簡淺而難，依序研讀，對代數能力的提升，很有助益，從本題的徵答情形，顯示我國內高中資優生之代數能力頗值肯定。

問題編號 2028

試證下列不等式成立：

$$\binom{2n+1}{k-1}+\binom{2n+1}{k+1}\geq\frac{2n+2}{n+2}\binom{2n+1}{k}$$

其中 n，k 都是正整數且 $1\leq k\leq 2n$，$\binom{m}{l}={}_mC_l=\dfrac{m!}{l!(m-l)!}$。

解答：證法（一）：

由$\binom{2n+1}{k}=\binom{2n+1}{2n+1-k}$可知我們只需對$1\le k\le n$，$k$，$n$為正整數之情形加以證明即可。

①由定義，$\binom{m}{n+1}=\dfrac{m!}{(n+1)!(m-n-1)!}=\dfrac{(m-n)\cdot m!}{(n+1)\cdot n!(m-n)!}=\dfrac{m-n}{n+1}\binom{m}{n}$，

所以原命題$\binom{2n+1}{k-1}+\binom{2n+1}{k+1}\ge\dfrac{2n+2}{n+2}\binom{2n+1}{k}$可改寫成

$$\frac{k}{2n+2-k}\binom{2n+1}{k}+\frac{2n+1-k}{k+1}\binom{2n+1}{k}\ge\frac{2n+2}{n+2}\binom{2n+1}{k}$$

又$\binom{2n+1}{k}\ne 0$，故原命題等價於下列不等式：

$$\frac{k}{2n+2-k}+\frac{2n+1-k}{k+1}\ge\frac{2n+2}{n+2}\cdots(*)$$

②接著我們來看當$1\le k\le n$時，不等式$(*)$是否成立。令

$$f(x)=\frac{x}{2n+2-x}+\frac{2n+1-x}{x+1}=\frac{2n+2}{2n+2-x}+\frac{2n+2}{x+1}-2$$
$$=\frac{(2n+2)(2n+3)}{(2n+2-x)(x+1)}-2$$

其中$1\le x\le n, x\in R$。對於$1\le y\le x\le n$而言，

$$f(x)-f(y)=(2n+2)(2n+3)\left(\frac{1}{(2n+2-x)(x+1)}-\frac{1}{(2n+2-y)(y-1)}\right)$$
$$=\frac{(2n+2)(2n+3)(x-y)(x+y-2n-1)}{(x+1)(y+1)(2n+2-x)(2n+2-y)}\le 0$$

所以$1\le x\le n$時，$f(x)$遞減函數，

因此，當$1\le k\le n$時，$f(k)\ge f(n)$，即

$$\frac{k}{2n+2-k}+\frac{2n+1-k}{k+1}\ge\frac{n}{n+2}+1=\frac{2n+2}{n+2}\text{，}1\le k\le n$$

$\therefore$當$1\le k\le n$時，不等式$(*)$成立（當然原命題亦成立。）

③當$n+1\le k\le 2n$，由$\binom{2n+1}{k}=\binom{2n+1}{2n+1-k}$之對稱性，同理可證得不等式$(*)$在$n+1\le k\le 2n$時亦成立。

故由上我們證得當$1\le k\le 2n$時，原命題均成立。

證法（二）：（採自雄中廖健溢及金門高中翁克全等之解法。）

引理：$a+b=c+d$ 且 $a\ge c\ge d\ge b\ (a,b,c,d\in N)\Rightarrow cd\ge ab$

設$a=c+k\Rightarrow b=d-k\Rightarrow ab-cd=(c+k)(d-k)-cd$

$$=(d-c)k-k^2\leq 0\Rightarrow ab\leq cd$$

$$C_{k-1}^{2n+1}+C_{k+1}^{2n+1}\geq\frac{2n+2}{n+2}C_k^{2n+1}$$

$$\Leftrightarrow C_{k-1}^{2n+1}+C_k^{2n+1}+C_k^{2n+1}+C_{k+1}^{2n+1}\geq\left[\left(\frac{2n+2}{n+2}\right)+2\right]C_k^{2n+1}$$

