中學數學挑戰徵答題參考解答評析

通訊解題發掘數學資優生研究小組

問題編號 1011

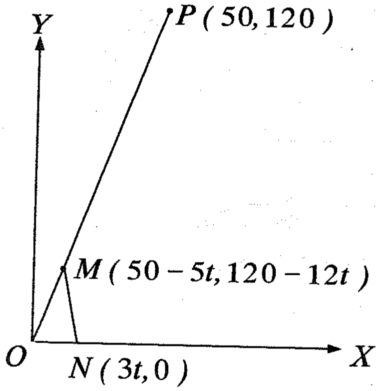
在平面直角坐標系 OXY 中，點 P (50,120) 處有一動點 M 以每秒 13 個單位的速度沿直線 PO 向原點 O 的方向移動，同時，原點 O 處有一動點 N 沿 X 軸以每秒 3 個單位的速度向 X 軸的正方向移動。開始時 M 點在 P 處，N 點在原點 O 處。問經過多少時間， M 與 N 之間的距離最短。

解答：

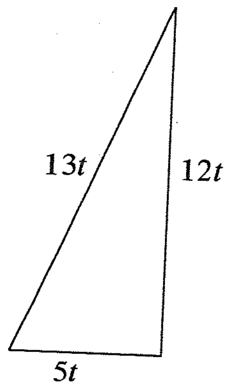
（一）$\overline{PO}$ 的斜率 $\dfrac{12}{5}$，已知動點 M 每秒 13 個單位沿 $\overline{PO}$ 方向移動，因此 t 秒後 M 的位置為（ 50-5t,120-12t ）如圖所示。

（二）動點 N 每秒 2 個單位沿 $\overline{OX}$ 移動，因此 t 秒後 N 的位置為（ 3t,0 ）。

（三） t 秒之後 M ， N 兩動點的距離 $\overline{MN}$



$$
\begin{aligned}
\overline{MN}^2 &= \left[(50-5t)-3t\right]^2+(120-12t)^2 \\
&= (50-8t)^2+(120-12t)^2 \\
&= 208t^2-3680t+16900 \\
&= 208\left(t-\frac{115}{13}\right)^2+k \quad（k \text{ 為某定數}）
\end{aligned}
$$



當 $t=\dfrac{115}{13}=8\dfrac{11}{13}$ 時，$\overline{MN}^2$ 最小，也就是 $\overline{MN}$ 最小

所以經過 $8\dfrac{11}{13}$ 秒之後， M 與 N 的距離最小。

《解題重點》

1.從 $\overline{PO}$ 的方向分析，點 M 每秒移動的橫坐標與縱坐標的比率 $(\frac{5}{13},\frac{12}{13})$，從而得到 M 的位置與時間 t 的關係。

2.N 的位置，並由距離公式得到 $\overline{MN}$ 秒鐘後的距離。

3.二次極值與多項式運算。

《評析》

1.本題配合高一基礎數學第一冊一元二次函數的題材命題，延續國中三年級數學課程，參與徵答的學生數最多，計有台中女中萬佳育等 167 人，得分率 0.98 ，幾近滿分；高二、三年級的學生都得滿分。

2.確實掌握題意，設定參數再由二點距離公式得出一元二次函數型式，借助配方

法即可順利求解。對台灣的高一數理班學生而言，本題應為一個基礎簡易題。

問題編號 1012

一個 2n 位正整數，將其中任意兩個數的位置互調而得一個新的數，我們稱之為一次操作。如果經過有限次操作之後，所得到的數，能使在前 n 位的數字和與在後 n 位的數字和差的絕對值不超過 9，我們就稱原來的 2n 位正整數為“好數”。試求所有的 n 使 2n 位正整數可以是“好數”，並求對應於 n 的 2n 位正整數是“好數”的充要條件。

