第二十七屆國際物理奧林匹亞競賽
試題及參考解答(Ⅱ)

OSLO 1996
27th INTERNATIONAL
PHYSICS OLYMPIAD

挪威 奧斯陸

林明瑞
國立臺灣師範大學物理系

實　驗　競　賽
1996年7月4日
答卷時間：五小時

請先仔細閱讀以下規定

1. 你只能用所提供之筆書寫。
2. 你只能在答題紙上有標示的頁面作答。
3. 除了第2題 *C* 小題之外，所有數據的誤差估算都不計分，但是必須給予正確的有效數字位數。
4. 答題時文字敘述儘量精簡，答案以數值、數據曲線，清楚標明座標軸的定義等爲主要評分依據。
5. 在每一頁答題紙的頂端寫明：
   - 個人參賽編號（*IPhO* 識別號碼）
   - 題號
   - 該題所用答題紙之頁碼 / 總頁數
6. 在封面標明答案總頁數，包含所有數據及曲線圖。
7. 確記繳回試題第9頁，其中有2*a*與3*b*的答案與圖。

安全警告：鋁座上的兩垂直刀片很鋒利，要特別小心！

摘要：本題組涵蓋數個物理主題。首先是探討複擺的一些力學性質，並用以測定重力加速度。然後使複擺受磁力的作用，在這部分的實驗中，將利用電子偵測器來測量一個永久磁鐵的磁場強度。另有一永久小磁鐵的磁矩也要測量。此外也會問到一個與實驗裝置有關的光學問題。

儀器：

提供下列儀器（見圖1）

A. 大型鋁架

B. 有螺紋的長銅棒，一端有一個小磁鐵（白色端），另一端有一塊小鐵塊

C. 兩個螺帽，每個都有一面可以反射光線

D. 數位式週期計時器

E. 安裝在鋁架上的測磁片（霍爾感測片）

F. $9V$電池

G. 三用電表（*Fluke model* 75）

H. 兩條電表用接線

I. 電池接線

J. *PVC*（灰色塑膠製）圓柱型固定座

K. 附有一小塊*PVC*圓柱的短螺棒，其頂面有一永久磁鐵

L. 長$25.0mm$的小*PVC*圓柱（作爲間隔用）

M. 直尺

如果你覺得大型鋁架不穩，可以試著移到桌面上的不同位置或墊襯小紙片，以補平桌面。

架設複擺如圖1。把一個螺帽旋上長螺棒，架在鋁架上當作複擺，螺帽上的凹槽應橫跨於鋁架上方豎立的刀片上，此刀片可作爲複擺的水平轉軸，螺帽的反光面要面向週期計時器用來反射光線，以便測量擺動週期。

計時器會以秒爲單位顯示擺的週期，不準度爲 $\pm 1ms$。在計時器顯示板的右邊（面對計時器）有一個紅外光點光源，點光源的旁邊另有一個紅外光偵測器。從點光源發出的紅外光經由螺帽的反光面反射。若反射光恰好照在偵測器上，則顯示板上的小數點會閃亮。爲了適當的偵測可以用一個旋轉鈕（圖1中的N），來調整計時器的高度。每一次的擺動週期小數點會閃一次或兩次，要依調整高度的不同而定。當每一週期閃二次時顯示的是T，每一個週期閃一次時顯示的是$2T$。計時器的電力不足時，最末一位數字的後面會出現另一紅點警示。需要更換電池時可要求協助。

三用電表的使用方式如下：

使用〝$V\Omega$〞及〝COM〞的輸入端。將旋鈕調至DC電壓檔。顯示幕將顯示以伏特爲單位的直流電壓，此電表在上述設定下儀器的不準度爲±（0.4%+1位數字）。

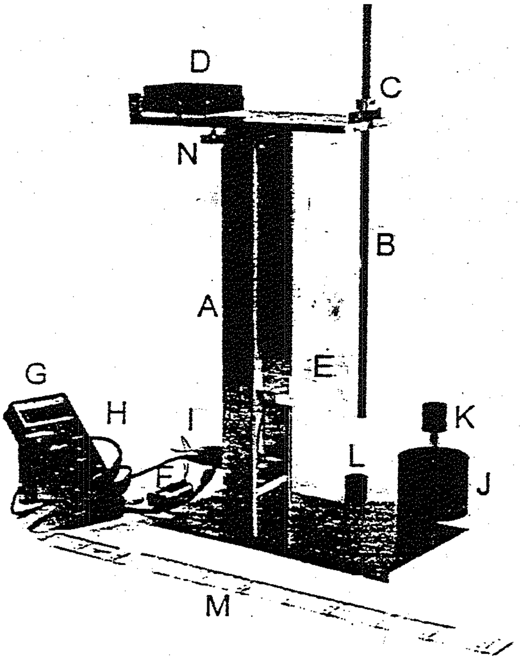


圖1 實驗裝置圖

安全警告：鋁座上的兩垂直刀片很鋒利，要特別小心！

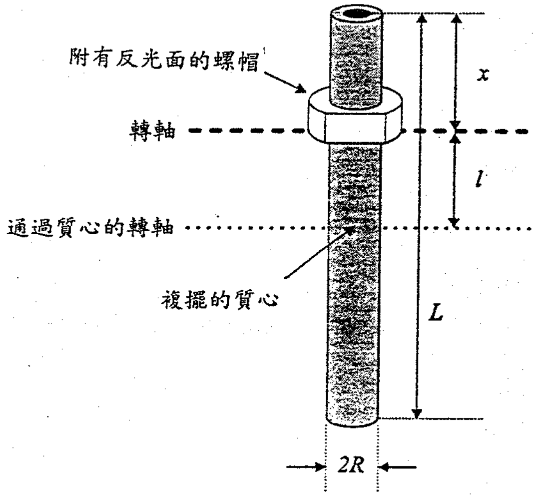


圖2 複擺示意圖以及重要物理量的定義

複擺

複擺是形狀不拘，繞一定軸轉動的物體。一複擺質量爲M，繞距離質心爲ℓ的水平轉軸作小角度擺動，其週期爲

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{I}{M\ell}+\ell} \qquad (1)$$

