第 38 屆(1997 年)
國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析(二)

陳昭地(*)、朱亮儒(*)、
葉永南(**)、林哲雄(***)、傅恆霖(****)
(*)國立臺灣師範大學　數學系
(**)中央研究院　數學研究所
(***)國立清華大學　數學系
(****)國立交通大學　應用數學系

問題 4 ：(伊朗)

[解答](試題委員會公布的解法，部分解法由傅恆霖教授提供)

題目中的(a)主要是要問 n 必然是偶數(n=1 除外)。回答的方式有兩種：

(1)由於 2n-1 個元素中的 n-1 個元素必然不會出現在一$(n \times n)$階銀矩陣的對角線上，令 x 爲其中一個；由題意知在任一組 i 行 i 列中， $i=1,2,\ldots,n$ ，任意的元素都要出現一次，所以 x 自然會出現在某 i 行 i 列及 j 行 j 列， $i \neq j$ ，而且一個 x 只能出現在兩個 i 行 i 列中， $i=1,2,\ldots,n$ ；如此一來， x 一定要出現，但是隨著出現的是兩個 i 行 i 列，所以 n 必然是偶數， n 自然不會是 1997 。

(2)由於一個 x(在 i 行 j 列， $i \neq j$)可以碰到兩個 i 行 i 列，而在對角線上則只有碰到一個 i 行 i 列，所以在一$(n \times n)$階銀矩陣中，每個元素至少要出現$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$次。現在假設 n 爲大於 1 的奇數，即 $n = 2k+1 (k \geq 1)$ ，則每個元素至少要出現 k+1 次，所以矩陣中的元素至少應爲

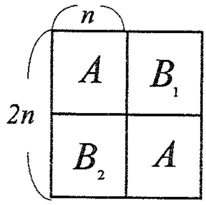
$$(k+1)(2n-1) = (k+1)(4k+1) = 4k^2 + 5k + 1 > (2k+1)^2 \quad ,(k \geq 1)。$$

此爲不可能(大於 1 的奇數皆不可能)，也就是說 1997 是不可能。

題目中的(b)部分是純粹建構能力的考驗，我國手代表答對的有 4 位，全部採以下第①種方法，及遞迴建構法。

①兩倍式遞迴建構

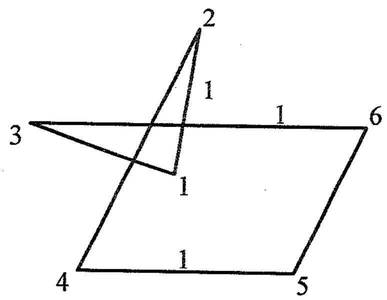
利用已經做出來的 A 加以放大成兩倍，此時 $m = 2n$ ， $2m-1 = 4n-1$ 。將 A 放在左上及右下兩個角落，然後在右上及左下分別放入兩個拉丁方陣 B_1, B_2 ，元素集合分別爲 $\{2n, 2n+1, \ldots 3n-1\}$ 及 $\{3n, 3n+1, \ldots 4n-1\}$ 如此得到的大矩陣爲 m 階銀矩陣。(由於每一 i 行 i 列必定包含 B_1 的整列與 B_2 的整行或反過來，答案明顯可得)。



因爲 2 階的銀矩陣皆可以很容易建構(例如： $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$，n＝2)，所以①的建構法可以做出任意 $m=2^k$ 階銀矩陣，符合(b)題意。(例如：將 A 的每一元素加上 2n 得 $B_1=\begin{bmatrix}5 & 6\\ 7 & 5\end{bmatrix}$，再將 B_1 的主對角線中每一元素都換成 2n 得 $B_2=\begin{bmatrix}4 & 6\\ 7 & 4\end{bmatrix}$，如此即可得一 2n × 2n 階的銀矩陣 $\begin{bmatrix}A & B_1\\ B_2 & A\end{bmatrix}$)。

②直接建構所有的偶數階

首先我們可以建構一個對稱而且對角線上都填相同元素的 n 階拉丁方陣，這種拉丁方陣稱爲 Unipotent Commutative Latin Square(UCLS)，它的建構方式有很多，以下以 n = 6 說明(以配對方式填入)：



