

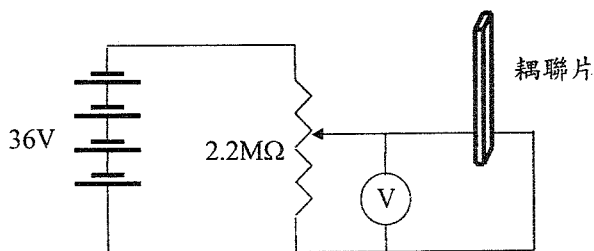
第 28 屆(1997 年)國際物理奧林匹亞競賽 實驗試題參考答案

林明瑞

國立臺灣師範大學 物理系

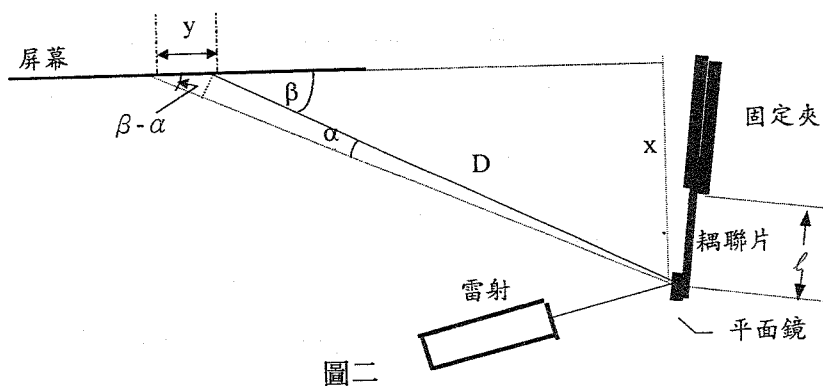
第一部分：

1.1 測量耦聯片自由端的位移和外加電壓關係的電路圖如下：



圖一

1.2 實驗裝置圖如下：



圖二

圖中 D 為從平面鏡到屏幕上光點之間的距離； y 為當耦聯片加上電壓時，光點在屏幕上移動的距離； x 為平面鏡到屏幕之間的垂線距離。

1.3 耦聯片自由端的位移 d 和其他物理量的關係式為 $d = \frac{\ell xy}{4D^2}$ ，推導如下：

參看圖二，可得

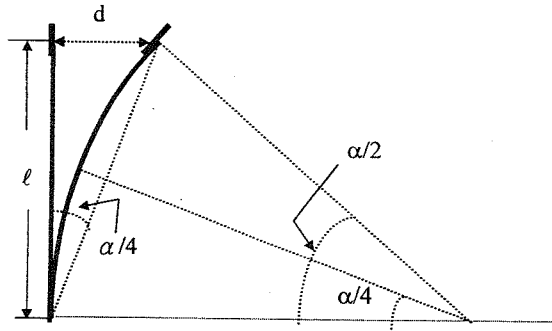
$$y \sin(\beta - \alpha) = D \sin \alpha \Rightarrow \alpha \approx \frac{y \sin \beta}{D} = \frac{y(D \sin \beta)}{D^2} = \frac{yx}{D^2}$$

($\because \alpha$ 很小, $\beta \gg \alpha$)

如圖三所示，當耦聯片因受電壓而彎成弧形時，平面鏡的法線方向轉動 $\alpha/2$ 角(這是

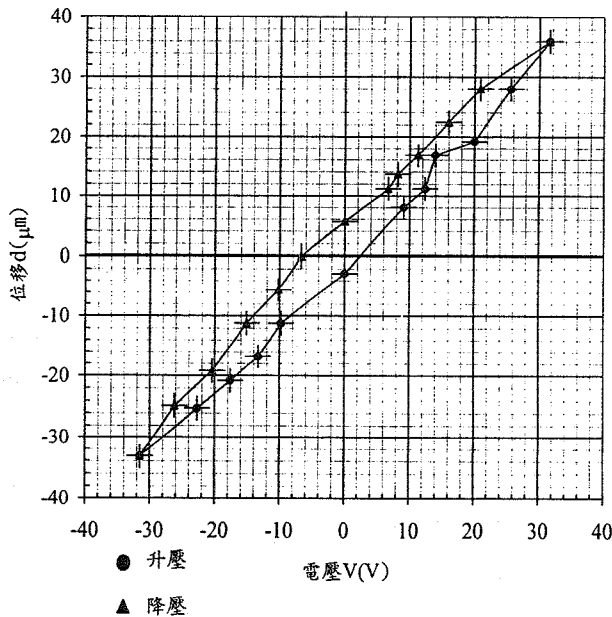
因為「光槓桿」作用：由於入射線方向不變，當平面鏡轉動 $\alpha/2$ 角時，其反射線轉動 α 角)。由圖上可得

$$d = l \sin\left(\frac{\alpha}{4}\right) \approx \frac{l\alpha}{4} \approx \frac{lx}{4D^2}$$