式中g爲重力加速度，I爲複擺對通過質心的轉軸的轉動慣量，該轉軸平行於上述轉動軸。

圖2所示爲你將使用的複擺的示意圖。所用複擺由一圓柱形金屬棒，實際上爲一長螺棒，長度爲L，平均半徑爲R，及至少一個螺帽組成。各組成零件的大小和質量列在表1。藉由轉動螺帽，你可以將其移至螺棒上的任一位置。圖2中定義出兩個距離，x和ℓ，分別代表由轉動軸位置到螺棒頂端及轉動軸到質心的距離。

表1：複擺零件的尺寸與質量

長螺棒	長度	L	$(400.00 \pm 0.4)\ mm$
	平均半徑	R	$(4.4 \pm 0.1)\ mm$
	質量	M_{ROD}	$(210.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} kg$
	兩相鄰螺紋間之螺距		$(1.5000 \pm 0.0008)\ mm$
螺帽	高度	h	$(9.50 \pm 0.05)\ mm$
	螺帽表面凹槽的深度	d	$(0.55 \pm 0.05)\ mm$
	質量	M_{NUT}	$(4.89 \pm 0.03) \cdot 10^{-3} kg$

請注意封面的提示：除了第2題c小題之外，所有數據的誤差估算都不計分，但是必須給予正確的有效數字位數。

第1題：研究擺動週期和轉軸位置的關係(4分)

a) 測量在不同的螺帽位置x，所對應的擺動週期T，並列表。

b) 畫出T對x的關係曲線，令圖中$1mm$的長度對應於x的$1mm$與T的$1ms$。由圖中判定，當擺動週期分別為$T=950ms$，$T=1000ms$，$T=1100ms$時，各對應有多少個x的位置？

c) 求出對應於最小擺動週期時的x和ℓ值。

第2題：測量g值(5分)

一個具有固定轉動慣量I的複擺，若分別繞兩個不同位置的轉軸轉動時，在某些情況下可以得到相同的週期。設這兩個轉軸與質心的距離分別為ℓ_1與ℓ_2，則它們之間的關係為

$$\ell_1 \ell_2 = \frac{I}{M} \qquad (2)$$

a) 第10頁的圖6是一種複擺，它的轉軸與質心相距ℓ_1。利用該圖的說明資料，在圖中標繪出所有可選作為轉動軸（平行於圖示的轉軸）的位置，其週期與圖示轉軸的週期相同。

b) 儘可能精確的測量奧斯陸本地的重力加速度g（提示：測量的方法不只一種，必要時得取新的數據）。利用方程式、繪圖或公式推導等方式，清楚的說明你的作法。

c) 估算你的測量誤差，寫出g值並加上誤差範圍。

第3題：光計時器的幾何形狀(3分)

a) 以直接的觀察和推理，決定出螺帽反射面的形狀？(你可利用你面前的燈泡所發出的光)

選擇下列項目 (可多選)：

1. 平面鏡
2. 球面鏡
3. 圓柱面鏡
4. 凹面鏡
5. 凸面鏡

若你所選擇的選項爲2－5時，試定出面鏡的曲率半徑。

b) 視光源爲一點光源。光偵測器爲一簡單的光電元件。說明自發射器發出的光如何被螺帽的鏡面反射 (畫出側視圖與俯視圖)。第10頁的圖7爲計時器的正面圖。在此圖上繪出當複擺在鉛直位置時，反射光照在此平面上的區域。

第4題：測量磁場強度(4分)

你可以用測磁片 (霍爾感測片) 來測量磁場強度，測磁片測得的電壓與通過測磁片的鉛直磁場強度之間具有線性關係。磁場－電壓係數爲$\Delta V/\Delta B = 22.6V/T\,(Volt/Tesla)$。由於電路設計的因素，測磁片在零磁場之下會產生一個不爲零的電壓 (稱爲零磁偏離電壓)。地球磁場可忽略不計。

a) 連接測磁片、電池與三用電表，如下圖所示，測量零磁偏離電壓V_0。

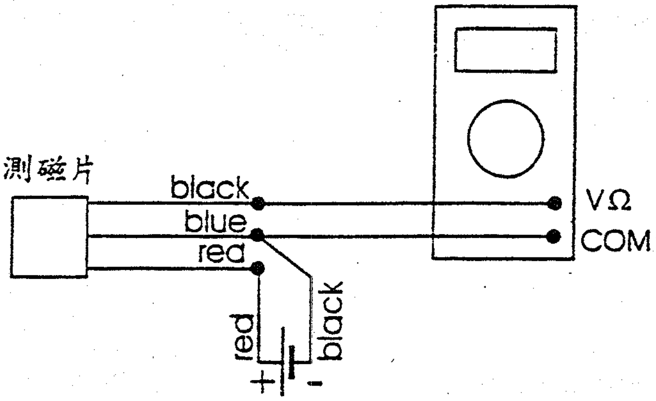


圖3　磁場偵測系統

小圓柱座上端貼有一片圓形的永久磁鐵，旋轉小圓柱可以調整永久磁鐵的鉛直高度。附在小圓柱的短螺棒螺紋間距與複擺長螺棒的螺紋間距相同。磁鐵的厚度$t = 2.7mm$，半徑$r = 12.5mm$。