→

0	1	2	3	4	5
1	0	4	2	5	3
2	4	0	5	3	1
3	2	5	0	1	4
4	5	3	1	0	2
5	3	1	4	2	0

另一種方法是先造出一個對角化的奇數階對稱方陣(拉丁)。再轉換成加一階的 UCLS 。例如：

1	④	2	5	❸
④	2	5	❸	1
2	5	❸	1	④
5	❸	1	④	2
❸	1	④	2	5

→

0	1	2	3	4	5
1	0	4	2	5	3
2	4	0	5	3	1
3	2	5	0	1	4
4	5	3	1	0	2
5	3	1	4	2	0

然後保留右上三角形元素，將左下三角形元素全部加上 n-1 ，從上面的例子，即得一 6 階銀矩陣。

0	1	2	3	4	5
6	0	4	2	5	3
7	9	0	5	3	1
8	7	10	0	1	4
9	10	8	6	0	2
10	8	6	9	7	0

6 階銀矩陣

變型(6↔1,7↔2)

0	6	7	3	4	5
1	0	4	7	5	3
2	9	0	5	3	6
8	2	10	0	6	4
9	10	8	1	0	7
10	8	1	9	2	0

評析：

1.本題爲伊朗設計提供，爲一組合(圖形)的題目，主試委員會預估難度爲適中題。考試結果在 460 位參賽者中，有 135 位(30%)得滿分，其中有 35 位最後得到金牌，也有 81 位(18%)得 0 分。全體得分的平均值爲 3.74 分，得分率 0.53 ，難度指數 0.53 ，屬本次六道試題中難度較易者，而其鑑別指數爲 0.74 ，也相當合理，所有獲得金牌的 39 位選手在本題的平均得分數爲 6.79 分，而拿到銀牌的 70 位選手得分之平均值爲 6.09 分，我國 6 位選手得分之平均值爲 6 分，顯然，平常訓練仍需特別加強這類型的題目，才能坐銀求金，以提升我國的名次。

2.解題評分重點：

(1)(a)部分共 3 分，其中觀察出每一非對角線上的元素恰好出現在兩個十字交會集中(即第 i 列與第 i 行元素的聯集)，可得 1 分。

(2)(b)部分共 4 分，若僅列出某一特別的 n 値之合乎條件的 $n \times n$ 階銀矩陣可得 1 分，又若以兩倍式的遞迴建構出兩個對角區域，則共可得 2 分，完整的建構出有無線多個銀矩陣，就可得到此小題的 4 分。

3.討論：

(1)我國六位代表中有五位得到滿分，在與賽國中的表現算是不錯的，然而，有人做不出來仍是缺失，適當地在以後多做這方面問題應可應付。

(2)這個題目是要建構一個由$\{1,2,\ldots,2n-1\}$中元素所組合成的 n 階方陣，使得第 i 行及第 i 列的元素集恰爲$\{1,2,\ldots,2n-1\}$。它是一個建構性的問題，難度中等，但是題目的敘述較長，造成我們國手代表中有一位未能答對，實在可惜。我們的學生中有 4 人利用(2)的方式算求(a)，有 1 人利用(1)的想法算求(a)，其中吳孟樵同學的作法雖不完備，幸經帶隊的教授們詳細補述才獲得協調分數的評分員同意而獲得滿分，顯見帶隊的教授團之重要性。

(3)在訓練上，可介紹易懂且基本的拉丁方陣結構，如：(a)拉丁方陣 (b)等冪、對角拉丁方陣 (c)對稱拉丁方陣 (d)冪等(Unipotent)拉丁方陣，尤其(d)可以配合圖的邊著色簡單介紹。

問題 5：(捷克)

[解答]：(試題委員會公布的解法)

首先證明下面引理

[引理]：設 a,b 皆爲大於 1 的整數， s,t 爲正整數，且設 $a^s = b^t$。若 $s \le t$，則 $b|a$。

證明：設 p 爲任一質數，則由假設得 $p|a$ 的充要條件爲 $p|b$。令 $a = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$，$b = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_n^{\beta_n}$。由假設得 $s\alpha_i = t\beta_i$， i=1,2,…,n。因 $s \le t$，得 $\alpha_i \ge \beta_i$，i=1,2,…,n，即 $b|a$。引理證明完畢。

