

# 中學數學挑戰徵答題

設計者：通訊解題發掘數學資優生研究小組

◆本期徵答截止日期：民國 87 年 5 月 11 日；相關參考解答將刊於科學教育月刊第 211 期

問題編號

2036

試求下列聯立方程組的實數解：

$$\begin{cases} (1+x)(1+x^2)(1+x^4) = 1+y^7 \\ (1+y)(1+y^2)(1+y^4) = 1+x^7 \end{cases}.$$

問題編號

2037

兩正整數  $m, n$  之最大公因數及最小公倍數分別以  $(m, n)$  及  $[m, n]$  表示。試找出所有滿足下列兩條件的正整數  $m, n$ ：

- (1)  $m < n$ 。
- (2)  $(m, n) + [m, n] = m + n$ 。

問題編號

2038

已知球心為  $O$  的球面  $S$  和平面  $E$  交出一圓  $\rho$ ，且球面上兩點  $A, B$  是位於平面  $E$  的異側。若半徑  $\overline{OA}$  垂直平面  $E$ ，而另一包含直線  $AB$  的平面  $\pi$  交圓  $\rho$  於  $X, Y$  兩點。

證明：不管平面  $\pi$  如何變動， $\overline{BX} \cdot \overline{BY}$  恆為定值。

問題編號

2039

將  $3^{11}$  表示成  $k$  項連續正整數之和，試求項數  $k$  的最大值。

問題編號

2040

設  $p(x)$  為五次多項式，其各項係數均取自集合  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  中元素且兩兩相異。試確定滿足上述條件且可被  $(x^2 - x + 1)$  整除的  $p(x)$  之個數。

注：(1) 徵答題及其解答等相關資訊已出現於 WWW 網路上，

網址：<http://www.math.ntnu.edu.tw>。

(2) 徵答題之傳真電話為(02)29306547，請多多利用。