b）用霍爾測磁片測量永久磁鐵，在圓柱中心軸上所產生的鉛直方向上的磁場強度，見圖4。測量範圍從$y = 26mm$（利用PVC圓柱作爲間隔），到$y = 3.5mm$。

注意：當永久磁鐵與測磁片直接接觸時$y=1mm$。畫出B對y的關係曲線。

$c:\backslash k\backslash k002-4.chp$

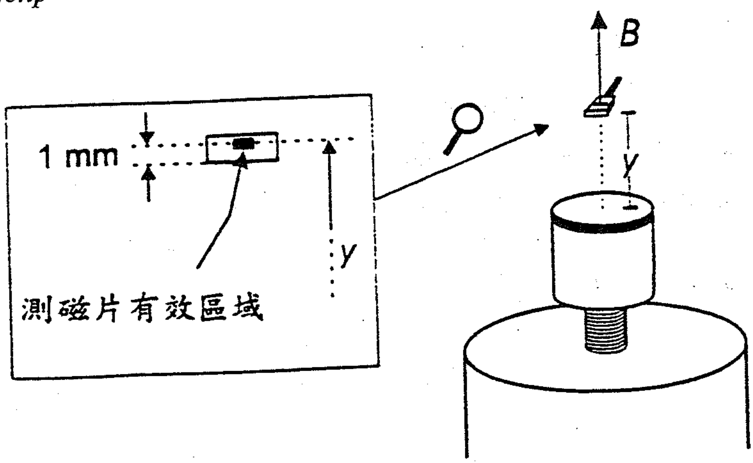


圖4　磁鐵的頂端與測磁片有效區域之間的距離定爲y

c）已知圓柱磁鐵沿其中心軸上的鉛直磁場強度爲

$$B(y) = B_o\left[\frac{y+t}{\sqrt{(y+t)^2+r^2}} - \frac{y}{\sqrt{y^2+r^2}}\right] \tag{3}$$

式中t是圓柱磁鐵的厚度，而r是其半徑。參數B_o代表磁鐵的強度。利用兩處不同距離y所測得的B值，求出上述永久磁鐵的B_o值。

第5題：磁鐵磁矩的測量（4分）

複擺塗有白色的一端，附有一塊小磁鐵。使複擺具有小磁鐵的一端朝下放置，且設定前面定義的間距$x = 100mm$。將永久磁鐵座放置在複擺正下方的最低位置時，調整兩者的位置，使中心軸對齊。（實驗時應避免永久磁鐵和複擺上的小磁鐵過於靠近）。

a) 令z表示永久磁鐵上端和複擺下端之間的距離。測量擺動週期T對間距z的函數關係。盡可能使用小角度擺動，且實驗測量範圍至少應涵蓋$z = 25mm$到$z = 5.5mm$。

注意：計時器有時可能會顯示兩倍週期的數值（參閱前面有關計時器部份的儀器說明），繪出週期T隨間距z的變化曲線。

b) 由於多了磁力的交互作用，複擺的擺動週期T和間距z有下列關係式

$$\frac{1}{T^2} \propto 1 + \frac{\mu B_O}{Mg\ell} f(z) \qquad (4)$$

其中$\propto$表示"正比於"，而μ表示複擺底端小磁鐵的磁矩，B_O則爲第4題c中所定出的參數，$f(z)$含有磁場大小隨著間距的變化。在本頁圖5中你將找到針對本實驗的$f(z)$函數關係圖。選擇此關係圖中一個適當的數據點的資料，計算出未知的磁矩μ。

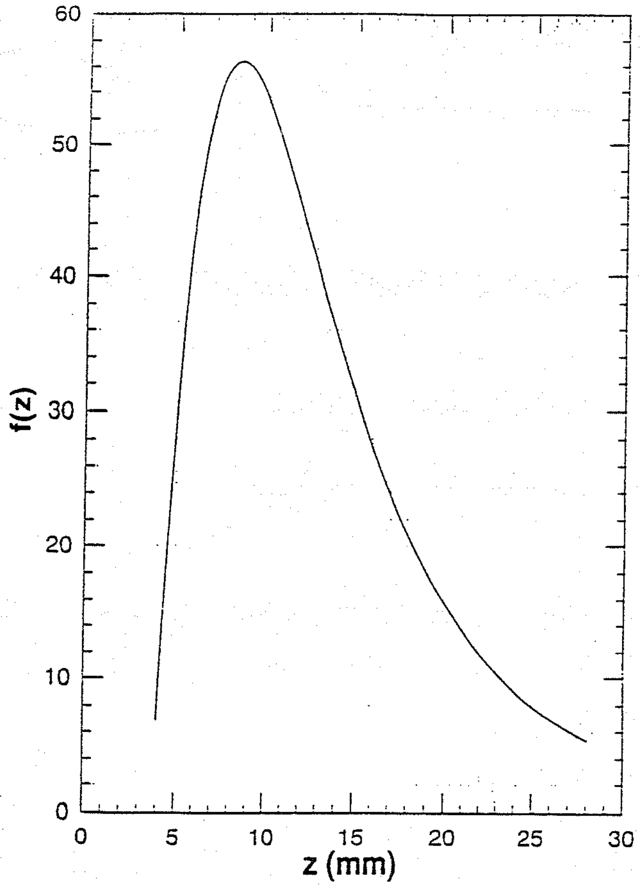


圖5　5b中用到的無單位函數f(z)的函數圖形

Candidate:	Question:	Page ..... of.....