解答：（一）任意正整數 n，所有的 2n 位正整數，都是好數。

（二）用歸納法證明（一）的結論

（1）當 n=1 時，即任意一個二位正整數，將十位數字與個位數字互調一次，顯然合乎“好數”的條件。所以 n=1 時，（一）的結論正確。

（2）設 n=k 時，（一）的結論正確，也就是任意 2k 位正整數（其實包括前幾位數字都是 0 的 2k 個有序數字在內），都是“好數”則 n=k+1 時，我們以 $\boxed{a_1a_2a_3a_4\cdots\cdots a_{2k}a_{2k+1}a_{2k+2}}$ 表之。由（2）之假設知道，$\boxed{a_2a_3a_4\cdots\cdots a_{2k}a_{2k+1}}$ 是“好數”，也就是此 2k 位數經過有限次操作之後，可以得到 2k 位數排成的 $\boxed{b_2b_3b_4\cdots\cdots b_{2k}b_{2k+1}}$（其中 $b_2b_3b_4\cdots\cdots b_{2k}b_{2k+1}$ 是 $a_2a_3a_4\cdots\cdots a_{2k}a_{2k+1}$ 的重排）使 $\boxed{b_2b_3b_4\cdots\cdots b_kb_{k+1}}$ 與 $\boxed{b_{k+2}b_{k+3}b_{k+4}\cdots\cdots b_{2k+1}}$ 的數字和之差不超過 9。不妨設前面的數字和大於等於後面的數字和，然後如果 $a_1 > a_{2k+2}$，則將 a_{2k+2} 與 a_1 互調，則 $\boxed{a_{2k+2}b_2b_3\cdots\cdots b_{2k+1}a_1}$ 在前面的 k+1 個數字和與後面的 k+1 個數字和之差的絕對值不超過 9。

所以 n=k+1，（一）的結論也成立。

由數學歸納法知（一）的結論是正確的。

《解題重點》

1. 從 n=1,n=2 的特例，可以看出任意 2 位數顯然成立。而任意 4 位數祇要調動中間兩個數字（或甚至於不調動）就可以知道任意二位數、四位數都是“好數”。
2. 歸納法證明：對 2k+2 數的調動，先拿中間的 2k 數調動是得證的關鍵。

《評析》

1.本題配合高一基礎數學第一冊數學歸納法命題，但題型新穎，歸納技術較靈巧，因而參與徵答學生數較少，僅有武陵高中黃彥穎等 45 人，得分率 0.62，這期五道題中徵答人數最少，得分率也最低。

2.學生看到題型較生疏的問題，題意較難掌握時，可就 n=1,2 等特例幫助了解題

意以拆穿神祕面紗，進一步思考推理，即可順利求解。

問題編號 1013

設$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$分別為ΔABC 的三條周界平分線。
試證：$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$三線共點*。

解答：證法（一）

1.設$\overline{AB}=c$，$\overline{BC}=a$，$\overline{CA}=b$，且$s=\dfrac{a+b+c}{2}$。

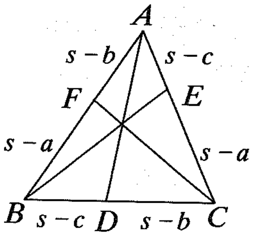
2.$\overline{AB}+\overline{BD}=\overline{AC}+\overline{CD}=s\Rightarrow\overline{BD}=s-c$，$\overline{CD}=s-b$。

3.同理可證$\overline{AF}=s-b,\overline{BF}=s-a,\overline{CE}=s-a,\overline{AE}=s-c$。

4.$\dfrac{\overline{AF}}{\overline{FB}}\times\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\times\dfrac{\overline{DE}}{\overline{EA}}=\dfrac{s-b}{s-a}\times\dfrac{s-c}{s-b}\times\dfrac{s-a}{s-c}=1$，

由西瓦定理知：$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$三線共點。

證法（二）如左圖



1.設$\overline{AD}$，$\overline{BE}$兩線交於 O，連接$\overline{CO}$並延長交$\overline{AB}$於F'。

2.令$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2s$，則$\overline{AB}+\overline{BD}=s=\overline{AB}+\overline{AE}$

$\Rightarrow\overline{BD}=\overline{AE}$。

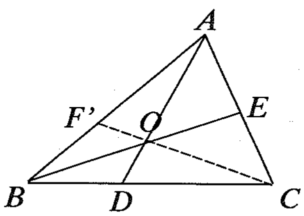
3.$\overline{AB}+\overline{BD}=\overline{AE}+\overline{EC}+\overline{CD}=s\Rightarrow\overline{AB}=\overline{CE}+\overline{CD}$。

4.因為$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF'}$交於 O，由西瓦定理知

$\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\times\dfrac{\overline{CE}}{\overline{EA}}\times\dfrac{\overline{AF'}}{\overline{F'B}}=1$，又$\overline{BD}=\overline{AE}$，所以$\dfrac{\overline{CE}}{\overline{DC}}\times\dfrac{\overline{F'B}}{\overline{AF'}}=1$，

