

# 中學數學挑戰徵答題

設計者：通訊解題發掘數學資優生研究小組

♣ 本期徵答截止日期：民國85年1月6日；相關參考解答將刊於科學教育月刊第197期

問題編號  
1011

在平面直角坐標系 $OXY$ 中，點 $P(50, 120)$ 處有一動點 $M$ 以每秒13個單位的速度沿直線 $PO$ 向原點 $O$ 的方向移動，同時，原點 $O$ 處有一動點 $N$ 沿 $X$ 軸以每秒3個單位的速度向 $X$ 軸的正方向移動。開始時 $M$ 點在 $P$ 處， $N$ 點在原點 $O$ 處。問經過多少時間， $M$ 與 $N$ 之間的距離為最短。

問題編號  
1012

一個 $2n$ 位正整數，將其中任意兩個數字的位置互調而得一個新的數，我們稱之為一次操作。如果經過有限次操作之後，所得到的數，能使在前 $n$ 位的數字和與在後 $n$ 位的數字和之差的絕對值不超過9，我們就稱原來的 $2n$ 位正整數為“好數”。試求所有的 $n$ 使 $2n$ 位正整數可以是“好數”，並求對應於 $n$ 的 $2n$ 位正整數是“好數”的充要條件。

問題編號  
1013

設 $\overline{AD}$ ， $\overline{BE}$ ， $\overline{CF}$ 分別為 $\triangle ABC$ 的三條周界平分線。  
試證： $\overline{AD}$ ， $\overline{BE}$ ， $\overline{CF}$ 三線共點\*。

問題編號  
1014

在平面直角坐標系中，有一個1996邊的多邊形 $P$ 滿足下列三個條件：  
(1)  $P$ 的頂點的坐標都是整數。  
(2)  $P$ 的所有邊都與坐標軸平行。  
(3)  $P$ 的所有邊的邊長都是奇數。  
試證： $P$ 的面積是奇數。

問題編號  
1015

設 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是由 $1, 2, 3, \dots, n$ 這 $n$ 個正整數的任意一個重排\*\*。  
試求 $n$ 層絕對值函數 $|\dots||x_1| - x_2| - x_3| - \dots - x_n|$ 的最大值。

註：\* (1) 所謂三線共點就是三條線交於同一點；所謂 $\overline{AD}$ 為 $\triangle ABC$ 周界平分線表示 $D$ 在 $\overline{BC}$ 上且 $\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AC} + \overline{CD}$ 。有關共點的問題可利用西瓦定理(Ceva Theorem)來證明。

\*\* (2) 即 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是1到 $n$ 之間兩兩不相等的正整數。

(3) 從本期開始，本徵答題及相關之中學數理疑難問題解答之傳真及答錄號碼為(02)9306547，請多利用。