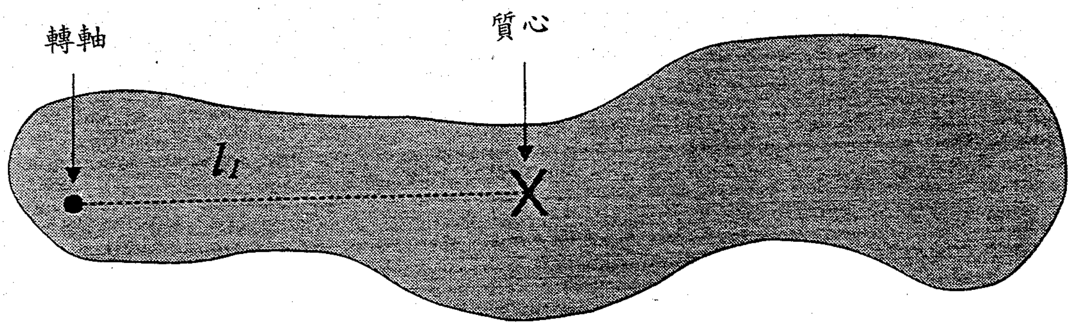


圖6：使用於2a部份。把不會改變擺動週期的所有轉軸（垂直紙面）的位置全部標繪出來。假設此複擺（本圖按1：1的比例畫出）的$I/M = 2100mm^2$

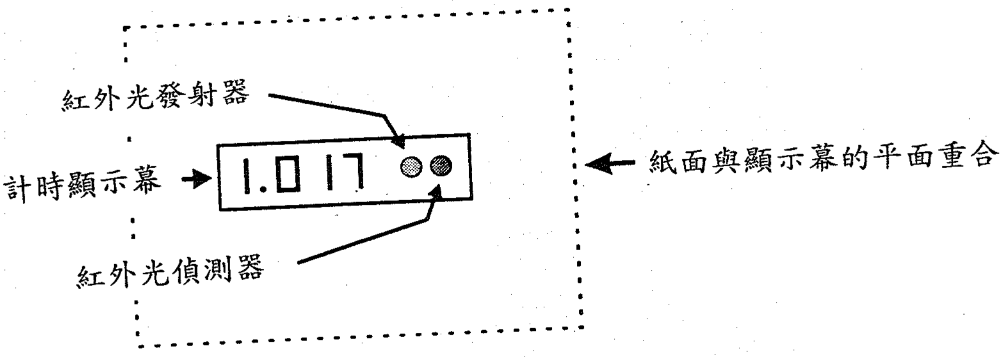


圖7：使用於3b部份。在此圖上標出當複擺在鉛直位置時，反射光線所照射到的整個區域。

把此頁畫好後夾在你的報告內，一併交出！

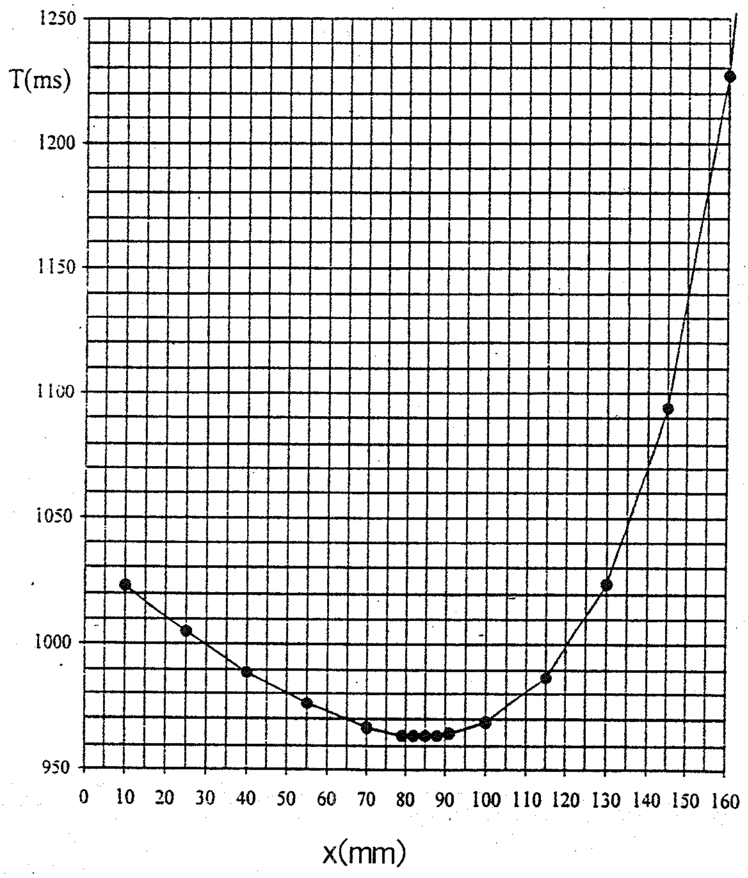
實驗題解答

第1題：研究擺動週期和轉軸位置的關係

(1a) 已知長螺棒的螺距爲1.50mm/轉，因此計數轉動螺帽的圈數，便可測出螺帽的位置x。螺帽位置x和所對應的擺動週期T的實驗數據，表列如下：

圈數	x (mm)	T (ms)	圈數	x (mm)	T (ms)	圈數	x (mm)	T (ms)
0	10.0	1023	70	115.0	987	46	79.0	964
10	25.0	1005	80	130.0	1024	48	82.0	964
20	40.0	989	90	145.0	1094	52	88.0	964
30	55.0	976	100	160.0	1227	54	91.0	965
40	70.0	967	110	175.0	1490			
50	85.0	964	120	190.0	2303			
60	100.0	969						

(1b) T對x的關係曲線如下圖所示。



當$T=950ms$時，對應0個x位置；

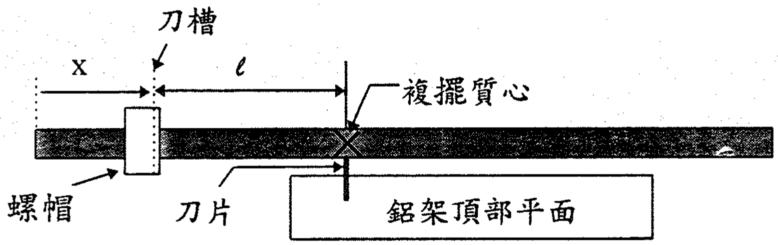
當$T=1000ms$時，對應2個x位置；

當$T=1100ms$時，對應1個x位置。

(1c) 從$T-x$曲線圖上讀出的最小擺動週期的位置：$x=84mm$（誤差$\approx 1mm$）。

ℓ爲複擺（螺棒＋螺帽）質心至轉動軸（即螺帽底面的刀槽）之間的距離。利用鋁架頂部平台上的刀片，平放複擺，使呈水平平衡狀態，便可定出複擺的質心，如下圖所示：

