

# 中學數學挑戰徵答題

通訊解題發掘數學資優生研究小組

◆本期徵答截止日期：民國86年3月12日；相關參考解答將刊於科學教育月刊第199期

問題編號

1021

已知數列  $\langle a_n \rangle_{n=1}^{\infty}$ ，其各項由下列條件所定義

$$(1) a_1 = 1999, (2) \sum_{k=1}^n a_k = n^2 a_n, (n=2,3,4,\dots),$$

試求  $a_{1999}$  之值。

問題編號

1022

試求下列聯立方程組的所有實數解：

$$\begin{cases} 18x + 7x^2y = 8y^2 \\ 18y - 7xy^2 = 8x^2 \end{cases}.$$

問題編號

1023

1,2,3,4,……到 100 等 100 個整數構成的 100 項數列中（次序可以任意對調），能否找到四個數列  $\langle a_k \rangle_{k=1}^{100}$ ， $\langle b_k \rangle_{k=1}^{100}$ ， $\langle c_k \rangle_{k=1}^{100}$ ， $\langle d_k \rangle_{k=1}^{100}$ ，

$$\text{使 } \sum_{k=1}^{100} a_k b_k = 2 \sum_{k=1}^{100} c_k d_k.$$

問題編號

1024

設  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，為  $n$  個實數，它們滿足下列  $n$  個關係：

$$\sum_{i=1}^n a_i > 0, \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j > 0, \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} a_i a_j a_k > 0, \dots, a_1 a_2 a_3 \dots a_n > 0$$

(1) 證明：當  $n=3$  時， $a_1, a_2, a_3$  均大於 0。

(2) 當  $n>3$  時，請確定是否每個  $a_i$  均大於 0？其中  $i=1,2,3,\dots,n$ 。

問題編號

1025

等腰三角形  $ABC$  中， $\overline{BA} = \overline{BC}$ 。D 在  $\overline{AC}$  邊上，（D 介於 A，C 之間）使  $\overline{AD} = 2\overline{DC}$ ，且 E 在  $\overline{BD}$  線上（E 介於 B，D 之間），使  $\angle BAE = \angle EBC$ ，證明： $\angle CED = \frac{1}{2} \angle ABC$ 。

注：(1) 本期徵答題係配合高一數學進度而設計，有些問題可利用排序不等式來求解。

(2) 本徵答題及相關中學數理疑難問題解答之傳真及答錄號碼為 (02) 9306547，請多利用。

(3) 徵答題及其解答等相關資訊之網址為：<http://www.math.ntnu.edu.tw>