$$\Leftrightarrow C_k^{2n+2}+C_{k+1}^{2n+2}\geq\frac{4n+6}{n+2}C_k^{2n+1}\Leftrightarrow C_{k+1}^{2n+3}\geq\frac{4n+6}{n+2}C_k^{2n+1}$$

$$\Leftrightarrow\frac{(2n+3)(2n+2)}{(k+1)(2n-k+2)}C_k^{2n+1}\geq\frac{2(2n+3)}{n+2}C_k^{2n+1}\quad\left(C_k^{2n+1}>0，2n+3>0\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{n+1}{(k+1)(2n-k+2)}\geq\frac{1}{n+2}\Leftrightarrow(n+1)(n+2)\geq *k+1)(2n-k+2)\cdots(*)$$

所以 $(n+1)+(n+2)=(k+1)+(2n-k+2)$ 又 $0\leq k\leq n$ 時

$k+1\leq n+1<n+2\prec 2n-k+2$

$n+1\leq k\leq 2n$ 時，$2n-k+2\leq n+1<n+2\leq k+1$

由引理可知($*$)式在 $0\leq k\leq n$ 時恆成立，故得證。

《解題重點》

1. 由對稱性知，只需對 $1\leq k\leq n$ 情形加以證明即可。
2. $\binom{m}{n+1}=\frac{m-n}{n+1}\binom{m}{n}$ 。
3. 原命題 $\binom{2n+1}{k-1}+\binom{2n+1}{k+1}\geq\frac{2n+2}{n+2}\binom{2n+1}{k}$

   等價於 $\frac{k}{2n+2-k}+\frac{2n+1-k}{k+1}\geq\frac{2n+2}{n+2}$ 。
4. 令 $f(x)=\frac{x}{2n+2-x}+\frac{2n+1-x}{x+1}$ ，$1\leq x\leq n,x\in R$，則 $f(x)$ 爲遞減函數。

《評析》

1. 本題配合高二基礎數學組合題材設計，亦屬簡易組合不等式題型，只要具有基概念即可輕易得到解題線索，本期計有金門高中翁克全等 27 人參與徵答，得分率高達 0.95，在本期五道題中最高。
2. 本題參與答題者解法幾乎是利用巴斯卡之反形公式 $C_{m-1}^n+C_m^n=C_m^{n+1}$ 來解題。宜蘭高中游家瑋之解法竟和提供解法幾乎一樣，而台中一中林宗茂用反證法來證明想法亦很特別，還有雄中廖健溢及金門高中翁克全等二人用來簡化計算之方法獨樹一幟。

問題編號 2029

設 a，b，c 都是複數且 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，$g(x)=x^3+|a|x^2+|b|x+|c|$。已知 $f(x)=0$ 的每一個根 z 的絕對值都等於 1，試證 $g(x)=0$ 的每一個根 w 的絕對值也都等於 1。

解答：證法（一）：

設 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 的三根為 p，q，r

由題意知：$|p|=|q|=|r|=1\Rightarrow \overline{p}=\frac{1}{p},\ \overline{q}=\frac{1}{q},\ \overline{r}=\frac{1}{r}$

且由根與係數之關係可得：$p+q+r=-a, pq+qr+rp=b, pqr=-c$

$\because b=pq+qr+rp=pqr(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r})=pqr(\overline{p}+\overline{q}+\overline{r})$

$=pqr\left(\overline{p+q+r}\right)=(-c)\cdot(-\overline{a})=c\overline{a}$

$|c|=|-pqr|=|p||q||r|, \therefore |b|=|c\overline{a}|=|a|$

故 $g(x)=x^3+|a|x^2+|b|x+|c|=x^3+|a|x^2+|a|x+1=(x+1)(x^2+(|a|-1)x+1)$

顯然地，-1 是 $g(x)=0$ 的一根且 $|-1|=1$

今設 $x^2+(|a|-1)x+1=0$ 的二根為 α，β（即 $g(x)=0$ 的三根為-1，α，β）

$\therefore \alpha+\beta=1-|a|, \alpha\beta=1$，因 $\alpha+\beta=1-|a|\in R$，

所以可設 $\alpha=u+ti$，$\beta=v-ti$，$u,v,t\in R$

$\therefore \alpha+\beta=u+v=1-|a|$，

$\alpha\beta=(u+ti)(v-ti)=(uv+t^2)+(v-u)ti=1$

$$\Rightarrow\begin{cases}u+v=1-|a|\cdots(1)\\ uv+t^2=1\cdots(2)\\ (v-u)t=0\cdots(3)\end{cases}$$