$\ell=112.3mm+0.55mm=113mm$（螺帽底面刀槽深度已知爲$0.55\pm0.05mm$）。



注意：長螺棒本身的質心不是「複擺」的質心。當螺帽變動位置時，「複擺」的質心位置亦隨之改變。

另解：設複擺質心的位置爲x_{CM}，由質心的定義可得：

$$x_{CM}=\frac{M_{ROD}\times(L/2)+M_{NUT}\times[x-(h/2-d)]}{M_{ROD}+M_{NUT}}=\frac{M_{ROD}L-M_{NUT}h'}{2M}+\frac{M_{NUT}}{M}x$$

式中$M=M_{ROD}+M_{NUT}$，$h'=h-2d=8.40mm$。

注意：x_{CM}爲x之函數。

取$x=84mm,$ 並在上式中代入已知之數據得

$x_{CM}=197mm,\ \ \ell=x_{CM}-x=197-84.0=113mm$

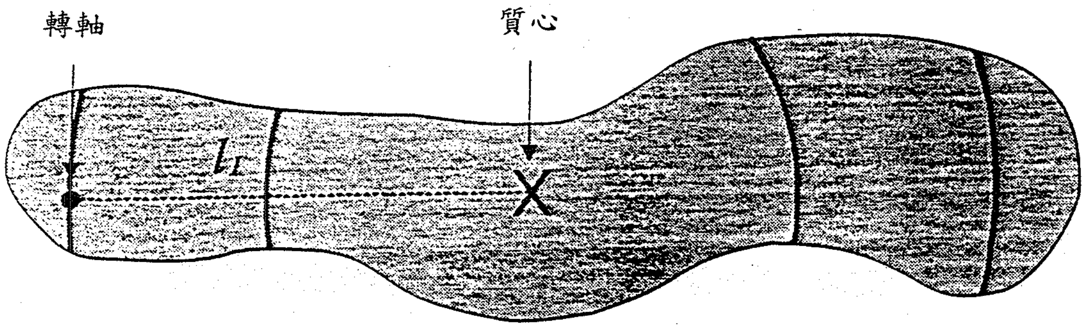
第2題：測量g值

(2a) 由試題圖6中直接量出$\ell_1=60mm,\ \Rightarrow \ell_2=\dfrac{I}{M\ell_1}=\dfrac{2100mm^2}{60mm}=35mm$。所有可能的轉動軸標繪如下圖：

註：若$T_1=T_2$，且複擺質心位置不變，即I固定，則由試題中(1)式得

$$\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{I}{M\ell_1}+\ell_1}=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{I}{M\ell_2}+\ell_2}$$

$$\Rightarrow\frac{I}{M\ell_1}+\ell_1=\frac{I}{M\ell_2}+\ell_2\Rightarrow\ell_1-\ell_2=\frac{I}{M}\left[\frac{1}{\ell_1}-\frac{1}{\ell_2}\right]\Rightarrow\ell_1\ \ell_2=\frac{I}{M}$$