當 $a = 1$ 或 $b = 1$ 時，得 $a = b = 1$，即(1,1)爲一組解，以下假設 a,b 均大於 1。現將本問題分成下列情況分別討論。

(1)當 $a \le b$ 時，由 $(a^b)^b = b^a$ 得 $a^b \le b$。因 $a > 1$，得 $b \ge 2^b$ 顯然無解。

(2)當 $a > b$ 時，由 $a^{(b^2)} = b^a$，得 $b^2 < a$，再由 $a^{2b^2} = (b^2)^a$ 得 $a > 2b^2$。依據引理，可得 $b^2|a$。令 $a = b^2u$，其中 u 爲大於 1 的整數(因 $b^2 < a$)，代入 $a^{(b^2)} = b^a$ 式中，得 $(b^2u)^{b^2} = b^{b^2u}$，化簡後得 $u = b^{u-2}$。當 $u = 3$ 時，得 $b = 3$，因此 $a = 27$。當 $u = 4$ 時，得 $b = 2$，因此 $a = 16$。當 $u \ge 5$ 時，由數學歸納法容易證得 $2^{u-2} > u$，但 $b > 1$，得 $u = b^{u-2} \ge 2^{u-2}$，矛盾。

綜合上述討論得(a,b)=(1,1),(16,2),(27,3)。

評析：

1.爲捷克設計提供，爲一數論的題目，主試委員會預估爲簡易題，考試結果在 460 位參賽者中，有 152 位(32%)得滿分，其中 36 位最後得到金牌，也有 136 位(30%)得 0 分。全體得分的平均值爲 3.35 分，得分率 0.48，難度指數 0.49，屬本次六道試題中難度偏易者，而其鑑別指數爲 0.81，也相當高。所獲得金牌的 39 位選手在本題的平均得分數爲 6.90 分，而拿到銀牌的 70 位選手得分之平均值爲 5.89 分。我國六位選手得分之平均值爲 5.83 分，顯然，平常訓練仍需特別加強這類型的題目，才能保住基本分數爭取個人成

績，以提升我國的名次。

2.解題評分重點：

(1)指出(1,1),(16,2)及(27,3)爲所求方程式的解，可得 1 分。

(2)考慮 $a\le b$ 的情況，而導出方程式 $a^{(b^2)}=b^a$ 之部分解，可得 2 分。

(3)考慮 $a>b$ 的情況，而導出方程式 $a^{(b^2)}=b^a$ 之部分解，可得 3 分。

(4)觀察到[引理]的結果是解出本題的一個重要關鍵，而證出[引理]可得 1 分。

3.討論：

(1)我國六位代表在本題的得分中有 4 位得到滿分(7 分)，僅陳明揚與陳思妤同學在推演過程中或誤用指數律(公式)或推導不周詳，而得不出最後的正確答案，實爲可惜。

(2)本屆前十名的國家中共有匈牙利、伊朗、俄羅斯、保加利亞、澳大利亞、越南等國在本道題中六位代表都拿到滿分，其他國家也都相當高。可見我國名次要進入前十名，像這類型的基本數論題就得好好把握，才能立於不敗之地。

(3)在大會的評分標準中，解答中的[引理]必須有證明的過程，否則有可能會被扣 1 分。廖健溢同學由於直接用到該[引理]的結果而沒有證明之，險被協調員扣分，幸好我們教授團處理得宜而未被扣分。這也提醒學生將來作答時一些不是很顯然的性質就必須仔細的將它的證明過程寫出來，否則碰到嚴格且一致的評分標準時，就很可能被扣分數，而平白失去分數。

問題 6：(立陶宛)

[解一](試題委員會公布的解法)

首先，觀察 $n=2k+1$ 爲一大於 1 的奇數時，任一 n 的表示法中都有一項是 1，若將此項刪掉，即可得到 2k 的表示法；反之，若將 1 加到任一 2k 的表示法中，也可以得到 $2k+1$ 的表示法。易知，這樣的對應關係是一對一且映成的，因此，我們有一遞迴關係式：