$\Rightarrow\dfrac{\overline{CE}+\overline{DC}}{\overline{DC}}=\dfrac{\overline{F'B}+\overline{AF'}}{\overline{AF'}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AF'}}$，且$\overline{CE}+\overline{DC}=\overline{AB}$（由 3.知）

$\Rightarrow\overline{DC}=\overline{AF'}$



5.$\overline{AD}$為周界平分線$\Rightarrow\overline{AF'}+\overline{F'B}+\overline{BD}=\overline{AE}+\overline{CE}+\overline{CD}$，

且$\overline{BD}=\overline{AE}$，$\overline{DC}=\overline{AF'}\Rightarrow\overline{F'B}=\overline{CE}$

$\Rightarrow\overline{CA}+\overline{AF'}=\overline{AE}+\overline{EC}+\overline{AF'}=\overline{BD}+\overline{DC}+\overline{F'B}=\overline{CB}+\overline{BF'}$

$\Rightarrow\overline{CF'}$為周界平分線，

即$\overline{CF}=\overline{CF'}$，所以$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$三線共點。

《解題重點》

1.由周界平分線知，$\overline{AB}+\overline{BD}=s$，（周長之半），導出$\overline{BD}=s-c$，再由對稱關係分別得$\overline{DC},\overline{CE},\overline{EA},\overline{AF},\overline{FB}$。

2.“西瓦定理”，ΔABC 中$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$分別交對邊或其延長線於 D,E,F ，若

$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$三線共點，則$\dfrac{\overline{AF}}{\overline{FB}}\times\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\times\dfrac{\overline{DE}}{\overline{EA}}=1$。反之，亦成立。此命題叫做西瓦定理的逆定理。（證明可參閱一般幾何書籍）。

3.證法（一），由於$\dfrac{\overline{AF}}{\overline{FB}}\times\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\times\dfrac{\overline{DE}}{\overline{EA}}=1$，所以由“西瓦定理”的逆定理可知$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$三線共點。

4.證法（二），過$\overline{AD}$，$\overline{BE}$的交點 O，引$\overline{CO}$直線交$\overline{AB}$於 F'，由“西瓦定理”得到$\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\times\dfrac{\overline{CE}}{\overline{EA}}\times\dfrac{\overline{AF'}}{\overline{F'B}}=1$。再導出$\overline{AF'}$就是周界平分線，即

$\overline{AF}=\overline{AF'}$，所以三線$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，$\overline{CF}$共點。

《評析》

1.本題屬純幾何題，配合“可利用西瓦定理”的提示，徵答學生人數很多，僅略少於第 1011 題，計有實驗高中李舟樺等 153 人（博愛國小五年級學生朱浩瑋亦參與本題徵答，並得滿分）。

2.本題可說是三角形五心以外另一心，有人將它稱作周心，正規地說，此點稱作 Nagel 點。

3.對於正規教材未出現的有用定理，透過提示幫助學生尋找課外資料研讀，一方面可降低本題難度，另一方面又可自學到很有用的定理工具，可說一舉數得。

問題編號 1014

在平面直角坐標系中，有一個 1996 邊的多邊形 P 滿足下列三個條件：

（1）P 的頂點的坐標都是整數。

（2）P 的所有邊都與坐標軸平行。

（3）P 的所有邊的邊長都是奇數。

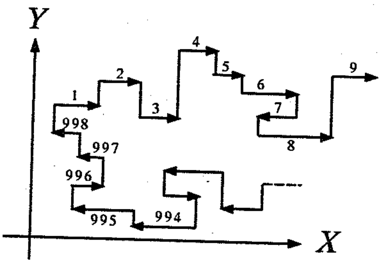
試證：P 的面積是奇數。

解答：1.不失一般性，可令多邊形 P 的頂點都在第一象限內。

2.P 為 1996 邊形，且各邊平行 X 軸或 Y 軸，可知有 998 邊平行 X 軸，998 邊平行 Y 軸，如圖所示。

3.我們可將平行於 X 軸的邊由左上角開始，依順時鐘的方向將它們編號 1,2,3,4,⋯⋯,997,998。然後過各邊的兩端點作 X 軸的垂線與 X 軸形成一個長條矩形，一共可得 998 個長條矩形。設由第 i 邊作成的長條矩形的面積為 s_i，那麼多邊形 p 的面積為 $\sum_{i=1}^{998}(\pm s_i)$，此式 s_i 中的正負號依第 i 邊在編號的過程中的方向而定，朝 X 軸正向者為正，朝 X 軸負向者為負，如圖所示，P 的面積