使用於2a部份。把不會改變擺動週期的所有轉軸（垂直紙面）的位置全部標繪出來。假設此複擺（本圖按1：1的比例畫出）的$I/M=2100mm^2$

(2b)若複擺的轉動慣量I不變，則由試題中(1)和(2)式，得

$$\ell_1=\frac{I}{M\ell_2}\ \text{及}\ \ell_2=\frac{I}{M\ell_1}$$

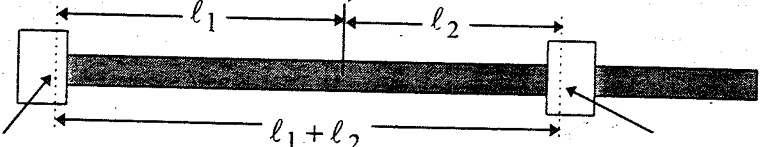
$$\Rightarrow T_1=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{I}{M\ell_1}+\ell_1}=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\ell_1+\ell_2}\ \text{及}\ T_2=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{I}{M\ell_2}+\ell_2}=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\ell_1+\ell_2}$$

$$\Rightarrow T_1=T_2=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\ell_1+\ell_2}$$

$$\Rightarrow g=\frac{4\pi^2}{T_1^2}(\ell_1+\ell_2)$$

$\Rightarrow g$與$\frac{I}{M}$無關；只須測量T_1和（$\ell_1+\ell_2$），即可定出g值。

使用兩個螺帽，將其中一個固定在螺棒的一端，移動另一個螺帽的位置，測量各自對應轉軸的週期，直至$T_1=T_2$並使$\ell_1+\ell_2$為最大值。這就是所謂「倒擺」（*Inverted Pendulum*），利用此法可得到較準確的g值。



實驗數據如下：

$T_1 = T_2 = 1024ms$

$\ell_1 + \ell_2 =$ （$259.6 + 2 \times 0.55$）$mm = 260.7mm$

$$\Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{T_1^2}(\ell_1+\ell_2) = \frac{4 \times 3.1416^2 \times 0.2607}{1.024^2} = \underline{9.815m/s^2}$$

另解：由於 I 及 ℓ 皆爲 x 之函數，我們可先推導出 $I(x)$ 及 $\ell(x)$ 的數學式，然後將 (x,T) 實驗數據直接代入（1）式，計算出g值。

利用（1c）另解中導出$X_{cm}{}^{(x)}$之，可得：

$$\ell(x) = x_{CM} - x = \frac{M_{ROD}L - M_{NUT}h'}{2M} - \frac{M_{ROD}}{M}x = 195 - 0.977x \ (mm)$$

利用平行軸定理，可得複擺對通過質心的轉軸的轉動慣量 $I(x)$：

$$I(x) = \frac{1}{12}M_{ROD}L^2 + M_{ROD}\left(\frac{L}{2} - x_{CM}\right)^2 + M_{NUT}\left((\ell - d) + \frac{h}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}M_{ROD}L^2 + \frac{M_{ROD}M_{NUT}}{M^2}\left(\frac{L+h'}{2} - x\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I(x)}{M} = \left[\frac{L^2}{12} + \frac{M_{NUT}}{M}\left(\frac{L+h'}{2} - x\right)^2\right]\frac{M_{ROD}}{M}$$

選取數據（x,T）＝（$85.0mm, 964ms$），代入（1）式，得：

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}\left[\frac{I(x)}{M\cdot \ell(x)} + \ell(x)\right] = \frac{4 \times 3.1416^2 \times 0.232}{0.964^2} = 9.86m/s^2$$

此法雖算正雖，但甚費時，誤差也較大。

注意：下述兩種解法都是錯誤的：

⑴由於 I 和 ℓ 皆爲 x 的函數，因此在複擺週期的測量實驗中，若僅使用一個螺帽，當螺帽變動位置（即 x）時，其所對應的複擺轉動慣量 I 亦隨之改變。如果在 $T-x$ 實驗曲線中，選取週期相同的兩點，再代入試題之⑵式計算 I/M，然後應用⑴式求出 g 值，這樣的作法是錯誤的，因爲⑵式僅適用於固定的 I 值。同理，利用 $T-x$ 實驗曲線中的極小週期所對應的 x 值和⑵式，以計算 I/M，也是錯誤的。

⑵如果忽略螺帽的質量，以長螺棒本身對其質心的轉動慣量 $\left(\frac{1}{12}M_{ROD}L^2\right)$ 做爲複擺的轉動慣量 I，則屬考慮欠周，實驗不夠精確，不能得到滿分。

（2c）令 $s=\ell_1+\ell_2 \quad \Rightarrow g=4\pi^2 s/T^2$

$$\Delta s=0.3mm \quad \Delta T=1ms$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta g}{g}=\sqrt{\left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2+\left(-2\frac{\Delta T}{T}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{0.3}{260.7}\right)^2+\left(-2\times\frac{1}{1024}\right)^2}$$