由(3)知 $u=t$ 或 $t=0$

(i)若 $t\neq 0$，則 $u=v$，

由(2)，$|\alpha|^2=u^2+t^2=1\Rightarrow|\alpha|=1$；$|\beta|^2=v^2+t^2=1\Rightarrow|\beta|=1$。

(ii)若 $t=0$ 則 $\alpha=u,\beta=v$ 是 $x^2+(|a|-1)x+1=0$ 的二實根

由上討論可知 $g(x)=0$ 每一個根的絕對值均等於 1。

證法（二）：（採自建中李國禎之解法。）

(1)令 $f(x)$ 之三根為 α，β，γ，(其中 $|\alpha|=|\beta|=|\gamma|=1$)

$\because |\alpha|=1\Rightarrow|\alpha^2|=\alpha\cdot\overline{\alpha}=1 \quad \therefore \overline{\alpha}=\frac{1}{\alpha}$

(2)由根與係數之關係得 $\alpha\beta\gamma=-c\Rightarrow|c|=|-\alpha\beta\gamma|=|\alpha||\beta||\gamma|=1$

$\alpha+\beta+\gamma=-a$，$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=b$

$$\Rightarrow\left|\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}\right|=\frac{|b|}{|\alpha\beta\gamma|}=|b|$$

$$\Rightarrow 0\le|b|=\left|\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right|=\left|\overline{\alpha}+\overline{\beta}+\overline{\gamma}\right|=\left|\overline{\alpha\beta\gamma}\right|$$

$$=|\alpha+\beta+\gamma|=|a|\le|\alpha|+|\beta|+|\gamma|=3$$

(3)不妨令 $|a|=|b|=m$（其中 $0\le m\le 3$）

$\therefore g(x)=x^3+mx^2+mx+1$，

則 $g(x)=0$ 之三根爲-1，$\dfrac{1-m\pm\sqrt{(m-1)^2-4}}{2}$

而 $(m-1)^2-4=(m+1)(m-3)\le 0\qquad(\because 0\le m\le 3)$

$\therefore g(x)=0$ 之三根的絕對值：$|-1|=1$

$$\left|\frac{1-m\pm\sqrt{(m-1)^2-4}}{2}\right|=\left|\frac{1-m\pm\sqrt{4-(m-1)^2}\,i}{2}\right|$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(1-m)^2+4-(m-1)^2}=1$$

也都等於 1，故得證。

《解題重點》

1. 利用多項式方程式根與係數之關係。
2. $|p|=|q|=|r|=1\Rightarrow\overline{p}=\dfrac{1}{p},\overline{q}=\dfrac{1}{q},\overline{r}=\dfrac{1}{r}$。
3. $|c|=1$，$b=pq+qr+rp=pqr(\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}+\dfrac{1}{r})=pqr(\overline{p}+\overline{q}+\overline{r})=c\overline{a}\Rightarrow|b|=|a|$
4. 若 $z\in R$，則 Imz=0（即複數虛部=0）。

《評析》

1. 本題配合高中基礎數學複數與多項方程式根與係數之關係設計，屬難度稍高的題型，已具國際數學競賽題之難度。參與本題徵答者較少，僅有建中李國禎等 20 人，得分率 0.86，亦較前四題低。
2. 本題當初設計難度爲中偏難，不過參與答題者獲得滿分者亦不少，有的學生用三角函數去解題，解題品質並不是很理想，建中李國禎此題解題品質頗佳！

問題編號 2030	試確定所有的正實數 x，y， 使得下列四個數都是正整數而且它們四個總和爲 66： $\frac{x+y}{2}$，$\sqrt{xy}$，$\frac{2xy}{x+y}$，$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$。

解答：若 x，y 爲正實數，令 $a=\frac{x+y}{2}$，$g=\sqrt{xy}$，$h=\frac{2xy}{x+y}$，$k=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$