$=s_1+s_2+\cdots+s_6-s_7+s_8+\cdots-s_{994}-s_{995}+s_{996}-s_{997}-s_{998}$



4.因為各長條矩形的頂邊長（即已有編號的邊長）為奇數，所以 s_i 的面積的奇偶性由其高度決定。但編號相鄰的兩長條矩形高度相差為一奇數（因為所有邊長奇數）所以相鄰兩長條矩形面積（即 s_i ，s_{i+1} ）的奇偶性相反，在 998 個 s_j 中（ j=1,2,3,………,998 ）恰有 449 個偶數，所以 p 的面積為（ 449 個奇數的和或差）與（ 449 個偶數的和或差）的差或和，必為一個奇數。得證。

《解題重點》

1.為處理方便可將整個圖形於在第一象限內討論。

2.由題設可知， 2n 邊形恰有 n 邊與 x 軸平行，過各邊的兩端點作 x 軸的垂線，然後以 x 軸為底可形成長條矩形。

3.由觀察得知，若將各平行 x 軸的邊依一定方向(順時鐘或逆時鐘方向均可編號，給予“有向面積”，順時鐘方向的矩形面積為正，逆時鐘方向的矩形面積為負，那麼編號由 1,2,3,4,………,997,998 循環一圈，"有向面積"的代數和"恰為 p 邊形的面積"。

4.998 個長條矩形，相鄰者之"高"相差是一個奇數，所以其面積必一奇、一偶，因此 998 個有向面積中，有 499 個奇數， 499 個偶數，其代數和必為奇數。

《評析》

1.本題徵答學生數稍少，計有花蓮高中徐瑞宏等 78 人，得分率 0.67 ，僅稍高於第 1012 題。

2.本題另一作答方式是以用頂點坐標來表示面積，根據題意，頂點坐標間具有特殊關係，從而分析奇偶性得到結論；但許多徵答者書寫表達欠清晰，分析欠完整而遭到扣分。

問題編號 1015

設 x_1,x_2,Λ,x_n 是由 1,2,3,………,n 等 n 個正整數的任意一個重排。

試求 n 層絕對值函數 $\left|\cdots\left|\left|x_1\right|-x_2\right|-x_3\right|-\cdots\cdots-x_n\right|$ 的最大值。

解答：解法（一）：

（一）討論

1. 任意兩正數 a_1,a_2 恆有 $\left|a_1-a_2\right|\le\max\left\{a_1,a_2\right\}$ ，（ $\max\left\{a_1,a_2\right\}$ 表示 a_1,a_2 中的最大值）。

2. $a_1,a_2,\cdots,a_n$為 n 個正數時，由數學歸納法證易證

$$\left|\cdots\left|\left|a_1\right|-a_2\right|-a_3\right|-\cdots\cdots-a_n\Big| \le \max\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$$ 。

因此，我們可知所欲求的最大函數值必小或等於 n 。

3.對任意整數a_1,a_2，易證$|a_1-a_2|$與a_1+a_2的奇偶性必相同，因此由數學歸納法，易證$\left|\cdots\left|\left|a_1\right|-a_2\right|-a_3\right|-\cdots\cdots-a_n\Big|$與$a_1+a_2+a_{3+}\cdots+a_n$的奇偶性相同，對任意 n 個整數恆成立。

（二）現在就本題而言，令$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$表示本問題的函數，對正整數 n 而言，

（A） 當 n=4t （ t 為正整數）時，$\sum_{i=1}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}=2t(4t+1)$為偶數，因此，$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$必為偶數。又$||1|-3|-2|=0$且$|||4k|-(4k+1)|-(4k+3)|-(4k+2)|=0$，任意$t$而言，

