

中學數學挑戰徵答題

設計者：通訊解題發掘數學資優生研究小組

◆本期徵答截止日期：民國 86 年 11 月 29 日；相關參考解答將刊於科學教育月刊第 205 期

問題編號

2006

設 $\langle a_n \rangle$ 為一無窮數列，任意正整數 n ， $\langle a_n \rangle$ 是 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ 的個位數字。
證明： $0.a_1a_2a_3\dots a_n\dots$ 是有理數。

問題編號

2007

設 $f: R \rightarrow R$ 為滿足下列條件的函數：
任意實數 x, y ， $f((x-y)^2) = f(x)^2 - 2xf(y) + y^2$ 恆成立。
試找出所有滿足上述條件的函數 f 。

問題編號

2008

內切圓為單位圓的三角形中，試確定所有三邊長均為整數的三角形有那些。

問題編號

2009

試確定 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{86}^2 = y^{1997}$ 是否有無窮多組 $x_1, x_2, \dots, x_{86}, y$ 的正整數解。

問題編號

2010

在 n 列 n 行的 $n \times n$ 小正方形裡，填入 -1 或 0 或 1 中的一個數。試確定所有 n 值能使填入各列各行的 n 個數的和共有 $2n$ 個，這 $2n$ 個和都不相等。

註：(1) 本徵答題係配合高二數學教學進度設計。

(2) 徵答題及其解答等相關資訊已出現於 WWW 網路上，

網址：<http://www.math.ntnu.edu.tw>