

中學數學挑戰徵答題

設計者：通訊解題發掘數學資優生研究小組

◆本期徵答截止日期：民國 87 年 4 月 13 日；相關參考解答將刊於科學教育月刊第 210 期

問題編號
2031

已知 $\triangle ABC$ 之垂心為 H ，外心為 O ， \overline{BC} 之中點為 M 。令自頂點 A 向 \overline{BC} 作垂線交 \overline{BC} 於 F ，若 $HOMF$ 為矩形且 $\overline{HO} = 5.5$ ， $\overline{OM} = 2.5$ ，試求 \overline{BC} 之長。

問題編號
2032

設 $\triangle ABC$ 為銳角三角形， F 在 \overline{AB} 上且 $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ ； M 是 \overline{AC} 中點。
證明：若 $\overline{BM} = \overline{CF}$ 且 $\angle MBC = \angle FCA$ ，則 $\triangle ABC$ 為正三角形。

問題編號
2033

設 k, l, m, n 為自然數且 $k < l < m < n$ 。
證明：若 $kn = lm$ ，則 $(\frac{n-k}{2})^2 \geq k+2$ 。

問題編號
2034

試確定是否存在同時滿足下列兩條件的函數 f ？
(1) f 為定義於自然數集的自然數值函數（即 $f: N \rightarrow N$ ）；
(2) 對任意大於 1 的自然數 n ， $f(n) = f(f(n-1)) + f(f(n+1))$ 均成立。

問題編號
2035

n 個人圍成一圈玩遊戲， $n \geq 4$ ，首先他們依反時針方向依序編號為 1 號，2 號，...， n 號，且讓每個人手上都拿有一枚銅板。遊戲規則如下：遊戲開始，1 號拿一枚銅板給 2 號，然後 2 號拿二枚銅板給 3 號，接著 3 號拿一枚銅板給 4 號，4 號拿二枚銅板給下一位，規定遊戲過程中，手上沒有銅板的人他就自動出局，離開此遊戲圈而遊戲繼續下去，如此依次拿一枚、拿二枚給下一位手上仍有銅板者。
試證有無限多個 n 使這個遊戲最後僅剩一人，而其餘的人均出局。

注：(1)徵答題及其解答等相關資訊已出現於 WWW 網路上，

網址：<http://www.math.ntnu.edu.tw>

(2)徵答題之傳真電話為(02)29306547，請多多利用。