$4t+1,4t+2,4t+3,4t+4$ 四個數

$|||4t+1|-(4t+3)|-(4t+4)|-(4t+2)|=0\cdots\cdots\cdots$（*）

（1） 當$t=1$時，$f(1,2,3,4)=4$最大

（2） 當$t=2$時，$f(1,2,3,4,5,6,7,8)=8$最大（因為

$|||||||1|-3|-2|-4|-5|-7|-6|=|||4|-5|-7|-6|=0$）。

（3） 由數學歸納法易得：$n=4t$時

$f(1,3,2,4,5,7,6,8,\cdots,4t-3,4t-1,4t-2,4t)=4t$，即

$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$的最大值為n最大。

（B）當$n=4t+1$，$t=0$或t為正整數時，

$\sum_{i=1}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}=(4t+1)(2t+1)$必為奇數，因此$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$必為奇數。由（A）之（*）式知

(**) $$|\cdots|||||||1|-3|-4|-2|-5|-7|-8|-6|-\cdots|-(4t-3)|-(4t-1)|-4t|-(4t-2)|=0$$

所以$f(x_1,x_2,\cdots,x_{4t},x_{4t+1})$的最大值$=4t+1=n$，即

$f(1,3,4,2,5,7,8,6,\cdots,4t-3,4t-1,4t,4t-2,4t+1)=4t+1=n$。

（C）當$n=4t+2$，$t=0$或t為正整數時

$\sum_{i=1}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}=(2t+1)(4t+3)$必為奇數。因此

$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$必為奇數，亦可知必小於 n 。由（ B ）中（**）式裡，每個數都加 1 ，其結果不變。因此 $n=4t+2$ 時，

$f(x_1,x_2,\cdots,x_{4t+2})$的最大值為（ $4t+2$ ）$-1=4t+1=n-1$

因為

$$f(2,4,5,3,6,8,9,7,\cdots,4t-2,4t,4t-1,4t+1,4t+2,1)=(4t+2)-1$$
$$=4t+1=n-1$$

（ D ）當 $n=4t+3$ ， $t=0$ 或 t 為正整數時

$\sum_{i=1}^{n} i=\dfrac{n(n+1)}{2}=(4t+3)(2t+2)$ 必為偶數。因此

$f(x_1,x_2,\cdots,x_{4t+3})$必為偶數，亦知必小於 n ，由（ B ）（**）式可得

$f(x_1,x_2,\cdots,x_{4t+3})$之最大值為

$$f(1,3,4,2,5,7,8,6,\cdots,4t-3,4t-1,4t,4t-2,4t+1,4t+2,4t+3)$$
$$=\big|\,\big||4t+1|-(4t+2)\big|-(4t+3)\big|=4t+2=n-1 \text{。}$$

（三）結論：

由（二）中（ A ）（ B ）（ C ）（ D ）的討論如下：

（1） 當 $n=4t$ 或 $4t+1$ ， $t=0$ 或正整數時，所欲求的最大函數值為 n ，其構造法如（二）之（ A ），（ B ）。

（2） 當 $n=4t+2$ 或 $4t+3$ ， $t=0$ 或正整數時，所欲求的最大函數值為 $n-1$ ，其構造法如（二）之（ C ），（ D ）。

解法（二）：（採自嘉義高中莊雲欽，武陵高中莊家勛、彭彥碩之解法）

令 $\big|\cdots\big||x_1|-x_2\big|-\cdots-x_n\big|=k_n$

$\big|\cdots\big||x_1|-x_2\big|-\cdots-x_n\big|=k_{n-1}$

又 $x_n\le n$ 且 $k_{n-1}\ge 0$ ，$\Theta\ k_n\le n \therefore k_n$ 之最大值不超過 n

而欲使 k_n 之值最大，則 k_{n-1} 要愈小愈好，且 a_n 排最大值（即 n ）

且又發現 4 個連續整數由大而小排之使形成 $\big|\,\big||a_i|-a_{i-1}\big|-a_{i-2}\big|-a_{i-3}\big|$ 其值=0 （即 $\big|\,\big||b|-(b-1)\big|-(b-2)\big|-(b-3)\big|=0$ ）

1. $n=4k$ 時，我們將之排成：

$$\Big|\cdots\underbrace{\big|\big|\big|(n-1)-(n-2)\big|-(n-3)\big|-(n-4)\big|}_{0}\underbrace{-(n-5)\big|-(n-6)\big|-(n-7)\big|-(n-8)\big|}_{0}\cdots\underbrace{\big|-3\big|-2\big|-1\big|}_{0}-n\Big|=n(\text{最大值})$$