圖三

1.4 耦聯片自由端的位移和所加電壓的實驗數據，其關係如圖四所示。



圖四

1.5 耦聯片所消耗的能量應等於 $\int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ ，式 \vec{F} 中為耦聯片所受的應力， \vec{s} 為其對應的應變，即耦聯片長度的變化量。因為使耦聯片伸長(或縮短)所受的應力 F 正比於施加在其上的電壓 V ，而耦聯片長度的變化量 s 則正比於其自由端的位移 d ，所以電滯曲線 ($d - V$) 所包裹的面積正比於在耦聯片內所消耗的能量。

【註】耦聯片長度的變化量 s 和其自由端的位移 d 成正比，可證明如下：

參看圖五，耦聯片原長為 ℓ ，厚度為 t ，加上電壓後，其中一片伸長為 $\ell+s$ ，另一片則縮短為 $\ell-s$ ，耦聯片彎成弧形，其曲率半徑為 R (自耦聯片的中心線算起)。由圖上之幾何關係可得

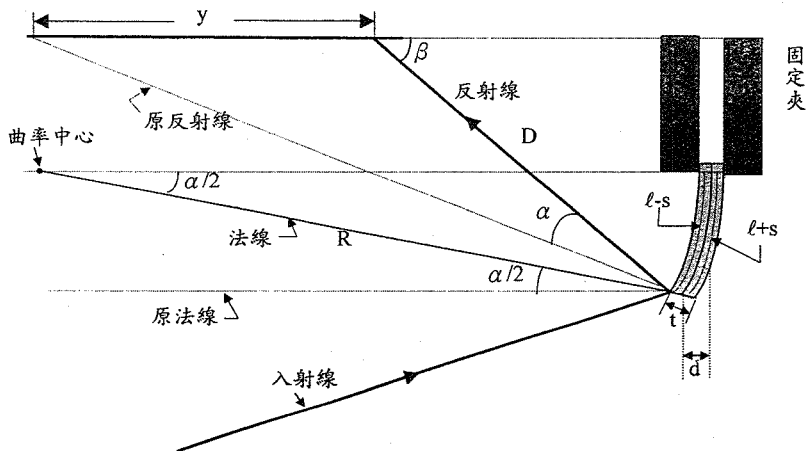
$$\ell+s = \left(R + \frac{t}{4}\right) \cdot \frac{\alpha}{2}, \quad \ell-s = \left(R - \frac{t}{4}\right) \cdot \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow s = \frac{t}{8} \alpha$$

至於耦聯片自由端的位移 d ，可解之如下：

$$d = R - R \cos \frac{\alpha}{2} \approx R - R \left(1 - \frac{\alpha^2}{8}\right) = \frac{R\alpha^2}{8} = \left(\frac{R \times (\alpha/2)}{4}\right) \alpha = \frac{\ell}{4} \alpha$$

$$\Rightarrow d = \left(\frac{2\ell}{t}\right) s, \text{ 即耦聯片自由端的位移 } d \text{ 和其伸長量 } s \text{ 成正比。}$$