則命題等價於求使 a, g, h, k 爲正整數且和爲 66 的 x，y 值。

①易證得 $k\ge a\ge g\ge h$ 且等號成立的充要條件爲 $x=y$，但當 $x=y$時，

$k=a=g=h=x$，$66=a+g+h+k=4x\Rightarrow x=\frac{33}{2}$，

$\Rightarrow k=a=g=h=\frac{33}{2}$ 不爲整數，故不合，$\therefore x\ne y$，

$\therefore k>a>g>h$

②若，$(a,g)=c\ge 1$，$\therefore a=ca_1,\ g=cg_1$，其中 a_1, g_1 爲正整數，

$(a_1,g_1)=1$ 且 $g_1<a_1$，因 $h=\frac{2xy}{x+y}=\frac{g^2}{a}=\frac{cg_1^{\,2}}{a_1}$，$\therefore a_1\mid c$

$\therefore c=da_1$，$d\ge 1$ 爲某正整數，將之代回可得

$h=dg_1^{\,2}$，$g=da_1g_1$，$a=da_1^{\,2}$，$k=\sqrt{2a^2-g^2}=da_1\sqrt{2a_1^{\,2}-g_1^{\,2}}$

因 $g_1<a_1$，$\therefore 2a_1^{\,2}-g_1^{\,2}>a_1^{\,2}\Rightarrow\sqrt{2a_1^{\,2}-g_1^{\,2}}>a_1$

所以 $\sqrt{2a_1^{\,2}-g_1^{\,2}}$ 是大於 a_1 的正整數，

$\because 66=a+g+h+k=da_1^{\,2}+da_1g_1+dg_1^{\,2}+da_1\sqrt{2a_1^{\,2}-g_1^{\,2}}$

$>2da_1^{\,2}\ge 2a_1^{\,2}\quad(\because d\ge 1)$

$\therefore 1\le a_1<6$

但在 $1\le g_1<a_1<6$ 情況下使 $2a_1^{\,2}-g_1^{\,2}$ 爲完全平方數的 a_1 和 g_1，

只有 $a_1=5, g_1=1$ 滿足，代回求 d 值；$66=25d+5d+d+35d$，

得 $d=1$，故 $(k,a,g,h)=(35,25,5,1)$

③最後再由 $\begin{cases} a=\frac{x+y}{2}=25\Rightarrow x+y=50 \\ g=\sqrt{xy}=5\Rightarrow xy=25 \end{cases}$

便可求得 $(x,y)=(25+10\sqrt{6},25-10\sqrt{6})$ 或 $(25-10\sqrt{6},25+10\sqrt{6})$

《解題重點》

1. x，y 爲正實數，令 $a=\frac{x+y}{2}$，$g\sqrt{xy}$，$h=\frac{2xy}{x+y}$，$k=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$，

可得其大小關係爲 $k\ge a\ge g\ge h$ 等號成立的充要條件爲 $x=y$，

但當 $x=y$ 時，$k=a=g=h=x=\frac{33}{2}$ 不合題意 $\therefore k>a>g>h$。

2. 令 $(a,g)=c$，$\therefore a=ca_1, g=cg_1$，其中 $(a_1,g_1)=1$ 且 $g_1<a_1$，改寫 h 爲 $h=\frac{cg_1^{\ 2}}{a_1}$，

$\therefore a_1 \mid c$，$\therefore c=da_1$，$d\geq 1$。

3. 由 2.得 $h=dg_1^{\ 2}$，$g=da_1g_1$，$a=da_1^{\ 2}$，$k=\sqrt{2a^2-g^2}=da_1\sqrt{2a_1^{\ 2}-g_1^{\ 2}}$。

《評析》

1. 本題配合數論題材，並配合四種基本平均數之大小關係而設計，在本期五題中，屬難度最高的一題，其難度已具國際數學競賽水平；參與本題徵答者最少，僅有南一中李卓諭等 20 人，得分率 0.80，雖然在這期中最低，仍屬合理。
2. 獲得滿分者均能先找到 $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}\geq\frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}\geq\frac{2xy}{x+y}$ 之關係進而討論出 $x\neq y$，所以上面關係中等號並不會成立。