$$=\sqrt{(0.0012)^2+(0.0020)2}=0.0023=0.23\%$$

$$\Rightarrow \quad \Delta g=0.0023\times 9.815=0.022m/s^2$$

$$\Rightarrow \quad \underline{g=(9.82\pm 0.02)\ m/s^2}$$

（註：在實驗競賽場地的公認 g 值爲 $9.81901779m/s^2$。）

第3題：光計時器的幾何形狀

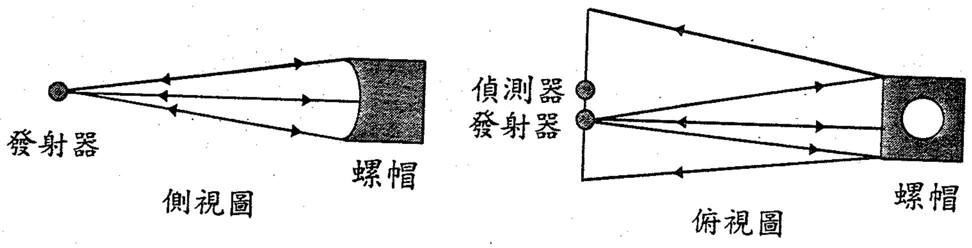
（3a）螺帽反射面的形狀和曲率半徑：

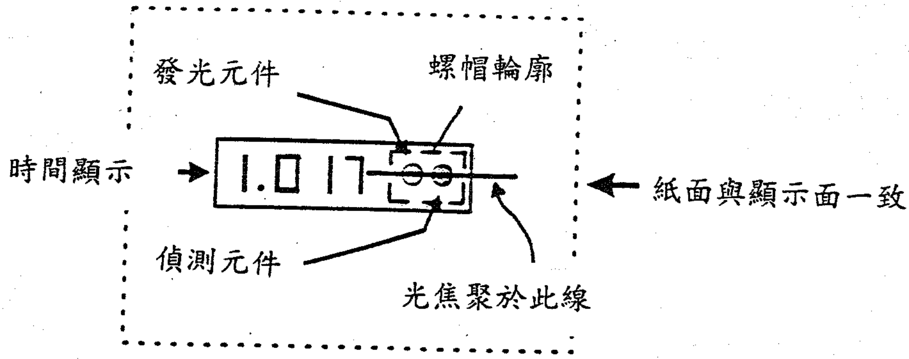
柱形凹面鏡，曲率半徑 $r=(145\pm 5)\ mm$。

註：計時器內的紅外光發射元件和偵測元件必須併列放置在柱形凹面鏡（即螺帽反射面）的中心對稱軸上；如此從光源射出的紅外光，經柱面反射後，反射光恰可照射在偵測元件上。因此螺帽反射面和發光／偵測元件之間的距離即爲柱形凹面鏡的曲率半徑。

（3b）

當複擺在鉛直位置時，入射光和反射光路徑的側視圖和俯視圖如下所示；從點光源射出的光，經柱面鏡反射後，將焦聚在中心對稱軸上，形成線狀像，像長爲鏡寬的兩倍。





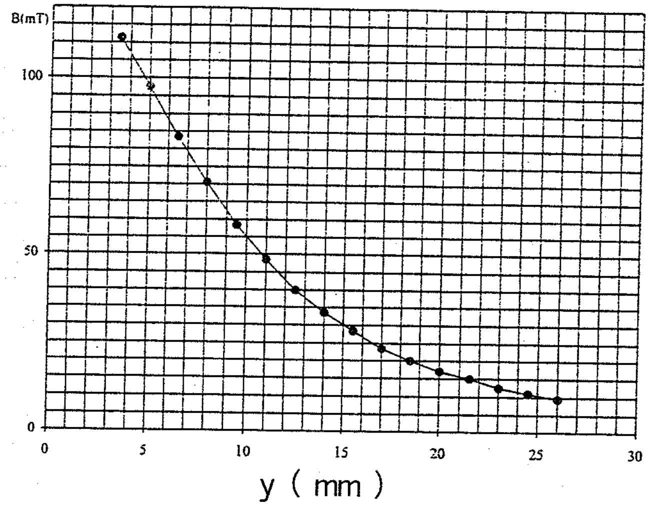
使用 (3c)，當複擺處於鉛直位置時，反射光所照射的區域。

第 4 題：測量磁場強度

(4a) 零磁偏離電壓 $V_o = 2.464\ V$。

(4b) 已知小圓柱螺距為 1.50 mm / 轉，將小圓柱每轉一圈，即量一次電壓 $V(y)$，並按下列公式換算成對應的磁場強度

$$B(y) = [\ V(y) - V_o\ ]\ (\Delta B / \Delta V) = [\ V(y) - V_o\ ]\ (\Delta V / \Delta B)。$$



$$(4c) = Bo = B(y)\left[\frac{y+t}{\sqrt{(y+t)^2+r^2}} - \frac{y}{\sqrt{y^2+r^2}}\right]^{-1}$$

