

氣體的速率，動能與內能

鍾崇榮
國立清華大學化學系

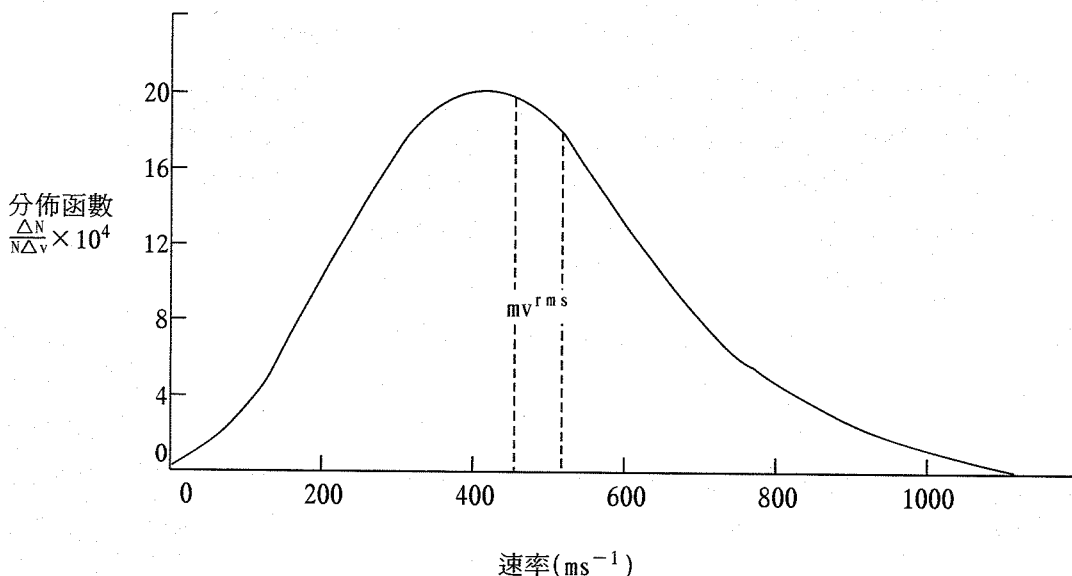
一、前言

筆者在科學教育月刊198期發表的第一篇論文：「現行高中化學教科書中之問題」中，由於排版疏忽，在56頁第十行，將原稿為「 $1/2mv_{rms}^2 = 3/2kT$ 」，排印成「 $1/2mv_{rms}^2 = 2/3kT$ 」。引來不少讀者的詢問，其中有兩位讀者分別問我如何求氣體的平均速率以及氣體的動能與內能有何不同。

收到讀者電話，才發現自己竟然這樣粗心。原稿為 $3/2kT$ ，排印時排成 $2/3kT$ ，我竟然沒有仔細做好校對工作。如果因此而誤導讀者，真是莫大的罪過，對自己這個不可原諒的疏失，一直耿耿於懷。

二、氣體分子的平均速率與根平方均速率

氣體分子由於碰撞，因此它的速率隨時在變。如圖一所示，在273K時， N_2 分子的速率分佈範圍極廣，此曲線稱馬克斯威爾-波耳茲曼之速率分佈曲線：



圖一 N_2 在273K之速率分佈圖。 \bar{v} 為平均速率， v_{rms} 為根平方均速率。

$$\frac{dNv}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-mv^2/2kT} \cdot 4\pi v^2 dv$$

其中 k 為 Boltzmann's constant。氣體的平均速率 \bar{v} 求法如下：

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-mv^2/2kT} \cdot 4\pi v^2 dv$$

$$= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2(m/2kT)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

氣體的根平方均速率 (the root mean square speed) v_{rms} 為 $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$ ，因此

$$\frac{1}{2} m v_{rms}^2 = \frac{3}{2} kT。$$

三、氣體的動能

氣體分子運動可分為移動，轉動與振動；因此氣體分子動能包含移動，轉動，與振動三部分：

$$U_{k.e.} = U_{tr} + U_{rot} + U_{vib}$$

氣體分子移動共有三個自由度 (degrees of freedom)，每莫耳氣體每個自由度之移動動能皆為 $1/2RT$ 。因此每莫耳氣體之移動動能為 $3/2RT$ 。

直線形氣體分子如 O_2 ， N_2 ， CO 及 NO 等之轉動，共有二個自由度，每莫耳直線形氣體分子之轉動動能約為 RT 。

非直線形氣體分子如 CH_4 ， SO_2 ，及 CH_3OH 等之轉動，共有三個自由度，每莫耳非直線形氣體分子之振動動能約為 $3/2RT$ 。

雙原子氣體分子的振動動能為 $nR \frac{hv}{k} \cdot \frac{1}{e^{hv/kT}-1}$ ，其中 ν 為振動之頻率。振動動能可為 0 到 RT 間的任何值 (參考資料)，低溫時其值很小。當溫度不高時 ($T < 300K$)， N_2 ， O_2 ， CO ， NO 之振動動能都非常小，可以忽略。

單原子氣體如 He ， Ne ， Ar ， Kr ， Xe ， Hg 等之平均動能為 $3/2kT$ 。溫度低於 $300K$ 時，雙原子氣體如 N_2 ， O_2 ， CO ， NO 等之平均動能約為 $5/2kT$ 。

四、氣體的內能

氣體的內能除了動能之外，還包括電子能 (U_{el}) 與熱力學最低內能 (U_0)；其中 U_0 為理想氣體在所有分子皆處於最低移動，轉動，振動與電子狀態時之熱力學內能。

$$U = U_{tr} + U_{rot} + U_{vib} + U_{el} + U_0$$

其中 U_{tr} ， U_{rot} ，和 U_{vib} 合成氣體的動能。

五、結語

人都會犯錯，我們的錯誤可能令我們消沉，也可能有助於我們，完全取決於自己的態度。一旦我們選擇反省與學習，並從其中獲益，它們就會有助於我們。與其把錯誤看成不可原諒的行為，不如把錯誤當成學習成長的良機。因此我利用回答資優生問題的機會，寫這篇文章，希望能補救上一期（198期）56頁中核稿時的疏忽。

六、誌謝

筆者非常感謝教育部暑期教師進修計劃以及國家科學委員會高中理化學習成就優異學生輔導實驗計劃。

參考資料

Mahan B. M. and R. J. Myers. *University Chemistry, 4th ed. Menlo Park, California: Benjamin/Cummings, 1987, chap. 2.* ★

中華民國參加第38屆國際數學奧林匹亞競賽 第二階段儲訓代表隊出爐

中華民國數學奧林匹亞委員會

中華民國參加1997年7月18日～31日，在阿根廷 馬普拉塔舉行的第38屆國際數學奧林匹亞競賽國家代表隊之選訓營，第一階段從4月8日至16日在國立臺灣師範大學理學院舉行。計選出十位儲訓代表繼續參加從5月8日至15日在國立臺灣師範大學理學院舉行的第二階段國家代表隊選訓營。十位儲訓代表名單如下：

臺北市立建國高中學：陳明揚（高一）、余家偉（高三）

臺北市立第一女子高級中學：吳君淳（高二）、陳思好（高三）

國立臺灣師大附中：吳孟樵（高三）

省立嘉義高級中學：黃柏凱（高二）

省立台南第一高級中學：賴信弘（高二）、李卓穎（高三）、張懷良（高三）

高雄市立高級中學：廖健溢（高二） ★