$$f(2k+1)=f(2k),\forall k\ge 1。\qquad (1)$$

更進一步地，當 $n=2k$ 爲一正偶數時，其表示法可分成以下兩類：

(I)表示法中有某些項是 1：若將其中一項 1 去掉，即可得到 2k-1 的表示法，同上面分析知，此種情況的表示法恰有 f(2k-1)種。

(II)表示法中沒有一項是 1 ：若將每一項除 2 ，即可得到 k 的表示法，因這種對應也是一對一且映成的，故此種情況的表示法有 f(k)種。

由計數之加法原理，我們又可得一遞迴關係式：

$$f(2k)=f(2k-1)+f(k), \forall k\geq 1 \text{。} \tag{2}$$

顯然 f(1)=1 ，故我們可令 f(0)=1 ，使得(1)式對 $k\geq 0$ 都成立。由(1)與(2)式可知 f 是一遞增函數且滿足

$$f(2k)-f(2k-2)=f(k), \forall k\geq 1 \text{。} \tag{3}$$

對(3)式的 k=1,2,…,n 累加，可得

$$f(2n)=f(0)+f(1)+\ldots+f(n), \forall n\geq 1 \text{。} \tag{4}$$

因此，

$$\begin{aligned} f(2n) &= 2+(f(2)+f(3)+\ldots+f(n))\leq 2+(n-1)f(n) \\ &\leq f(n)+(n-1)f(n)=nf(n), \forall n\geq 2 \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} f(2^n) &\leq 2^{n-1}f(2^{n-1})\leq 2^{n-1}\cdot 2^{n-2}f(2^{n-2})\leq \cdots \\ &\leq 2^{(n-1)+(n-2)+\ldots+1}f(2)=2^{\frac{n(n-1)}{2}}\cdot 2<2^{\frac{n^2}{2}}, \forall n\geq 3 \text{。} \end{aligned}$$

另一方面，由遞迴式(1)(2)及函數 f 的遞增性，我們可以容易證得當 $b\geq a\geq 0$ 且整數 a 與 b 有相同的奇偶性時，恆有

$$f(b+1)-f(b)\geq f(a+1)-f(a) \text{。} \tag{5}$$

將(5)式中的 a,b 分別以 $a=r-j$ 及 $b=r+j$ 代換，其中 r 爲偶數且 $r\geq k\geq 1$ 。再對 $j=0,1,2,\ldots,k-1$ 累加，可得

$$f(r+k)-f(r)\geq f(r+1)-f(r-k+1) \text{。}$$

因 r 爲偶數，由(1)式知 $f(r+1)=f(r)$ ，故

$$f(r+k)+f(r-k+1)\geq 2f(r), \forall k=1,2,\ldots,r \text{。}$$

將上式不等式對 k=1,2,…,r 累加，可得

$$f(1)+f(2)+\ldots+f(2r)\geq 2rf(r) \text{。}$$

合併上式與(4)式，可得對每一正偶數 r ，恆有

$$f(4r) \ge 2rf(r) + 1 > 2rf(r)\text{。}$$

令 $r = 2^{m-2}, m \ge 3$,帶入上式得

$$f(2^m) > 2^{m-1} f(2^{m-2})\text{。} \tag{6}$$

又當 $m = 2$ 時,(6)式顯然成立,故

$$f(2^m) > 2^{m-1} f(2^{m-2}), \forall m \ge 2\text{。} \tag{7}$$

最後,對任一大於 1 的整數 n 及任一滿足 $2l \le n$的正整數l,由(7)式我們可推得

$$f(2^n) > 2^{n-1} f(2^{n-2}) > 2^{n-1} \cdot 2^{n-3} f(2^{n-4}) > \cdots > 2^{(n-1)+(n-3)+\cdots+(n-2l+1)} f(2^{n-2l}) = 2^{l(n-l)} f(2^{n-2l})\text{。}$$

特別地,當 n 爲偶數時我們取 $l = \frac{n}{2}$,則可得

$$f(2^n) > 2^{\frac{n^2}{4}} f(2^0) = 2^{\frac{n^2}{4}}\text{。}$$

當 n 爲奇數時我們取 $l = \frac{n-1}{2}$,則可得

$$f(2^n) > 2^{\frac{n^2-1}{4}} f(2^1) = 2^{\frac{n^2-1}{4}} \cdot 2 > 2^{\frac{n^2}{4}}\text{,故得證。}$$

[解二](廖健溢同學的作法)

重複利用(1)及(2)的遞迴式得到

$$f(2^n) = 2f(2^{n-1}) + f(2^{n-1} - 1) + \cdots + f(2^{n-2} + 1)\text{,}$$

即 $$f(2^n) - f(2^{n-1}) = f(2^{n-1}) + f(2^{n-1} - 1) + \cdots + f(2^{n-2} + 1)\text{。} \tag{8}$$

由此可推得 $f(2^n) < (2^{n-2} + 1) f(2^{n-1})$。

再由數學歸納法即可證出 $f(2^n) < 2^{\frac{n^2}{2}}, \forall n \ge 3$。

另一方面,由(8)式可推得 $f(2^n) = f(2^{n-1}) + f(2^{n-1} - 1) + \cdots + f(3) + f(2) + 2f(1)$。