4 個一組=0

2. $n=4k+1$時，我們將之排成：

$$\left|\cdots\left|\left|\underbrace{(n-1)-(n-2)\right|-(n-3)\right|-(n-4)}_{0}\right|-\cdots\left|\underbrace{-5\right|-4}_{0}\left|\underbrace{-3\right|-2\left|-1\right|}_{0}-n\right|=n(\text{最大值})$$

3. $n=4k+2$ 時，我們將之排成：

$$\left|\cdots\left|\left|\underbrace{(n-1)-(n-2)\right|-(n-3)\right|-(n-4)}_{0}\right|-\cdots\left|\underbrace{-5\right|-4\left|-3\right|-2}_{0}\left|-1\right|-n\right|=n-1(\text{最大值})$$

4. $n=4k+3$ 時，我們將之排成：

$$\left|\cdots\left|\left|\underbrace{(n-1)-(n-2)\right|-(n-3)\right|-(n-4)}_{0}\right|-\cdots\left|-6\right|\underbrace{-5\left|-4\right|-3\left|-2\right|}_{0}-1\left|-n\right|=n-1(\text{最大值})$$

解法（三）：（採自建國中學陳奕瑋之解法）

因 $x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n$ 可為表數線上 1 到 n 中的整數點，而當中任兩數相減的絕對值為那兩點間的距離，又任何數的絕對值必大於或等於 0，所以其題目的答案必小於或等於 n。

以下數學歸納法同解法（二）。

《解題重點》

1.當 $a,b\geq 0$ 時，$|a-b|\leq\max\{a,b\}$，且當 x,y,z 為實數時，
$\max\{\max\{x,y\}z\}=\max\{x,y,z\}$。

2.任意 n 個正實數 $a_1,a_2,a_3,\ldots\ldots,a_n$，
$\left|\cdots\left|\left|a_1\right|-a_2\right|-a_3\right|-\cdots\left|-a_n\right|\leq\max\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n\}$。

3. a_1,a_2 為整數時，$|a_1-a_2|$ 與 a_1+a_2 的奇偶性相同，且 $a_1,a_2,a_3,\ldots\ldots,a_n$ 為 n 個整數時，$\left|\cdots\left|\left|a_1\right|-a_2\right|-a_3\right|-\cdots\left|-a_n\right|$ 與 $a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n$ 之奇偶性相同。

《評析》

1.本題徵答人數將近一半的比例，計有台南一中梁東尼等 88 人，原預估本期五道題之最難題，結果得分率 0.80，與原預估略有差距。

2.嘉中莊雲欽的解法書寫簡明清晰，亦稱完整；建中陳奕瑋用數線位置關係解釋，最大值不大於 n，想法最直接。

評註：

1.本次徵答統計簡表如下：

總人數 170 人	問題編號	1011	1012	1013	1014	1015
	得分	1140	213	1054	366	493
	徵答人數	167	45	153	78	88
	得分率	0.98	0.68	0.98	0.67	0.80
一年級 134 人	得分	895	100	824	252	285
	徵答人數	132	23	120	52	56
	得分率	0.97	0.62	0.98	0.69	0.73
二年級 25 人	得分	175	64	168	64	147
	徵答人數	25	14	24	17	23
	得分率	1.00	0.65	1.00	0.54	0.91
三年級 11 人	得分	70	49	62	50	61
	徵答人數	10	8	9	9	9
	得分率	1.00	0.88	0.98	0.79	0.97
參與徵答總校數：24 所 計：　計畫內：16 所，非計畫內：8 所						

2. 本期較上一期難度降低，跟第一期（1001-1005）很接近。高一學生徵答數較多的學校計有建中、雄中及嘉中三所高中。

3. 本期答題較優異的學生計有：

高一：建中林沐恩、黃致遠，武陵黃彥穎、游志強，台中女中萬佳育，台南一中梁東尼，雄中王紹宇、林耕賢、盧佑群等九位。

高二：建中莊額嘉，北一女吳君淳，台師大附中陳正傑，武陵胡台威，花蓮高中沈至豪，長榮中學蔡孟哲等六位。

高三：建中郭文雄、余家偉、王昭仁、陳俊豪，北一女陳思妤等五位。

4.學生作答之心得感言摘錄：

①◆ 數學是極美麗的，愈接觸愈能發覺其吸引人之所在而不能自拔，甘心的醉心。在這門學問之中樂此不疲。在學習和解題的過程之中每每為了其所帶來的樂趣而雀躍不已，在這之中儘管曾為了苦思不得其解而苦悶過但這正是背後推動的主要力量啊！