評註：

1.本次徵答統計簡表如下：

總人數　43 人	問題編號	2026	2027	2028	2029	2030
	得分	187	202	179	121	112
	徵答人數	29	31	27	20	20
	得分率	0.92	0.93	0.95	0.86	0.80
一年級　18 人	得分	66	67	63	29	28
	徵答人數	10	10	9	5	5
	得分率	0.94	0.96	1.00	0.83	0.80
二年級　18 人	得分	79	86	74	50	49
	徵答人數	13	14	12	9	9
	得分率	0.87	0.88	0.88	0.79	0.78
三年級　7 人	得分	42	49	42	42	35
	徵答人數	6	7	6	6	6
	得分率	1.00	1.00	1.00	1.00	0.83
參與徵答總校數：13 所 計：　計畫內：9 所，非計畫內：4 所						

2.本期難度應略低於上一期（編號 2021~2025），高一學生徵答者不少於高二，其徵答成績亦不遜於高二，旗鼓相當。

3.這次閱卷後覺得改到的答案著實“成熟”甚多，很多學生以往表達方式不是很“數學語言”的，這次也進步的令人激賞，或許近二年的通訊解題訓練真的發揮了當初的構想，更或許二月的研習營的集中訓練讓學生的思路及書寫、答題技巧更條理化及穩定性強化了！這次閱卷發現以往答案對而過程草率者已屬少見，學生填充題式答法之改正真的是

我們通訊解題成效的最好見證！

4.本期徵答總成績較優異的學生計有：建中李國禎、蔡旭程，北一女曾于容，台師大附中林建位、王世豪、陳正傑，武陵高中王嘉慶、陳志榕、游志強，台中一中林宗茂，南一中李卓諭，雄中林家平、林耕賢、廖健溢，金門高中翁克全及屏東高中董正隆等 15 人，大多徵答五題且全對得滿分，值得嘉許。

5.學生作答心得感言摘錄如下：

①編號 2027 雖然難以直接判斷，但只要用題目所給的條件，實不難解決此題。（雄中，林國軒。）

②編號 2027 題大約十分鐘就完成了，而像 2030 那題卻讓我大費手腳還想不出方法，做到有點“沒人 call 你（melancholy）”的地步了。（雄中，陳皇宇。）

③編號 2030 是誤打誤撞不小心得到重要線索，若無實際測驗實算，可能會遲遲得不到要領。另外，其餘四題因程度不足無法立即做出。（雄中，蔡孟根。）

④參加徵答多次，總覺得雖然解出題目，都未能良好表達，且不知自己錯在何處，覺得十分可惜，此次徵答，希望在 2030 題上，能看到高品質的解題。另外，不知現在徵答是否仍有將答案批改後寄回？（雄中，林家平。）

（注：只要你有留下基本資料，我們會將答案卷寄回的。）

⑤◆有時覺得解一題數學問題並不難，因爲只要把所有可能的方向想過一次就應該可以解出，但有時又覺得很難，因爲並不是正確的解題方向都可以想的到，但可以確定的是，經驗可以幫助自己開創出更多的思考方向，或許所謂的天才，就是具備著有發現解題方向的能力，而且靠著“資質”或是“靈感”能從中選擇出正確的思路。

◆一位成功的數學家，往往被人冠上“資質過人”，但我相信，資質總不如努力重要。（屏東高中，董正隆。）

⑥這期雖會做 2026，2027，2028 三題，但因爲 2027 和 2028 二題解法很差，也就是蠻幹，所以我並不打算寄，只寄 2026 一題我認爲解的較好的。這期大多是「數」的題型，我很不行，所以上次我已有要求希望寄些書單，不過未收到，我希望能早點收到，因爲我每次在做「數」的題目就有很大的挫折感，希望能早日克服。現在我手邊有：全國高中數學科能力競賽決賽的試題和獨立研究試題（八十六年）和一九九八亞太數學奧林匹克選訓營獨立研究題，但沒有解答，希望能寄給我或林雲壽老師，謝謝。感謝讓我發揮數學能力。（台師大附中，賴柏翔。）

（注：你希望的書單已請許志農教授幫忙，他會很快幫你建議的。至於亞太選訓的題目，並不必要每題都仰賴解答，需要的話可以向附中參加的學長要到的！）