再由數學歸納法可證得

$$f(2^{n-2} - i) + f(2^{n-2} + i + 1) \ge 2f(2^{n-2}), \forall i = 0,1,2,\cdots,2^{n-2} - 1\text{。} \tag{9}$$

因此,$f(2^n) = \left(f(2^{n-1}) + f(1)\right) + \left(f(2^{n-1} - 1) + f(2)\right) + \cdots + \left(f(2^{n-2} + 1) + f(2^{n-2})\right) + f(1)$

$$\ge 2^{n-1} f(2^{n-2}) + f(1) > 2^{n-1} f(2^{n-2}), \forall n \ge 3\text{。} \tag{10}$$

最後由(10)式及數學歸納法即可得證

$$f(2^n) > 2^{\frac{n^2}{4}}, \forall n \ge 3\text{。}$$

評析：

1.本題爲立陶宛設計提供，爲一組合(遞迴數列)的題目，主試委員會預估爲難題。考試結果確實在 460 位參賽者中，祇有 10 位(2%)得滿分，其中有 8 位最後得到金牌，更有高達 341 位(73%)得 0 分。全體得分的平均值爲 0.81 分，得分率 0.12，難度指數 0.19，屬本次六道試題中難度最高者，而其鑑別指數爲 0.37，稍微偏低。所有獲得金牌的 39 位選手在本題的平均得分數爲 4.41 分，而拿到銀牌的 70 位選手得分之平均值爲 1.90 分。我國 6 位選手得分之平均值僅爲 1.83 分，顯然，平常訓練仍需特別加強這類型的題目，才能提升我國的成績。

2.解題評分重點：

(1)估計上界的部分，正確可得 3 分，若導出型如 $f(2^n)<2^{\mu n^2}$，其中 $\mu>\frac{1}{2}$，只能得 1 分。

(2)估計下界的部分，正確可得 4 分，若導出型如 $f(2^n)>2^{\lambda n^2}$，其中 $\lambda<\frac{1}{4}$，只能得 2 分。

(3)沒有上面(1)、(2)的估計不等式的形式，而僅有一些正確的遞迴關係式或僅寫出數列 f(n)的生成函數時，最多只能得 1 分。

3.討論：

(1)我國 6 位代表中僅陳思妤及廖建溢兩位同學在組合計數問題上充分運用到遞迴關係式，其中廖建溢得到滿分(7 分)，但陳思妤在估計其上界時誤解題目爲估計 f(2n)的上界，而沒有拿到較高分數，相當可惜。其他幾位國手代表都是直接計數再估計其上下界，也因此陷入困境而無法導出正確的上下界。

(2)本題是今年 6 道試題中難度最高的一題，在全部 460 位競賽的學生中，祇有 10 位得到滿分(7 分)，其中之一就是我國代表選手，因此，我國 6 位代表能在本題的總得分上在與賽的 82 個國家中名列第 11 位。整體表現雖在平均水準之上，但往後訓練更需加強這類型的題目，以爭取較佳的成績。

(3)事實上，對於函數值 $f(2^n)$ 下界之估計，我們可以進一步得到最佳的結果：$f(2^n)\geq 2^{\frac{(n-2)^2}{3}}$，這是因爲我們可證得不等式 $f(2^{n+3})\geq 2^{2n-1}f(2^n)$，再利用數學歸納法，即可證出上面較佳的下界。