◆ 在解題的過程中常常會有些明確的想法，思考方向但並不是那麼容易可以用筆寫下來的，也就是想法、方向都對但寫不出來兒影響解題品質，我想這是我

該加強的地方。

◆我覺得現在台灣的數學教育應該在激發同學們對數學的興趣及培養欣賞數學的能力。(楊世偉,板中)

②◆第 1015 題,題目看懂後沒花多少時間就想出了答案,但苦思如何寫出解題過程卻花了很多時間,最後才寫下這看似不完整的解法。

◆找不到資料來了解西瓦定理(何彥廷,精誠中學)

評註:可以請教你的數學老師

③這一期的時間較短,且編號 1020 之題目解釋上較困難,所以答題內容就不是說非常的好,但仍覺得大有收穫,讓我了解許多沒想過的概念。

(盧佑群,雄中)

④有 3 題題目是一看就有頭緒的,就嘗試解解看,想不到一番工夫之後才□頓悟□尤其是 1015 這題解來特別地幸運,想不到只須運用國中的概念來解題,對於不想越級進修的我算是一種激勵,總之是:不亦快哉!數學真是有意思。(陳建欽,雄中)

⑤在想的過程中,雖然有點辛苦,但是想到後的那種喜悅,就好比在沙漠中發現清泉一樣。(黃照仁,雄中)

⑥這一次做題目沒有花很多時間(用來擤鼻涕的衛生紙比用掉的計算紙還多),我發現:

◆許多題目中往往有很大的數(如 1996 這種順應時事的數字),其實可以由很小的數去推演得到結果,由此也知道歸納法的重要。

◆有些東西可以由實驗得出。

◆1013 題浪費了許多無用的力氣,可是答案其實很簡單,有時候想太多反而會想偏。

◆現在是 1997 年了,預期可以看見很多有□1997□的題目(1997 是一個質數)。吳於芳,北一女中)

評註:祇要用心去思考觀察,並持之以恆,你的能力一定會提昇的。

⑦編號 1014 的解法,我思索了很多次,也想出了幾種不同的證法,但沒有一種是令我滿意的,現在寫出的是我認為較單純的,本來我還導證出凡邊數 8k+4 形態的多邊形,都具有如上的性質,想對邊長為偶數、邊數為 8k+1 、 8k+2 的圖形作推廣,可是這個題目既然會出應景的數字,顯示規律性已被發現,我還是節省我寶貴的時間,專心準備期末考吧!(王聖麟,雄中)

⑧編號 1014 的證法不甚嚴謹,可是「邊數為奇數」這個條件很少見,證明「面積為奇數」也沒有做過類似的證明,所以只好朝比較不嚴格的「直覺」上著手。

「枚舉」好像不能算是真正的證明，可是應該也具有某種意義吧！（尤善琦，北一女中）。評註：祇要多些機會磨練，就能提昇解題技巧和實力了，加油吧！

⑨學校收到月刊時已是月底了，距離期限截止日期剩沒多少時間，前幾期好幾次學校都沒有收到月刊要不然就是被老師們拿光，關於徵答的活動根本一無所知，最近到圖書館翻閱時才翻到，經了這次徵答我實在吃了不少苦頭，每天晚上得應付明天考東考西的，即使意願很強，也沒心情，只能用等公車、上體育課時想（因為題目已經記得很熟了），誇張的是 1012 題是上廁所上到一半所得到的離靈感，這一切實在太奇妙了，原本看到這題目都沒有把握的我，在上廁所回想題目時，意外的解出這道題目，這份喜悅是筆墨難以形容的，比月考數學 100 分來得興奮，老實說我在學校數學成績都不及格，但我不認為是我程度差、頭腦不好，只是學校考試幾乎都和「數字遊戲」毫無分別，即使你程度好、觀念再清晰，仍然很難得高分，所以當我問到「西瓦定理」時，老師認為我程度不好，理都不理我。 1015 題作法是有點「粗糙」，但我相信應該是錯不了，經由這次活動也使我覺得我表達能力仍需加強，由於時間不是很夠，中間兩題沒時間作答，十分遺憾。我覺得數字是有規律性的，有時又令人覺得不規律，是一種變化相當大的「東西」。（張芳銘，道明中學）