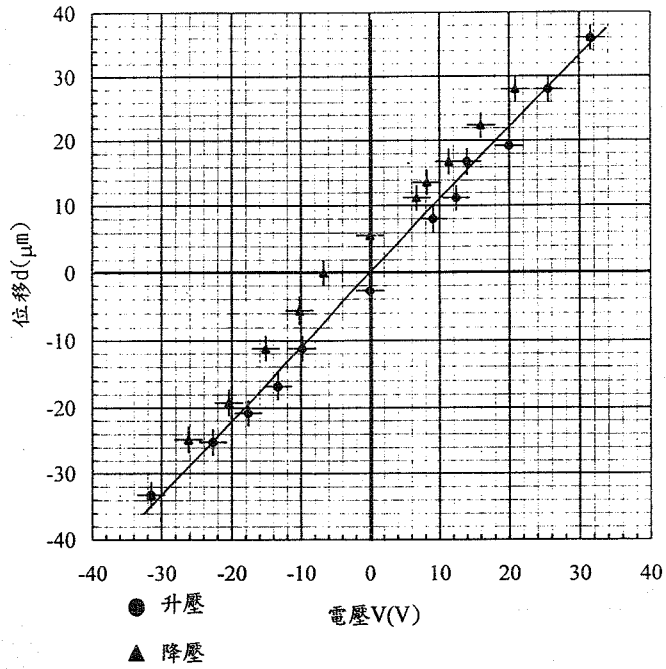


圖五

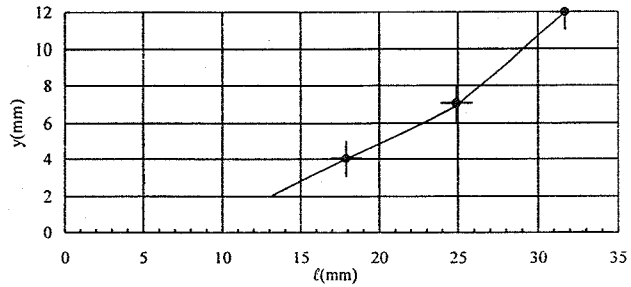
1.6 由圖四可估計出電滯曲線所包裹的面積為 $(350 \pm 160) \text{V}\mu\text{m}$ 。

第二部分：

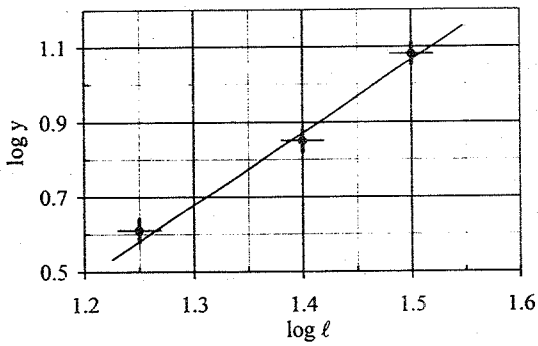
- 2.1 從圖六的數據圖，可看出若忽略電滯效應，則 $d - V$ 曲線近似於一通過原點的直線，所以 $m=1$ 。
- 2.2 由於 d 和 y 成正比，所以 d 和 ℓ 的乘方關係，可從 y 和 ℓ 的實驗數據得出。圖七所示為當耦聯片的電壓從 -36V 增至 $+36\text{V}$ 時，所得 y 對 ℓ 的關係圖。顯然 y 和 ℓ (不成正比)。將圖七改畫成 $\log y$ 對 $\log \ell$ 的關係圖，如圖八所示。由圖上的直線斜率可計算得 $n=1, 89 \pm 0.13$ 。
- 2.3 已知 ℓ 、 m 、和 n ，從圖六的直線斜率計算出 $A = (9 \pm 1) \times 10^{-4} (1/\text{Vm})$ 。