(4)有興趣的讀者也可研究以下的變形問題：若 f(n)表示滿足 $n=2^{c_1}+2^{c_2}+\cdots+2^{c_k}$ 的非負

整數遞減數列 $c_1, c_2, \cdots, c_k$ 的個數，則

$$2^{\frac{n^2}{4}} < f(2^n) < 2^{\frac{n^2}{2}}, \forall n = 3,4,5,\cdots$$ 。

四、結論

從以上的成績統計及試題詳解與評析，我們綜合提出以下幾點結論，以供參考：

1. 本屆命題技巧相當靈活且試題新穎，試題的難度比去年(印度)低，但高於前年(加拿大)的試題。題型的設計也與往年大不相同，尤其是在一些試題中，學生必須先了解新定義名詞的概念並觀察出某些性質後才能進一步的分析求證。因此，一般的學生要拿到高分並不容易，今年全部參賽學生得分平均 16.07 分(去年 12.46 分，前年 18.95 分)，得到滿分(42 分)的學生僅有 4 位。我國 6 位學生代表平均得 24.67 分，整體的表現尚稱理想，但仍有一些該得到的基本分數沒有把握住，相當可惜。因此，將來集訓時應再加強實作的經驗與基礎訓練。
2. 本屆六道競試題分屬組合、平面幾何、代數(不等式)、組合(圖形)、數論及組合(數列)。從命題的型態與流行趨勢來看，組合題(組合學，圖形學及數列等)是最熱門的題目。相信未來幾年在國際數學奧林匹亞競試中，這類型的試題仍將是一主要的命題趨勢。今年我國六位代表在這次的三道組合題的表現上，以第 4 題的成績最好，共有 5 位得到滿分(7 分)，另外一位同學因誤解題意而沒有得到好成績相當可惜。第一題組合題有 3 小題，(a)(b)小題是基本題，只要學生專注作答，應該都可拿到這部分的基本分數(4 分)；(c)小題稍難，六位代表中僅有吳孟樵同學得到滿分(7 分)。而第 6 題的組合題是屬於遞迴數列的應用問題，也是本屆 6 道題中最難的一題，在 460 位參賽學生中僅有 10 位得到滿分(7 分)，全部參賽學生本題的平均得分也很低，僅有 0.81 分。我國學生中祇有 2 位學生利用到遞迴關係式的技巧，但最後僅廖健溢同學估計出正確的上下界。整體而言，我國六位代表對這類型題目的表現，雖較往年有進步但仍不如預期。因此，將來集訓時應廣邀這領域的學者專家或教授參與訓練與指導的工作，才能協助我國學生代表突破組合題的瓶頸，獲得較高的成績。
3. 我國參賽的六位學生代表，計得四銀二銅，總分 148 分，比去年的 100 分進步不少，在 82 個參賽國中排名第十四名。除陳明揚與吳孟樵兩位同學因長途的飛行或因臨場過於緊張而成績不如預期外，其餘四位代表的表現尚稱正常，但仍有部分該得的分數因失常而無法達到預期的目標。如廖健溢若把握住第 1 題的(b)小題，則可獲取金牌；張懷良的第 3 題代數置換排列問題及第 6 題遞迴數列問題都是他

的專長卻沒有拿到好分數，令人惋惜；吳孟樵的第2題幾何題，因誤以爲題目難，作了太多的補助線使題目更顯得複雜，加上個人幾何基礎不足，而沒有得到分數，相同可惜；陳思妤的第6題組合題，雖已列出正確得遞迴式，但誤估2n的表示法之方法數(原題爲 2^n 的表示法之方法數)的上界而喪失一些分數；陳明揚由於太緊張而誤解第1題的題意，對於第4題中的定義新名詞的題型又不適應，加上第5題中錯用指數律而平白失去一些該得的分數。因此，體能的訓練及紓解學生的心理壓力也將是今後訓練及出國競賽應特別重視的問題。

4.今年試題的特色之一是以往都有出現兩題的平面幾何題，但今年6道試題中僅出現一題簡易的平面幾何題(可用一般的幾何證法、三角證法或解析證法)，對於擅長幾何題的我國代表學生就無從發揮而佔不到便宜。這無形中影響到我們的團隊成績與排名；也沒有出現我國學生拿手的傳統不等式題，對我全體成績就沒有助益，反之，今年雖有不等式但卻是一種估計上下界的組合型式，這對我們的學生更顯得不利。加上36小時的長途飛行，六位國手能在這種較不利的條件與環境下獲取佳績，仍屬難能可貴。此外，學生在作答時，常缺乏嚴謹的分析與思考，以至答案不夠完整，計算的推導過程也偶有錯誤而遭到扣分，造成得不到滿分的現象仍常出現，幸好全團教授通力合作尋求最適當的解說方式，將這些失分降到最低，方能獲得今年的佳績。由於參賽的各國學生高手如雲，不可稍有失常且作答要兼顧正確性與完整性，才有機會成爲金牌的得主。因此，平時對學生的要求與訓練也就格外的重要。將來希望能廣增學者、專家、教授或高中指導教師的參與、協助訓練、蒐集資料與輔導的工作，並適度的安排體能活動，讓學生代表在身心各方面達到均衡，才能在成績的表現上有進一步的突破。