式中$t = 2.7mm$，$r = 12.5mm$

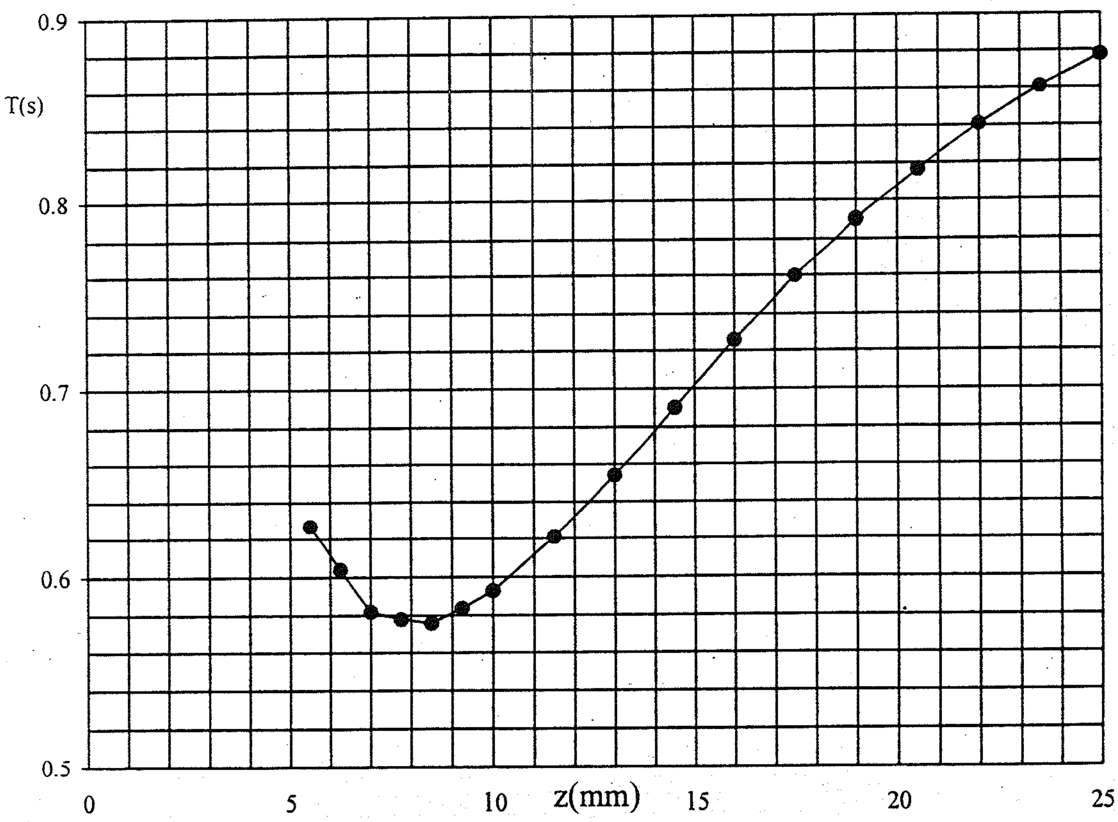
取數據點$(11mm,\ 48.3mT)$，代入上式計算，得$B_O = 0.618T$。

取數據點$(20mm,\ 16.8mT)$，代入上式計算，得$B_O = 0.601T$。

兩者之平均值$\langle B_O \rangle = 0.610T$

第5題：磁鐵磁矩的測量

$(5a)$ 使用小圓柱做爲間隔用，測量複擺週期$T(z)$，從$z = 25mm$至$5.5mm$。$T(z)$之實驗曲線圖繪如下：



z（mm）

(5b) 當$x = 100mm$時，$\ell = 97.6mm$（利用（1c）題解所述的方法，將複擺平放於刀片上，使呈水平平衡，然後直接量取ℓ值；或利用（2c）題另解中所導出的$\ell(x)$，代入x值計算求得。）

試題(4)式：$\frac{1}{T^2}=a\left[1+\frac{\mu B_O}{Mg\ell}f(z)\right]$，式中$a$爲比例常數，$M=M_{ROD}+M_{NUT}$。

令$B_O=0$，這相當於使用一個無限微弱的磁鐵或沒有磁鐵。移走永久磁鐵，測得複擺週期爲$T_O=968ms$。

$$\Rightarrow \frac{1}{T_O^2}=a\left[1+\frac{\mu\cdot O}{Mg\ell}f(z)\right]\Rightarrow a=\frac{1}{T_O^2}$$

在$f(z)$曲線圖中，選取$f(z)$隨z變化最小的點，

即峰值處：$z=8.5mm$，$f(z)=56.3$，所對應的複擺週期爲$T = 576\ ms$。

$$\Rightarrow \mu=\frac{Mg\ell}{B_O}\cdot\frac{1}{f_{max}}\left[\left(\frac{T_O}{T}\right)^2-1\right]$$

$$=\frac{0.215\times 9.82\times 0.0976}{0.610}\cdot\frac{1}{56.3}\cdot\left[\left(\frac{968}{576}\right)^2-1\right]$$

$$=\underline{1.10\times 10^{-2}Am^2}$$

另解：在$T(z)$曲線圖上，選取兩個數據點$T_1(z_1)$和$T_2(z_2)$，以消掉(4)式中之比例常數。

$$\Rightarrow \frac{1}{T_1^2}=a\left[1+\frac{\mu B_0}{Mg\ell}f(z_1)\right],\quad \frac{1}{T_2^2}=a\left[1+\frac{\mu B_0}{Mg\ell}f(z_2)\right]$$

$$\Rightarrow T_1^2\left[1+\frac{\mu B_0}{Mg\ell}f(z_1)\right]=T_2^2\left[1+\frac{\mu B_0}{Mg\ell}f(z_2)\right]$$

$$\Rightarrow \mu=\frac{Mg\ell}{B_O}\cdot\frac{T_2^2-T_1^2}{T_1^2f(z_1)-T_2^2f(z_2)}$$

選取$z_1=7mm,\ T_1=580ms$；$z_2=22mm,\ T_2=841ms$；

從$f(z)$圖中可讀出$f(z_1)=56.0$；$f(z_2)=12.0$。

$$\Rightarrow \mu=\frac{0.215\times 9.82\times 0.0976}{0.610}\cdot\frac{841^2-580^2}{580^2\times 56.0-841^2\times 12.0}=\underline{1.21\times 10^{-2}Am^2}$$