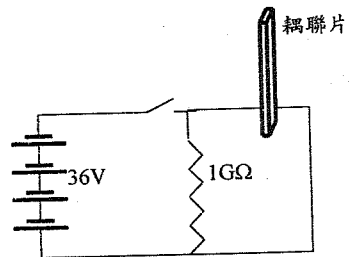
圖六



圖七



圖八



圖九

第三部分：

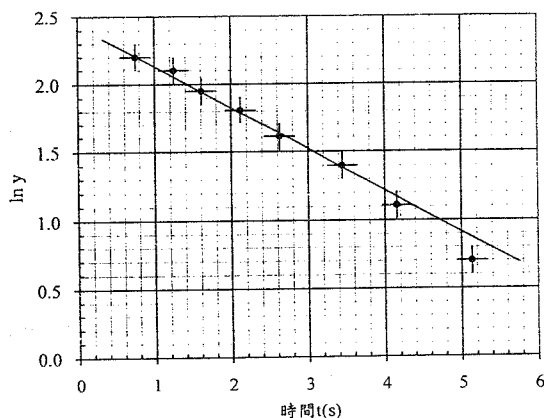
3.1 測量耦聯片電容的電路圖如圖九所示。

3.2 電阻 $1\text{G}\Omega$ 和耦聯片電容形成 RC 電路。如果先將耦聯片充電至 36V 後，切斷直流電源，則耦聯片將經由 $1\text{G}\Omega$ 電阻放電，其電壓隨時間衰減： $V_c = V_0 e^{-t/RC}$ 。從 $\ln V_c - t$ 關係圖的直線斜率，可求出時間常數 RC ，已知 $R = 1\text{G}\Omega$ ，因此可計算出電容 C 。若以輸入阻抗為 $1\text{M}\Omega$ 的電壓表和耦聯片並聯，直接量取 V_c ，則耦聯片上的電量將同時經由 $1\text{G}\Omega$ 電阻和電壓表內的電阻放電，其時間常數變為 $(1\text{G}\Omega // 1\text{M}\Omega) \times C \approx 1\text{M}\Omega \times C$ ，相當於經由 $1\text{M}\Omega$ 電阻放電。由於放電速度過快，實際上無法讀取 V_c 。由圖六知耦聯片自由端的位移 d 和其所受的電壓 V_c 成正比，而此位移和反射光點在屏幕上的位移 y 成正比，因此光點位移 y 和時間 t 的關係曲線，即相當於電容的放電曲線。有效率的實驗步驟如下：

- (1) 先找出當耦聯片上的電壓為 36V 和 0V 時，光點在屏幕上的位置。在這兩點之間，標記數個不同 y 值的位置。
- (2) 將耦聯片充電至 36V 後，切斷直流電源，使經由 $1\text{G}\Omega$ 電阻放電，分別測出光點到達不同 y 位置時所需的時間。

實驗數據 ($\ln y - t$) 如圖十所示，圖上直線的斜率等於 $\frac{1}{RC}$ ，代入 $R = 1\text{G}\Omega$ ，可求出電容 C 。

3.3 $C = (5 \pm 1)\text{nF}$ 。



圖十

評分標準

第一部分

(1.1) 1.0 分 電路能允許施加完整的電壓範圍

1.0 分

- (1.2) 1.0 分 清楚標記的實驗裝置圖，能進行合理準確的實驗測量。 1.0 分
- (1.3) 1.0 分 正確的公式。若式內有一個錯誤，則扣 0.5 分，兩個錯誤以上，0 分。 1.0 分
- (1.4) 2.0 分 正確的數據圖。 2.0 分
- (1.5) 2.0 分 能指出電滯曲線所包裹的面積正比於耦聯片所消耗的能量。 2.0 分
- (1.6) 1.5 分 單位正確，且數值在參考答案 ± 50% 以內者。 1.0 分
- 即使有數值，但未標記單位或標記錯誤者。 0 分
- 合理的誤差估計。 0.5 分

第二部分

- (2.1) 1.0 分 $m=1$ 。 1.0 分
- (2.2) 1.5 分 得出的 n 值在 1.7 至 2.3 之間者。 1.0 分
- 得出的 n 值在 1.5 至 1.7 或 2.3 至 2.5 之間者。 0.5 分
- 合理的誤差估計。 0.5 分
- (2.3) 3.0 分 得出的 A 值在 7 至 11 之間者。 2.0 分
- 得出的 A 值在 5 至 13 之間者(但不在上述範圍之內)。 1.0 分
- 得出的 A 值在 2 至 16 之間者(但不在前述兩範圍之內)。 0.5 分
- 合理的誤差估計。 1.0 分

第三部分

- (3.1) 1.0 分 電路中應用 $1G \Omega$ 電阻，能使放電的時間常數在秒的數量級者。 1.0 分
- 其他能用於測量電容的電路。 0.5 分
- (3.2) 2.0 分 能求出電容 C 的正確公式。 0.5 分
- 能利用位移 d 和時間 t 的關係，作為時間常數的量度。 1.0 分
- 正確的數據表格或圖。 0.5 分
- (3.3) 3.0 分 數值在 3 至 7 之間者。 2.0 分
- 數值在 1 至 9 之間者(但不在上述範圍之內)。 1.0 分
- 數值在 0.5 至 12 之間者(但不在前述兩範圍之內)。 0.5 分
- 即使有數值，但未標記單位或標記錯誤者。 0 分
- 合理的誤差估計。 1.0 分

合計 20.0 分